

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

СУЧАСНІ ТЕХНОЛОГІЇ ПРОГРАМУВАННЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до виконання лабораторних робіт
і самостійної роботи**

(для студентів спеціальностей «Системний аналіз», «Інформаційні системи
та технології»)

Затверджено
на засіданні кафедри ІСПР
Протокол № 1 від 6.09.2022р.

Краматорськ 2022

УДК 681.3

Сучасні технології програмування : Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт і самостійній роботі (для студентів спеціальностей «Системний аналіз», «Інформаційні системи та технології» всіх форм навчання) / О. Ю. Мельников. – Краматорськ : ДДМА, 2022. – 94 с.

Наведено завдання й приклади складання програм на мовах програмування R, Python і Java, а також питання для самопідготовки.

Укладач

Мельников О. Ю., канд. техн. наук, доцент

Відп. за випуск

Єнікєєв О. Ф., д-р техн. наук, доцент

ЗМІСТ

1. Мова програмування та аналізу даних R.....	4
Лабораторна робота 1. Обчислювальні процеси та структури даних	4
Лабораторна робота 2. Проста обробка та аналіз даних	23
Лабораторна робота 3. Вирішення окремих задач інтелектуального аналізу даних	48
2. Мова програмування Python.....	58
Лабораторна робота 4. Створення простих програм на мові програмування Python	58
Лабораторна робота 5. Створення Windows-додатків на мові Python	75
3. Мова програмування Java.....	80
Лабораторна робота 6. Створення простих програм на мові програмування Java	80
Лабораторна робота 7. Створення Windows-додатків на мові програмування Java	84
4. Питання для самопідготовки по теоретичному матеріалу.....	88
4.1 Мова програмування та аналізу даних R.....	88
4.2 Мова програмування Python.....	89
4.3. Мова програмування Java.....	91
Список рекомендованої літератури.....	93

1 МОВА ПРОГРАМУВАННЯ ТА АНАЛІЗУ ДАНИХ R

Лабораторна робота №1. Обчислювальні процеси та структури даних

Мета роботи: отримання навичок складання програм, що реалізують різні обчислювальні процеси та обробку структур даних.

Завдання № 1. Обчислювальний процес, що розгалужується. Алгоритми циклічної структури

Скласти програми для вирішення завдань. Для всіх варіантів – побудувати графік функції, знайти екстремуми заданої функції на відрізку. Якщо даних не зазначено, то початкове і кінцеве значення відрізка, і навіть крок табуляції задавати довільно [1].

Варіанти 0-10. Знайти суму $y = \sum \frac{F_1}{F_2}$ де $a \leq x \leq b$, x змінюється з

кроком $h = c$. Варіанти завдань у вигляді значень F_1 , F_2 , a , b , наведені в табл. 1.

Таблиця 1– Варіанти завдань

Вар.	F1	F2	a	b	c
0	$\sin x$	x	$-\pi$	π	$\pi/10$
1	$2\sqrt{x^5} \cos x^2$	$x^3 + 3x^2 - x$	0.2	2.2	0.2
2	$\sqrt[3]{\cos x + x^3}$	$\frac{3x + 5}{x^2}$	2.5	7.5	0.5
3	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$	0.5	4.5	0.3
4	$2^{x-1} \cos 3x$	$\sqrt{ 1 + x - 2x^2 }$	-2	6	0.5
5	$\ln x - 5 + \sqrt[3]{5x}$	$x^{-2.5} \sin(2x + 1)$	2.4	6.4	0.4
6	$e^{2x-1} + \cos x$	$\lg(2x + 1)$	1.6	4.8	0.3
7	$x^3 + 2x^2 - 2$	$x^{2x-1} + \cos x$	3.6	7.2	0.2
8	$\ln \frac{x+1}{2x-1}$	$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 2x}$	$-\pi$	π	$\pi/10$
9	$x^2 + \ln x$	$\frac{x}{1 + \operatorname{tg} x}$	0.3	3.3	0.3
10	$1 + x^2 - \operatorname{tg} x$	$\frac{x + \sin x}{x^2 - \cos x}$	1.2	13.2	0.6

Варіанти 11-20. Обчислити таблицю значень функції

$$y = \begin{cases} F_1(x), & \text{якщо } x \leq a; \\ F_2(x), & \text{якщо } x > a, \end{cases}$$

для значень аргументу x інтервалі від x_n до x_k з кроком h_x . Варіанти завдань у вигляді вихідних даних наведено у табл. 2.

Таблиця 2 – Варіанти завдань

Вар.	F1(x)	F2(x)	x_n	x_k	h_x	a
11	$2\sqrt{x^5} \cos x^2$	$x^3 + 3x^2 - x$	0.2	2.2	0.2	1.2
12	$\sqrt[3]{\cos x + x^3}$	$\frac{3x+5}{x^2}$	2.5	7.5	0.5	5.0
13	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$	0.5	4.5	0.3	3.0
14	$2^{x-1} \cos 3x$	$\sqrt{ 1+x-2x^2 }$	-2	6	0.5	3
15	$\ln x-5 + \sqrt[3]{5x}$	$x^{-2.5} \sin(2x+1)$	2.4	6.4	0.4	5
16	$e^{2x-1} + \cos x$	$\lg(2x+1)$	1.6	4.8	0.3	3
17	$x^3 + 2x^2 - 2$	$x^{2x-1} + \cos x$	3.6	7.2	0.2	4.8
18	$\ln \frac{x+1}{2x-1}$	$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 2x}$	$-\pi$	π	$\pi/10$	$\pi/5$
19	$x^2 + \ln x$	$\frac{x}{1+\operatorname{tg} x}$	0.3	3.3	0.3	2.3
20	$1+x^2 - \operatorname{tg} x$	$\frac{x+\sin x}{x^2 - \cos x}$	1.2	13.2	0.6	4.2

Варіанти 21-27. Обчислити таблицю значень функції

$$y = \begin{cases} f_1(x), & \text{якщо } x < 0, \\ f_2(x), & \text{якщо } 0 \leq x \leq 1, \\ f_3(x), & \text{якщо } x > 1, \end{cases}$$

де f_1 , f_2 та f_3 задані в табл. 3.

Таблиця 3 – Варіанти завдань

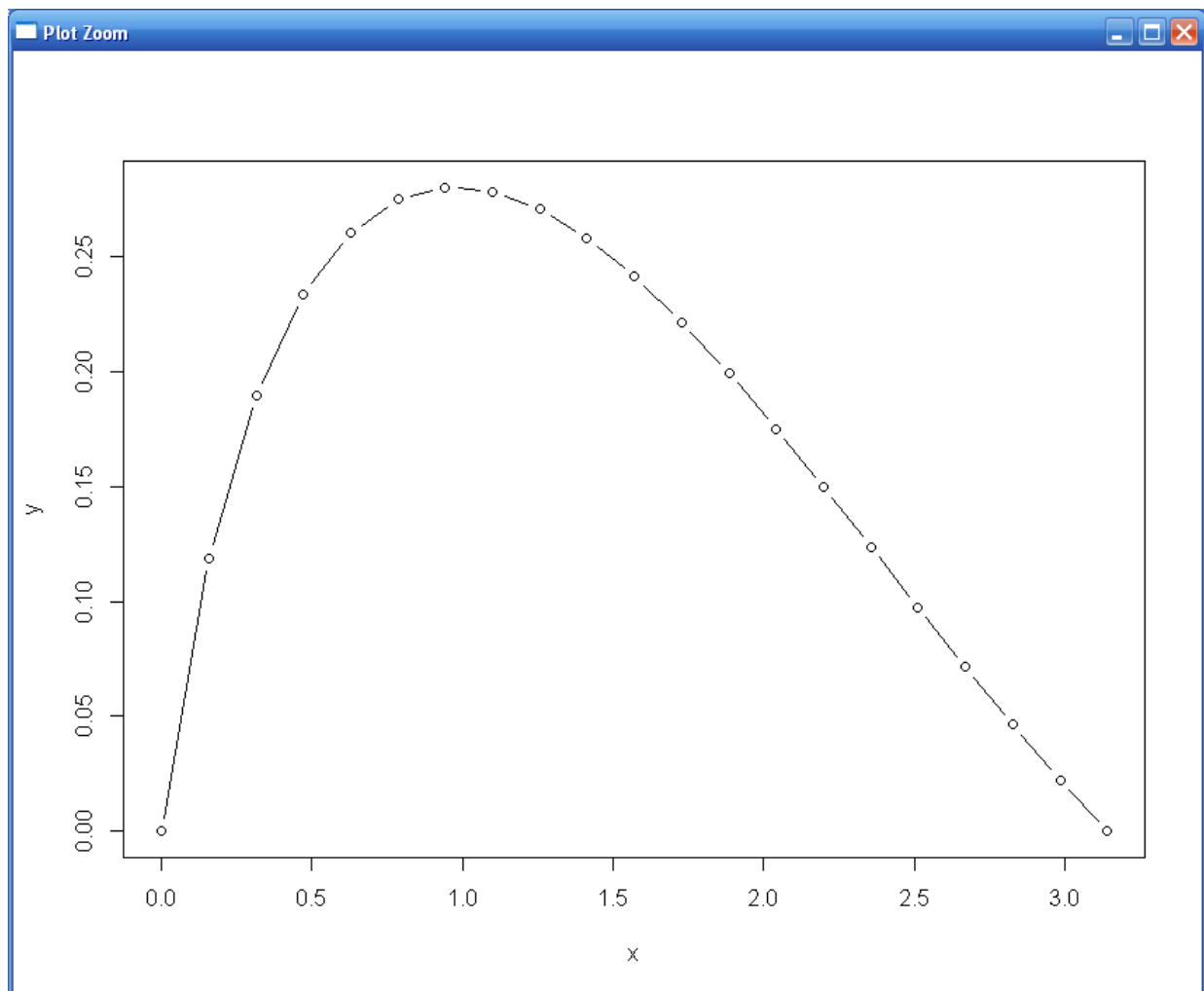
Вар.	F1(x)	F2(x)	F3(x)
21	$2\sqrt{x^5} \cos x^2$	$x^3 + 3x^2 - x$	$\ln 3x - x^2 $
22	$\frac{3x+5}{x^2}$	$\sqrt{ 1+x-2x^2 }$	$2x^3 - \operatorname{tg} x$
23	$2^{x-1} \cos 3x$	$\ln x-5 + \sqrt[3]{5x}$	$x^{-2.5} \sin(2x+1)$
24	$x^3 + 2x^2 - 2$	$x^{2x-1} + \cos x$	$x^2 + \ln x$
25	$\ln \frac{x+1}{2x-1}$	$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 2x}$	$\frac{x}{1 + \operatorname{tg} x}$
26	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$	$\frac{x + \sin x}{x^2 - \cos x}$
27	$1 + x^2 - \operatorname{tg} x$	$\frac{3x+5}{x^2}$	$x^3 + 3x^2 - x$

Приклади виконання завдань

1 Знайти суму

$$S = \sum \frac{\sin(x)}{2x+1}, \text{ де } 0 \leq x \leq \pi \text{ з кроком } \pi/20$$

```
x <- seq(0,pi,pi/20)
y <- sin(x)/(2*x+1)
sum(y)
[1] 3.515182
min(y)
[1] 0
max(y)
[1] 0.2804262
match(min(y),y)
[1] 1
match(max(y),y)
[1] 7
f <- function (x) sin(x)/(2*x+1)
optimize(f, c(0,pi), maximum = FALSE)
$minimum
[1] 3.141513
$objective
[1] 1.089206e-05
optimize(f, c(0,pi), maximum = TRUE)
$maximum
[1] 0.9750218
$objective
[1] 0.2805769
plot(x,y,type="b")
```



```
options(digits=3)
z <- data.frame(x,y)
colnames(z) <- c("X","Y")
```

```
z
  XY
1 0.000 0.00e+00
2 0.157 1.19e-01
3 0.314 1.90e-01
4 0.471 2.34e-01
5 0.628 2.60e-01
6 0.785 2.75e-01
7 0.942 2.80e-01
8 1.100 2.79e-01
9 1.257 2.71e-01
10 1.414 2.58e-01
11 1.571 2.41e-01
12 1.728 2.22e-01
13 1.885 1.99e-01
14 2.042 1.75e-01
15 2.199 1.50e-01
16 2.356 1.24e-01
17 2.513 9.75e-02
18 2.670 7.16e-02
19 2.827 4.64e-02
20 2.985 2.24e-02
21 3.142 1.68e-17
```

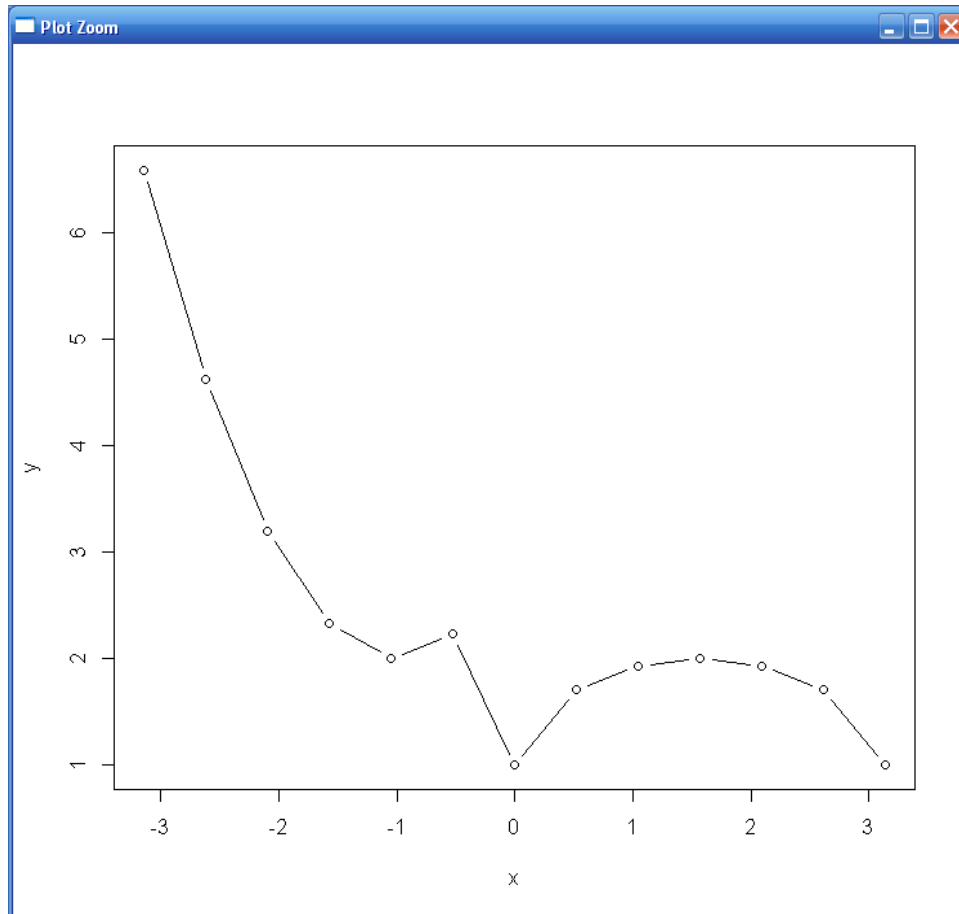
2 Обчислити таблицю значень функції

$$y = \begin{cases} \sqrt{\sin(x)} + 1, & \text{якщо } x \geq 0; \\ x^2 + 2x + 3, & \text{якщо } x < 0, \end{cases}$$

для значень X в інтервалі $-\pi$ до π з кроком $\pi/6$.

```
x <- seq(-pi,pi,pi/6)
y <- x # обов'язково створимо новий вектор того ж розміру, що x
myfun <- function(a)
{
  for (i in seq_along(a)) {
    ifelse(a[i] >= 0, y[i] <- sqrt(sin(a[i]))+1, y[i] <- a[i]**2+2*a[i]+ 3) }
  return(y)
}
y <- myfun(x)
sum(y)
[1] 32.23244
min(y)
[1] 1
max(y)
[1] 6.586419
match(min(y),y)
[1] 7
match(max(y),y)
[1] 1
options(digits=3)
z <- data.frame(x,y)
colnames(z) <- c("X","Y")
z
  XY
1 -3.142 6.59
2 -2.618 4.62
3 -2.094 3.20
4 -1.571 2.33
5 -1.047 2.00
6 -0.524 2.23
7 0.000 1.00
8 0.524 1.71
9 1.047 1.93
10 1.571 2.00
11 2.094 1.93
12 2.618 1.71
13 3.142 1.00
f <- function (x) ifelse (x >= 0, sqrt(sin(x))+1, x**2+2*x+3)
optimize(f, c(-pi,pi), maximum = FALSE)
$minimum
[1] 9.59115e-06
$objective
[1] 1.003097
```

```
optimize(f, c(-pi,pi), maximum = TRUE)
$maximum
[1] -3.141535
$objective
[1] 6.586174
plot(x,y,type="b")
```



Завдання №2. Обробка одновимірних масивів

Скласти програму на вирішення завдань, варіанти яких наведено в табл. 4 [1].

Таблиця 4 – Варіанти завдань

Вар.	Завдання
1	2
0	Знайти кількість позитивних і суму непарних елементів масиву В (15)
1	Знайти суму позитивних і кількість непарних елементів масиву А (10)
2	Обчислити середнє арифметичне елементів масиву Т(15), що задовольняють умові $5 \leq T[i] \leq 15$
3	Обчислити середнє геометричне парних і суму непарних елементів масиву З(10)

Продовження таблиці 4

1	2
4	Знайти кількість елементів масиву $B(16)$, кратних 4 і не більших заданого числа A
5	Знайти суму елементів одномірного масиву розміром 5. Розділити кожен елемент вихідного масиву на отримане значення. Результат зберегти в тому самому масиві. Надрукувати в одному рядку
6	Знайти середнє значення елементів заданого масиву розміром 6. Перетворити вихідний масив, віднімаючи з кожного елемента середнє значення
7	Обчислити довжину вектора X розміром 7
8	Визначити середнє значення елементів масиву. Потім знайти індекс елемента масиву, найбільш близького до середнього значення
9	Задано масив розміром 10. Якщо сума елементів виявиться понад 10, то знайти кількість парних елементів, інакше – добуток непарних
10	Задано масив розміром 10. Якщо добуток елементів виявиться понад 100, то знайти суму позитивних елементів, інакше – кількість негативних
11	Задано масив розміром 10. Якщо кількість парних елементів виявиться понад 5, то підрахувати кількість позитивних елементів, інакше – суму непарних
12	Визначити середнє значення елементів масиву. Потім підрахувати кількість елементів масиву, що перевищують середнє значення
13	Знайти номер найбільшого позитивного елемента масиву $B(10)$
14	Знайти різницю максимального і мінімального позитивних парних чисел масиву $A(12)$
15	Знайти суму квадратів максимального й мінімального чисел масиву $B(14)$
16	Знайти максимальний і мінімальний елементи масиву $B(20)$ і поміняти їх місцями
17	Знайти суму мінімального позитивного елемента масиву $A(14)$ і його номера
18	У масиві $B(10)$ поміняти місцями другий й найбільший позитивний елементи
19	Записати +1 замість максимального парного, а число -1 замість мінімального непарного елементів масиву $A(10)$
20	Знайти мінімальний елемент і його номер масиву $B(10)$, значення елементів якого лежать в інтервалі від -10 до 10
21	У масиві з 10 чисел знайти найбільший елемент і поміняти його місцями з першим елементом
22	У масиві з 10 чисел знайти найменший елемент і поміняти його місцями з останнім елементом

Продовження таблиці 4

1	2
23	Дано масив цілих чисел, що містить 15 елементів. Записати в новий масив спочатку всі негативні числа й нулі вихідного масиву, а потім – усі позитивні, зберігаючи порядок їхнього проходження
24	Задано масив розміром 10. Сформувати два масиви розміром 5, включаючи до першого елементи вихідного масиву з парними індексами, а до другого – з непарними
25	Задано масив розміром 10. Сформувати два нових масиви, включаючи до першого парні елементи вихідного масиву, а до другого – непарні
26	Задано масив розміром 10. Сформувати два нових масиви, включаючи до першого позитивні елементи вихідного масиву, а до другого – негативні
27	Обчислити середнє геометричне елементів масиву $A(10)$, що задовольняють умові $5 \leq A[i] \leq 10$

Приклади виконання завдань

1 Обчислити середнє арифметичне позитивних елементів масиву A

```
n <- 10 # розмір масиву
n <- edit(n) # коригуємо, якщо потрібно
set.seed(1234)
a <- runif(n)*10-5 # заповнюємо випадковими числами
a
[1] -3.863 1.223 1.093 1.234 3.609 1.403 -4.905 -2.674 1.661 0.143
перший спосіб вирішення
k <- 0
s <- 0
for (i in seq_along(a)) {
  if (a[i] > 0) {
    s <- s+a[i]
    k <- k+1
  }
}
sa <- s/k
sa
[1] 1.48
другий спосіб рішення
ap <- a[a > 0]
ap
[1] 1.223 1.093 1.234 3.609 1.403 1.661 0.143
mean(ap)
[1] 1.48
```

2 Обчислити значення та порядковий номер найбільшого елемента масиву.

```
n <- 10 # розмір масиву
set.seed(1234)
b <- runif(n)*10-5 # заповнюємо випадковими числами
b
[1] -3.863 1.223 1.093 1.234 3.609 1.403 -4.905 -2.674 1.661 0.143
print("Максимальний елемент")
[1] "Максимальний елемент"
max(b)
[1] 3.61
print("Його індекс:")
[1] "Його індекс:"
match(max(b),b)
[1] 5
```

3 У масиві В замінити місцями перший і найменший елементи.

```
n <- 10 # розмір масиву
set.seed(1234)
b <- runif(n)*10-5 # заповнюємо випадковими числами
b
[1] -3.863 1.223 1.093 1.234 3.609 1.403 -4.905 -2.674 1.661 0.143
bmin <- min(b)
bmin
[1] -4.91
imin <- match(min(b),b)
imin
[1] 7
b[imin] <- b[1]
b[1] <- bmin
b
[1] -4.905 1.223 1.093 1.234 3.609 1.403 -3.863 -2.674 1.661 0.143
```

4 Сформувати масив, що складається з позитивних елементів масиву В.

```
n <- 10 # розмір масиву
set.seed(1234)
b <- runif(n)*10-5 # заповнюємо випадковими числами
b
[1] -3.863 1.223 1.093 1.234 3.609 1.403 -4.905 -2.674 1.661 0.143
a <- b[b > 0]
a
[1] 1.223 1.093 1.234 3.609 1.403 1.661 0.143
```

Завдання № 3. Обробка різних масивів та матриць з використанням функцій

У наведених у табл. 5 завданнях обробку даних оформити як функції [1].

Таблиця 5 – Варіанти завдань

Вар.	Завдання
1	2
0	Знайти кількості парних елементів у масивах А, В, С, а потім – їх середнє арифметичне
1	Обчислити відсоток парних елементів у масивах А, В, С. Визначити максимальний з них
2	Знайти кількості позитивних елементів у масивах А, В, С, а потім – їх середнє арифметичне
3	Визначити суму максимальних парних елементів масивів А, В, С
4	Знайти середнє геометричне непарних елементів кожного з масивів А, В, С. Визначити їхню суму
5	Знайти середнє арифметичне елементів головних діагоналей матриць Х, В, Z і визначити найбільше з них
6	Підрахувати кількість точок, що перебувають усередині кола радіусом $R = 2$ і із центром на початку координат, координати точок увести до масивів Х(20) і Y(20). Відстань від центра до точки обчислювати в підпрограмі-функції
7	Визначити максимальний з периметрів десяти трикутників, вершини яких А, В, С задані координатами (х, у) у масивах: АХ(10), АУ(10), ВХ(10), ВУ(10), СХ(10), СУ(10) відповідно. Периметр сторін трикутника обчислювати в підпрограмі-функції
8	Дано три матриці Х, Y, Z. Роздрукувати ту з них, у якій більше нульових елементів
9	Дано три матриці А, В, С. Обчислити $!!A!!+!!B!!+!!C!!$, де $!!X!!$ - максимальний за модулем елемент матриці
10	Довжини сторін 10 трикутників задані в масивах А[10], В[10], С[10]. Знайти суму довжин медіан кожного із трикутників і визначити максимальну з них (довжина медіани, проведеної до сторони a , дорівнює: $0.5 / 2b*b+2c*c-a*a$)
11	У кожному з масивів А, В, С знайти максимальний за модулем елемент і відняти його з кожного елемента відповідного масиву
12	У кожній з матриць Х,Y, Z знайти суми елементів, що лежать нижче головної діагоналі. Обчислити добуток отриманих значень
13	Дано три квадратні матриці х, у, z. Для кожної з них знайти суму елементів, що лежать вище головної діагоналі, визначити максимальну з них.

Продовження таблиці 5

1	2
14	Задано три масиви A, B і C. Обчислити: $t = \begin{cases} \min(B) + \max(C), & \text{якщо } \min(A) < \max(B); \\ \max(A) + \min(B), & \text{у противному випадку.} \end{cases}$ Тут $\min(X)$ – мінімальний, а $\max(X)$ – максимальний елемент масиву X
15	Обчислити середнє арифметичне добутків позитивних, кратних 3, елементів масивів A, B, C
16	У кожній матриці X, Y, Z знайти номер стовпця, що містить найбільшу кількість позитивних елементів
17	У кожному масиві A, B, C знайти індекс максимального елемента й скласти ці індекси
18	Знайти максимальне значення середніх геометричних парних елементів масивів A, B, C
19	Знайти середню арифметичну кількість позитивних, кратних 3, елементів масивів A, B, C
20	Знайти найбільше значення серед сум позитивних елементів побічних діагоналей квадратних матриць X, Y, Z
21	Визначити кількість точок, що потрапили усередину верхньої частини кола радіусом $R = 4$ і із центром на початку координат. Координати точок увести до масивів X і Y
22	Дано три масиви A, B, C. Сформувати масиви A1, B1 і C1, що містять позитивні непарні елементи масивів A, B і C відповідно
23	У масивах A, B, C кожен елемент поділити на середнє арифметичне елементів масиву
24	У кожній із трьох матриць X, Y, Z знайти мінімальний елемент і поділити на нього кожен позитивний елемент матриці
25	Підрахувати кількості елементів у матрицях X, Y, Z, значення яких перебувають в інтервалі $[-3, 15]$
26	У кожній із трьох матриць X, Y, Z знайти максимальний елемент і поділити на нього кожен негативний елемент матриці
27	У кожній матриці X, Y, Z знайти номер рядка, що містить найменшу кількість негативних елементів

Приклад виконання завдання

Дано три масиви – А (15), В (10), С (7). Знайти суму їх максимальних парних елементів.

```
set.seed(1234)
a <- round(runif(15)*50)-20
b <- round(runif(10)*50)-20
c <- round(runif(7)*50)-20
a
[1] -14 11 10 11 23 12 -20 -8 13 6 15 7 -6 26 -5
b
[1] 22 -6 -7 -11 -8 -4 -5 -12 -18 -9
c
[1] 21 6 26 22 -18 3 -7
maxchet <- function(x)
{
m <- max(x[x %% 2 == 0])
return(m)
}
mch <- c(maxchet(a),maxchet(b),maxchet(c))
mch
[1] 26 22 26
s <- maxchet(a) + maxchet(b) + maxchet(c)
s
[1] 74
```

Завдання №4. Розв'язання систем лінійних рівнянь алгебри

Вирішити систему лінійних рівнянь алгебри – табл. 6 [2-3].

Таблиця 6 – Варіанти завдань

0 $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$	1 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$	2 $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$
3 $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$	4 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$	5 $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
6 $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$	7 $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9. \end{cases}$	8 $\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31, \\ 4x_1 + 11x_3 = -43, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20. \end{cases}$

Продовження таблиці 6

9	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$	10	$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$	11	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$
12	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$	13	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$	14	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$
15	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9. \end{cases}$	16	$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31, \\ 4x_1 + 11x_3 = -43, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20. \end{cases}$	17	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$
18	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$	19	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$	20	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$
21	$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$	22	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$	23	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9. \end{cases}$
24	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$	25	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$	26	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$
27	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$				

Приклад виконання завдання

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

Коріння системи рівнянь може бути знайдено застосуванням функції solve (систему можна записати як $A \cdot X = B$)

```
cells <- c(3,2,1,2,3,1,2,1,3)
```

```
A <- matrix(cells, nrow=3, ncol=3, byrow=TRUE)
```

A

```
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    3    2    1
[2,]    2    3    1
[3,]    2    1    3
```

B <- c(5,1,11)

B

[1] 5 1 11

solve(A, B)

[1] 2 -2 3

Завдання №5. Розрахунок міжгалузевого балансу

Міжгалузевий баланс – модель Леонтьєва багатогалузевої економіки – у матричному вигляді можна записати так:

$$\bar{Y} = \bar{X} - A \bullet \bar{X},$$

де

A – матриця прямих витрат (зв'язок між галузями)

$\bar{X}$ – вектор валового випуску (у масштабах держави – сукупний суспільний продукт);

$\bar{Y}$ – вектор кінцевого виробництва, попит, кінцевий продукт (у масштабах держави – валовий національний продукт).

Завдання – якщо задані зв'язок між галузями та кінцевим продуктом, то знайти валовий випуск продукції галузей. Варіанти завдань представлені у табл. 7 [2-3].

Таблиця 7 – Варіанти завдань

Вар.	Матриці
1	2
0	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,05 & 0,4 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,3 & 0,3 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 45 \\ 86 \\ 23 \end{pmatrix}$
1	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,2 \\ 0,15 & 0,05 & 0,2 & 0,15 \\ 0,3 & 0,25 & 0,05 & 0,3 \\ 0,2 & 0,15 & 0,4 & 0,05 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 47,5 \\ 81 \\ 17 \\ 29 \end{pmatrix}$
2	$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,25 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,25 \\ 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 15 \\ 23 \\ 21 \\ 21 \\ 20 \end{pmatrix}$

Продовження таблиці 7

1	2
3	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,2 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,05 \\ 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,2 \\ 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,15 \\ 0,1 & 0,3 & 0,15 & 0,25 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 36,5 \\ 22 \\ 19 \\ 21,5 \\ 26,5 \\ 21,5 \end{pmatrix}$
4	$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,2 & 0,15 & 0,1 & 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,2 \\ 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,25 & 0,15 \\ 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,2 \\ 0,05 & 0,05 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,1 & 0,05 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 49,5 \\ 21,5 \\ 30,5 \\ 21 \\ 26,5 \\ 43 \\ 29,5 \end{pmatrix}$
5	$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,05 \\ 0,3 & 0,05 & 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,25 & 0,15 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,15 & 0,05 & 0,1 \\ 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,2 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,22 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 20 \\ 25 \\ 19 \\ 23 \\ 51,5 \\ 39 \\ 23 \\ 39,5 \end{pmatrix}$
6	$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,05 \\ 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 \\ 0,15 & 0,2 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,2 & 0,05 \\ 0,1 & 0,25 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 \\ 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,25 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,25 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 18,5 \\ 21,5 \\ 12,5 \\ 14,5 \\ 20,5 \\ 18 \\ 29 \\ 19,5 \\ 19,5 \end{pmatrix}$

Продовження таблиці 7

1	2
7	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,2 \\ 0,05 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,05 \\ 0,25 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,2 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,3 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,2 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 45 \\ 15,5 \\ 15 \\ 18 \\ 18,5 \\ 17,5 \\ 16 \\ 21,5 \\ 65,5 \\ 21 \end{pmatrix}$
8	$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,15 & 0,2 \\ 0,25 & 0,3 & 0,05 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 48 \\ 53 \\ 74 \end{pmatrix}$
9	$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,05 & 0,1 \\ 0,15 & 0,25 & 0,2 & 0,2 \\ 0,05 & 0,3 & 0,05 & 0,3 \\ 0,1 & 0,4 & 0,3 & 0,05 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 49,5 \\ 19 \\ 50 \\ 44 \end{pmatrix}$
10	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,15 & 0,05 & 0,1 \\ 0,2 & 0,15 & 0,15 & 0,25 & 0,25 \\ 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,25 \\ 0,2 & 0,05 & 0,2 & 0,25 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 32 \\ 22,5 \\ 39 \\ 23,5 \\ 21 \end{pmatrix}$
11	$A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,2 & 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,05 \\ 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,2 \\ 0,2 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,15 \\ 0,1 & 0,3 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,2 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 28 \\ 22,5 \\ 36,5 \\ 43 \\ 29 \\ 55 \end{pmatrix}$
12	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,1 \\ 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,2 & 0,15 \\ 0,25 & 0,1 & 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,3 & 0,1 \\ 0,05 & 0,2 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,1 \\ 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,05 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 63,5 \\ 35 \\ 15 \\ 30 \\ 32,5 \\ 26 \\ 51 \end{pmatrix}$

Продовження таблиці 7

1	2
13	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,05 \\ 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,25 \\ 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,2 \\ 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,25 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 48 \\ 22 \\ 43 \\ 24,5 \\ 26 \\ 14 \\ 22 \\ 28,5 \end{pmatrix}$
14	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,05 & 0,05 & 0,05 \\ 0,15 & 0,2 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,2 & 0,05 \\ 0,1 & 0,25 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,2 & 0,2 \\ 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 \\ 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,25 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,25 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 20,5 \\ 15 \\ 28,5 \\ 20 \\ 21,5 \\ 19,5 \\ 15 \\ 17,5 \\ 17,5 \end{pmatrix}$
15	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,2 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,2 \\ 0,05 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,05 \\ 0,25 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,2 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,3 \\ 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,2 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 28,5 \\ 37 \\ 23,5 \\ 21 \\ 45 \\ 13,5 \\ 18 \\ 27,5 \\ 84,5 \\ 25,5 \end{pmatrix}$
16	$A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,05 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,15 & 0,05 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 56 \\ 58 \\ 86,5 \end{pmatrix}$
17	$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,05 & 0,15 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,15 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,15 \\ 0,25 & 0,15 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 38 \\ 72 \\ 50,5 \\ 53,5 \end{pmatrix}$

Продовження таблиці 7

1	2
18	$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,25 & 0,15 & 0,05 \\ 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,25 & 0,25 \\ 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,2 & 0,1 \\ 0,25 & 0,05 & 0,2 & 0,15 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 37 \\ 32 \\ 49 \\ 25,5 \\ 33,5 \end{pmatrix}$
19	$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,15 & 0,05 \\ 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,2 & 0,1 & 0,15 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,25 \\ 0,4 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 \\ 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,2 & 0,25 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 59,5 \\ 24,5 \\ 26 \\ 67 \\ 14,5 \\ 42 \end{pmatrix}$
20	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,05 \\ 0,15 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,25 & 0,05 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,05 \\ 0,1 & 0,05 & 0,2 & 0,05 & 0,2 & 0,25 & 0,2 \\ 0,15 & 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,15 \\ 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,25 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 72 \\ 33,5 \\ 42,5 \\ 27 \\ 27 \\ 13,5 \\ 32 \end{pmatrix}$
21	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,05 \\ 0,25 & 0,05 & 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,25 & 0,15 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,4 & 0,1 & 0,15 \\ 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,15 & 0,05 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,25 & 0,1 & 0,1 & 0,05 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 47 \\ 73 \\ 18,5 \\ 29,5 \\ 55 \\ 18 \\ 24,5 \\ 38,5 \end{pmatrix}$
22	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 \\ 0,15 & 0,2 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,2 & 0,05 \\ 0,1 & 0,25 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,05 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 \\ 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 23,5 \\ 29 \\ 19,5 \\ 20,5 \\ 17,5 \\ 15 \\ 18,5 \\ 23 \\ 26 \end{pmatrix}$

Продовження таблиці 7

1	2
23	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,1 \\ 0,2 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,05 & 0,2 \\ 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,05 \\ 0,25 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,2 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,3 \\ 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 \\ 0,2 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,2 \end{pmatrix}$ $\bar{Y} = \begin{pmatrix} 67,5 \\ 24 \\ 22,5 \\ 23,5 \\ 31 \\ 39,5 \\ 29 \\ 28 \\ 52 \\ 43 \end{pmatrix}$
24	$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,15 & 0,25 \end{pmatrix}$ $\bar{Y} = \begin{pmatrix} 50 \\ 74,5 \\ 54 \end{pmatrix}$
25	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,05 & 0,2 \\ 0,15 & 0,05 & 0,2 & 0,15 \\ 0,3 & 0,25 & 0,05 & 0,3 \\ 0,2 & 0,15 & 0,4 & 0,05 \end{pmatrix}$ $\bar{Y} = \begin{pmatrix} 47,5 \\ 81 \\ 17 \\ 29 \end{pmatrix}$
26	$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,25 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,25 \\ 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{pmatrix}$ $\bar{Y} = \begin{pmatrix} 15 \\ 23 \\ 21 \\ 21 \\ 20 \end{pmatrix}$
27	$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,2 & 0,1 & 0,15 & 0,05 & 0,05 \\ 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,2 \\ 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,15 \\ 0,1 & 0,3 & 0,15 & 0,25 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$ $\bar{Y} = \begin{pmatrix} 36,5 \\ 22 \\ 19 \\ 21,5 \\ 26,5 \\ 21,5 \end{pmatrix}$

Приклад виконання завдання

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,5 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 20 \\ 18 \\ 57 \end{pmatrix}$$

```
cells <- c(0.2,0.3,0.2,0.4,0.5,0.3,0.3,0.1,0.1)
```

```
A <- matrix(cells, nrow=3, ncol=3, byrow=TRUE)
```

```
A
```

```
 [,1] [,2] [,3]
```

```

[1,] 0.2 0.3 0.2
[2,] 0.4 0.5 0.3
[3,] 0.3 0.1 0.1
cells1 <- c(1,0,0,0,1,0,0,0,1)
E <- matrix (cells1, nrow = 3, ncol = 3, byrow = TRUE)
E
  [,1] [,2] [,3]
[1,]  1  0  0
[2,]  0  1  0
[3,]  0  0  1
Y <- c(20,18,57)
Y
[1] 20 18 57
EminusA <- EA
EminusA
  [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.8 -0.3 -0.2
[2,] -0.4 0.5 -0.3
[3,] -0.3 -0.1 0.9
solve(EminusA, Y)
[1] 150 240 140

```

Висновки: ми визначили, що для задоволення попиту в продукції першої галузі в 20 грошових одиниць, другий – в 18 грошових одиниць, а третьої – в 57 грошових одиниць, необхідно зробити першої продукції на 150 гр.од., другий – на 240 гр.од., третій – 140 гр.од..

Лабораторна робота № 2. Проста обробка та аналіз даних

Мета роботи: отримання навичок складання програм, що реалізують знаходження залежностей у наборах даних та отримання необхідного результату з використанням методів регресійного, кореляційного аналізів, умовної та безумовної оптимізації.

Завдання №1. Регресійний аналіз

Для заданих статистичних даних (табл. 8) підібрати апроксимуючу функцію.

Таблиця 8 – Варіанти завдань [2-3]

Вар.	Значення X та Y										
0	X	0,45	0,71	0,97	1,23	1,49	1,75	2,01	2,27	2,53	2,79
	Y	0,2	0,8	1,8	3,5	5,9	9,1	13,2	18,3	24,5	31,9
1	X	1,01	1,51	2,02	2,51	3,01	3,49	3,98	4,48	4,99	5,49
	Y	6,6	9,1	11,7	14,1	16,7	18,9	21,4	24	26,5	29
2	X	0,1	0,21	0,35	0,47	0,58	0,72	0,86	0,98	1,15	1,32
	Y	3,6	3,4	3,1	2,9	2,7	2,35	2,1	1,85	1,5	1,2

Продовження таблиці 8

Вар.	Значення X та Y										
3	X	1,5	2,2	2,8	3,4	4,1	4,9	5,8	6,4	7,5	8
	Y	0,01	2,3	3,9	5,7	7,8	10,2	12,9	14,7	18	19,5
4	X	0,1	0,8	1,5	2,3	3	3,8	4,6	5,32	6,1	6,84
	Y	1	5	10	19	28	41	57	74	94	114
5	X	2,51	3,25	3,67	4,11	4,75	5,67	6,25	7,31	8,45	8,9
	Y	4	14	21	30	44	69	87	126	180	194
6	X	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,35
	Y	0,1	0,4	0,6	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,8	1,9
7	X	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
	Y	0,9	1,1	1,4	1,8	2,4	3	3,9	5	6,4	8,2
8	X	0,2	0,5	0,8	1,1	1,4	1,7	2	2,3	2,6	2,9
	Y	0,3	0,5	0,9	1,67	3	5,5	10	18,3	33,3	60,8
9	X	0,1	0,45	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,2
	Y	3,64	5,17	6,64	8,11	9,91	12,1	14,78	18,05	22,05	29,76
10	X	1	2,2	3,4	4,6	5,8	7	8,2	9,4	10,6	11,8
	Y	2	2,79	3,22	3,52	3,76	3,95	4,1	4,24	4,36	4,47
11	X	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
	Y	0,42	0,99	1,44	1,8	2,11	2,38	2,61	2,82	3,02	3,19
12	X	1	4,7	8,4	12,1	15,8	19,5	23,2	26,9	30,6	34,3
	Y	1,5	2,27	2,56	2,75	2,88	2,99	3,07	3,15	3,21	3,27
13	X	0,2	0,57	0,94	1,31	1,68	2,05	2,42	2,79	3,16	3,53
	Y	0,02	0,25	0,86	1,96	3,66	6,02	9,11	13	17,75	23,41
14	X	0,21	0,94	1,61	2,34	3,01	3,79	4,45	5,13	5,86	6,58
	Y	2,75	5,82	7,61	9,18	10,4	11,7	12,66	13,59	14,52	15,39
15	X	0,5	0,74	0,98	1,22	1,46	1,7	1,94	2,18	2,42	2,66
	Y	0,03	0,15	0,46	1,11	2,27	4,18	7,08	11,29	17,15	25,03
16	X	0,98	1,22	1,46	1,7	1,94	2,18	2,42	2,66	2,9	3,14
	Y	0,92	1,88	2,84	3,8	4,76	5,72	6,68	7,64	8,6	9,56
17	X	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
	Y	3,01	3,48	3,99	4,52	5,02	5,51	6,03	6,49	6,99	7,5
18	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Y	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
19	X	0,3	0,7	1,1	1,5	1,9	2,3	2,7	3,1	3,5	3,9
	Y	0,33	0,73	2,73	6,33	11,5	18,3	26,73	36,73	48,33	61,53
20	X	0,45	0,9	1,35	1,8	2,25	2,7	3,15	3,6	4,05	4,5
	Y	0,3	1,5	4,8	10	17	27	38	51	67	84
21	X	0,1	0,35	0,6	0,85	1,1	1,35	1,6	1,85	2,1	2,35
	Y	30,3	30,5	29,9	28,64	26,6	23,8	20,24	15,94	10,89	5,09
22	X	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9
	Y	30,3	30,5	30,3	29,5	28,3	26,6	24,4	21,8	18,9	15

Вар.	Значення X та Y										
23	X	2	2,35	2,7	3,05	3,4	3,75	4,1	4,45	4,8	5,15
	Y	12,4	21,3	31,9	44,27	58,3	74,1	91,57	110,8	131,7	154,3
24	X	1,57	1,95	2,33	2,71	3,09	3,47	3,85	4,23	4,61	4,99
	Y	4	11	21	32	46	61	79	99	122	145
25	X	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8
	Y	1,1	0,9	0,74	0,61	0,5	0,41	0,33	0,27	0,22	0,18
26	X	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
	Y	2	1,4	0,9	0,6	0,4	0,3	0,2	0,12	0,08	0,05
27	X	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
	Y	0,31	0,76	1,5	2,59	4,06	5,98	8,38	11,32	14,83	18,95

Приклад виконання завдання

Значення X та Y										
X	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
Y	0,31	0,76	1,5	2,59	4,06	5,98	8,38	11,32	14,83	18,95

```
x <- c(0.5,0.7,0.9,1.1,1.3,1.5,1.7,1.9,2.1,2.3)
y <- c(0.31,0.76,1.5,2.59,4.06,5.98,8.38,11.32,14.83,18.95)
z <- data.frame(x,y)
colnames(z) <- c("X","Y")
z
  X      Y
1 0.5 0.31
2 0.7 0.76
3 0.9 1.50
4 1.1 2.59
5 1.3 4.06
6 1.5 5.98
7 1.7 8.38
8 1.9 11.32
9 2.1 14.83
10 2.3 18.95
res <- lm (y ~ x, data = z)
res
call:
lm(formula = y ~ x, data = z)
Coefficients:
(Intercept)          x
      -7.329       10.141
summary(res)
call:
lm(formula = y ~ x, data = z)
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.9021 -1.4566 -0.4580  0.9587  2.9554
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -7.32900    1.08177  -6.774 0.00011
x             10.14100    0.32227  31.466 0.00000
```

```

(Intercept)  -7.329      1.565  -4.683  0.00158 **
x              10.141      1.034   9.806  9.83e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 1.879 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9232, Adjusted R-squared:  0.9136
F-statistic: 96.15 on 1 and 8 DF, p-value: 9.826e-06
par(mfrow=c(2,2))
plot(z$X,z$Y,xlab="X",ylab="Y",main="Линейная")
abline(res)
res2 <- lm(y ~ x + I(x^2), data=z)
summary(res2)
Call:
lm(formula = y ~ x + I(x^2), data = z)
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.197364 -0.125019 -0.004061  0.127466  0.189545
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    2.0637     0.3173   6.504 0.000333 ***
x             -5.9939     0.5013  -11.956 6.52e-06 ***
I(x^2)         5.7623     0.1762  32.704 6.47e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.1619 on 7 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9995, Adjusted R-squared:  0.9994
F-statistic: 7004 on 2 and 7 DF, p-value: 2.785e-12
plot(z$X,z$Y,xlab="X",ylab="Y",main="Квадратичная")
lines(z$X,res2$coefficients[1]+res2$coefficients[2]*z$X+res2$coefficients[3]*z
$X*z$X,type="l",lty=1)
res3 <- lm(y ~ I(log(x)), data=z)
summary(res3)
Call:
lm(formula = y ~ I(log(x)), data = z)
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.1119 -2.4750 -0.8285  1.8197  5.3164
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    4.201     1.115   3.768 0.005485 **
I(log(x))     11.326     2.107   5.374 0.000666 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 3.157 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7831, Adjusted R-squared:  0.756
F-statistic: 28.88 on 1 and 8 DF, p-value: 0.0006664
plot(z$X,z$Y,xlab="X",ylab="Y",main="Логарифмическая")
lines(z$X,res3$coefficients[1]+res3$coefficients[2]*log(z$X),xlab="X",ylab="
Y",type="l",lty=1)
res4 <- lm(log(y) ~ x, data=z)
summary(res4)
Call:

```

```
lm(formula = log(y) ~ x, data = z)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.54139	-0.13715	0.07635	0.22232	0.28965

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-1.7181	0.2481	-6.924	0.000122 ***
x	2.1767	0.1640	13.275	9.9e-07 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

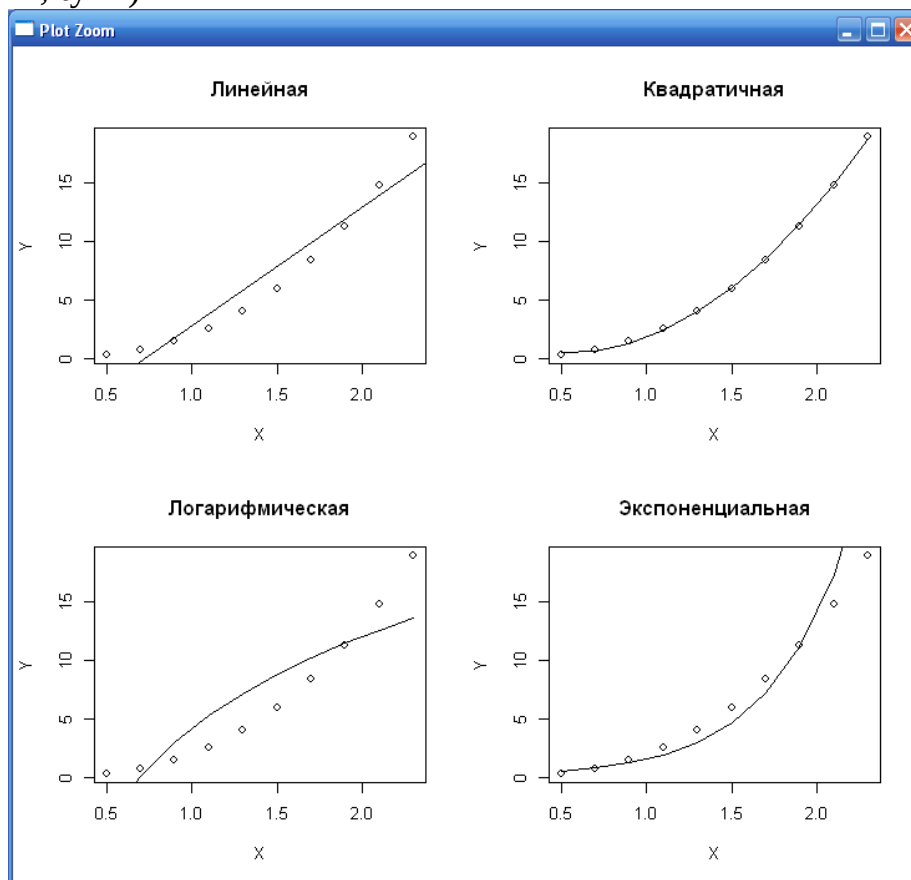
Residual standard error: 0.2979 on 8 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9566, Adjusted R-squared: 0.9511

F-statistic: 176.2 on 1 and 8 DF, p-value: 9.9e-07

```
plot(z$X,z$Y,xlab="X",ylab="Y",main="Экспоненциальная")
```

```
lines(z$X,exp(res4$coefficients[1]+res4$coefficients[2]*z$X),xlab="X",ylab="Y",type="l",lty=1)
```



З одержаних результатів випливає, що лінійне рівняння має такий вигляд: $Y = -7.329 + 10.141 \times X$.

Обидва елементи значущі ($p < .01$), коефіцієнт $R^2 = 0.9232$ – близький до одиниці.

Розрахунок поліноміальної (квадратичної) регресії призводить до таких результатів: $Y = 2.0637 - 5.9939 \times X + 5.7623 \times X^2$.

Усі елементи є значущими ($p < .01$), коефіцієнт $R^2 = 0.9995$ – ближче до одиниці, ніж коефіцієнт лінійної моделі.

При розрахунку логарифмічної кривої $R^2 = 0.7831$ (хоча елементи значущі), експоненційної – $R^2 = 0.9566$ (усі елементи також значущі).


```

library(RODBC)
channel <- odbcConnectExcel("ex-lab2.2.xls")
z <- sqlFetch(channel, "List1")
odbcClose(channel)
z <- na.omit(z)
z

```

	x1	x2	x3	x4	x5	Y
1	0.6363	0.7777	0.09549	2.423	0.9437	17.15
2	1.4130	1.7079	2.50659	5.877	3.5090	30.55
3	2.1829	1.7964	4.81103	9.232	5.1367	44.36
4	2.4408	2.8229	5.30358	10.996	10.1333	45.90
5	3.0355	3.9944	7.58143	11.700	11.2387	52.06
6	3.6707	4.9683	10.18764	14.233	12.1432	64.60
7	4.2894	5.1052	11.32267	14.648	12.9264	67.95
8	4.4223	5.3261	12.20801	18.187	14.3552	79.05
9	4.4944	5.8109	12.49590	19.776	19.1857	79.63
10	5.1033	6.2473	14.44638	23.325	24.1147	89.85
11	5.9497	7.9032	15.66833	24.394	25.2744	95.19
12	6.8023	8.6831	16.12509	25.209	27.4047	97.28

```

options(digits=4)
res <- lm(Y ~ X1+X2+X3+X4+X5, data=z)
res
call:
lm(formula = Y ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5, data = z)
Coefficients:
(Intercept)          x1          x2          x3          x4          x5
  1.00e+01   1.00e+00  -3.95e-15   2.00e+00   3.00e+00  -1.00e+00
summary(res)
call:
lm(formula = Y ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5, data = z)
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-6.17e-15 -2.84e-15 -2.24e-16  3.23e-15  5.78e-15
Coefficients:
              Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.00e+01   8.94e-15  1.12e+15 <2e-16 ***
x1           1.00e+00   9.04e-15  1.11e+14 <2e-16 ***
x2          -3.95e-15   6.63e-15 -6.00e-01  0.57
x3           2.00e+00   3.05e-15  6.55e+14 <2e-16 ***
x4           3.00e+00   2.92e-15  1.03e+15 <2e-16 ***
x5          -1.00e+00   1.81e-15 -5.53e+14 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 5.59e-15 on 6 degrees of freedom
Multiple R-squared:  1, Adjusted R-squared:  1
F-statistic: 4.74e+31 on 5 and 6 DF, p-value: <2e-16

```

Очевидно, що X2 ніяк не впливає на залежну змінну. Видаляємо її з моделі та повторюємо розрахунок:

```

res2 <- lm(Y ~ X1+X3+X4+X5, data=z)
res2
call:
lm(formula = Y ~ x1 + x3 + x4 + x5, data = z)
Coefficients:

```

```

(Intercept)      x1      x3      x4      x5
              10      1      2      3     -1
summary(res2)
Call:
lm(formula = Y ~ x1 + x3 + x4 + x5, data = z)
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-6.73e-15 -2.75e-15  5.07e-16  2.64e-15  5.74e-15
Coefficients:
              Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.00e+01   7.11e-15  1.41e+15 <2e-16 ***
x1           1.00e+00   5.76e-15  1.74e+14 <2e-16 ***
x3           2.00e+00   2.34e-15  8.55e+14 <2e-16 ***
x4           3.00e+00   2.03e-15  1.48e+15 <2e-16 ***
x5          -1.00e+00   1.20e-15 -8.33e+14 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 4.91e-15 on 7 degrees of freedom
Multiple R-squared:  1,    Adjusted R-squared:  1
F-statistic: 7.67e+31 on 4 and 7 DF,  p-value: <2e-16

```

Отримані результати точно відповідають нашим очікуванням: ми отримали функцію $Y = X_1 + 2X_3 + 3X_4 - X_5 + 10$.

Завдання №3. Цілочисельна умовна оптимізація

Сформулювати та вирішити задачу лінійного програмування – знайти мінімум (або максимум) цільової функції за наявності системи обмежень.

У загальному вигляді типове завдання лінійного програмування записується так:

$$\begin{cases}
 Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max (\min) \\
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1; \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2; \\
 \dots \\
 a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m; \\
 x_i \geq 0 \ (i = 1..n)
 \end{cases}$$

Якщо цільова функція є виразом прибутку від виробництва n видів продукції, здійснюється пошук максимуму, якщо розрахунок собівартості продукції, що складається з n компонентів – мінімуму. Як правило, розв'язання задачі складається з трьох етапів: формалізація (складання математичної моделі); рішення; аналіз одержаного рішення (економічні висновки). Далі наведено варіанти завдань та приклад рішення [2-3].

Варіант 0. Столярна майстерня для виробництва столів та стільців використовує 2 типи деревоматеріалів, причому є в наявності 500 м ДМ-1 та 300 м ДМ-2. Задано трудові ресурси у кількості 250 людино-годин. У табл. 9 наведено нормативи витрат кожного з видів ресурсів на виготовлення однієї одиниці виробу та прибуток на одну одиницю виробу.

Таблиця 9 – Нормативи витрат та прибуток

Сировина	Витрати на 1 од. вид.	
	Стільці	Столи
ДМ-1, м	3	6
ДМ-2, м	2	3
Праця. ресурси, люд-г.	1,5	2
Прибуток	7	12

Необхідно визначити таке поєднання виробів, що забезпечувало б максимальний прибуток за умов, що столів повинно бути вироблено не менше 20 штук, а стільців – не менше 80 штук.

Варіант 1. Припустимо, що ми вирішили виробляти кілька видів певного товару. Назвемо його умовно А, Б та В. Відомо, що реалізація одиниці товару А дає прибуток 8 грн, Б – 9 грн та В – 13 грн. Товар можна робити у будь-яких кількостях (збут забезпечений), але запаси сировини обмежені. Необхідно визначити, який товар і в якій кількості необхідно зробити, щоб загальний прибуток від реалізації був максимальним. Норми витрати сировини виробництва одиниці кожного виду товару наведено у таблиці 10.

Таблиця 10 – Норми витрати сировини

Сировина	Норми витрати сировини на одиницю кожного виду товару			Запас сировини
	А	Б	У	
З 1	13	22	11	330
С2	9	7	5	210
С3	10	4	6	250
Прибуток	8	9	13	

Варіант 2. Підприємство виготовляє продукцію за двома технологічними способами виробництва. За першим способом виготовляється 16 одиниць продукції на годину, по другому – 13 одиниць на годину. Норми витрати виробничих факторів за годину при різних способах виробництва та запаси ресурсів цих факторів представлені в таблиці 11.

Таблиця 11 – Норми витрати та обмеження щодо ресурсів

Чинники	Спосіб виробництва		Ресурси
	1	2	
1	2	1	60
2	2	3	70
3	2	1	50

Спланувати роботу підприємства, щоб отримати максимум продукції, якщо загальний час роботи підприємства по двом технологічним способам не більш як 30 годин і не менше 21 години.

Варіант 3. Для годівлі тварин фермер використовує два види кормів. У денному раціоні кожної тварини повинно міститися не менше 80 одиниць речовини А та 130 одиниць речовини Б. Знайти кількість корму, які необхідно витратити щодня на одну тварину, щоб витрати були мінімальними. Дані наведені у табл. 12.

Таблиця 12 – Дані для розв’язання задачі

Поживні речовини	Кількість поживних речовин в 1 кг корму (одиниць/кг)	
	К1	К2
А	5	6
Б	9	10
Ціна 1 кг корму, грн.	5	6

Варіант 4. Швейна фабрика виготовляє два види виробів: І1 та І2. Для виготовлення 1 одиниці виробу І1 потрібно 3 м тканини-1 та 2,6 м тканини-2. Для виготовлення 1 одиниці виробу І2 потрібно 2,2 м тканини-1 та 4 м тканини-2. Добові запаси тканини-1 становлять 350 м, тканини-2 – 400 м. Оптова ціна 1 одиниці І1 – 200 грн, 1 одиниці І2 – 150 грн. Визначити обсяги випуску І1 та І2, щоб прибуток фабрики був максимальним, якщо необхідно задовольнити добовий попит на І1 – 60 одиниць, на І2 – 40 одиниць.

Варіант 5. Кондитерський цех виготовляє три види цукерок: карамель, ірис, шоколадні, використовуючи при цьому чотири види сировини: какао, наповнювач, цукор, арахіс. Запаси сировини обмежені. Відомо, що реалізація 1 кг цукерок карамелі дає прибуток 1 грн, ірису – 1,6 грн та шоколадних – 3 грн. Необхідно визначити, яких цукерок і скільки потрібно зробити, щоб загальний прибуток від реалізації був максимальним, якщо потрібно задовольнити попит на 10 кг карамелі та 10 кг ірису. Норми витрати сировини виробництва кожного виду цукерок наведено у табл. 13.

Таблиця 13 – Дані для розв’язання задачі

Сировина	Норми витрати сировини			Запас сировини
	Карамель	Ірис	Шоколадні	
Какао	2	2,3	3,4	229
Наповнювач	2,8	2	1	180
Цукор	2,6	2,9	3,2	305
Арахіс	0	0	2	140
Прибуток	1	1,6	3	

Варіант 6. Для виробництва двох видів продукції підприємству необхідно чотири види сировини: А, Б, В та Г. Вартість 1 кг сировини та норми її витрати на виробництво одиниці продукції наведені в табл. 14. Необхідно скласти план випуску продукції, щоб витрати на придбання сировини були мінімальними, у своїй продукції П1 потрібно виробляти протягом доби щонайменше 153 одиниць, а П2 – щонайменше 223 одиниць.

Таблиця 14 – Дані для розв’язання задачі

Продукція	Норма витрати сировини на кожен вид продукції:		Вартість 1 кг сировини
	П1	П2	
А	5	3	5
Б	6	2	3
У	1	4	4
Г	4	4	6

Варіант 7. Швейна фабрика виготовляє два види виробів: І1 та І2. Для виготовлення 1 одиниці виробу І1 потрібно 3 м тканини-1 та 2,6 м тканини-2. Для виготовлення 1 одиниці виробу І2 потрібно 2,2 м тканини-1 та 4 м тканини-2. Добові запаси тканини-1 становлять 200 м, тканини-2 – 300 м. Оптова ціна 1 одиниці І1 – 220 грн, 1 одиниці І2 – 170 грн. Визначити обсяги випуску І1 та І2, щоб прибуток фабрики був максимальним, якщо необхідно задовольнити добовий попит на І1 та І2 у розмірі 30 одиниць кожного виду.

Варіант 8. До складу раціону годівлі входять 2 продукти: А і Б, що містять поживні речовини: В1, В2 та В3. Мінімальні норми споживання поживних речовин на добу та вміст поживних речовин в 1 кг відповідного продукту наведено у табл. 15. Скласти раціон годування, мінімальний за вартістю, якщо ціна 1 кг продукту А – 6 грн, Б – 4 грн.

Таблиця 15 – Дані для розв’язання задачі

Продукти	Поживні речовини			Ціна 1 кг
	В 1	В 2	У 3	
А	5	3	14	6
Б	4	5	4	4
Норми споживання	130	130	200	

Варіант 9. Підприємство випускає вироби двох видів: І1 та І2, використовуючи при цьому три види сировини: С1, С2, С3. Запаси сировини обмежені. Дохід від продажу одиниці готового виробу кожного виду та витрата сировини кожного виду при виробництві одиниці виробу І1 та І2 наведені в табл. 16.

Таблиця 16 – Дані для розв'язання задачі

Виріб	Витрата сировини			Дохід від продажу продукції 1 од. продукції
	3 1	C2	C3	
I1	2	2	2	5
I 2	3	1	2	7
Загальні запаси сировини	21	13	20	

Скласти план випуску кожного виду виробу, щоб дохід підприємства був максимальним.

Варіант 10. На виробництво 1 од. вироби-1 витрачається 400 кг металу, вироби-2 – 500 кг металу. Запас сировини (металу) 11 000 кг. Витрата робочого часу обладнання на виготовлення однієї одиниці виробу-1 та виробу-2 відповідно 4,0 ч. та 3,5 ч. Резерв робочого часу обладнання – 36,1 ч. Прибуток від реалізації однієї одиниці виробу-1 та виробу-2 відповідно становить: 85 г. е. і 120 г. е. Розробити план роботи цеху так, щоб прибуток був максимальним, причому випуск виробу-1 повинен бути не менше 3 од.

Варіант 11. Підприємство може працювати за двома технологічними процесами, причому кількість одиниць продукції за різними технологічними процесами за одиницю часу відповідно дорівнює 260 і 300. Резерв ресурсів і витрати виробничих факторів за технологічними процесами в одиницю часу наведено в табл. 17. Скласти план максимального випуску продукції.

Таблиця 17 – Дані для розв'язання задачі

Виробничий фактор	Технологічний процес		Резерв ресурсу
	1	2	
Ф-1	1	2	100
Ф-2	4	3	260
Ф-3	3	4	260

Варіант 12. Виробництво кожного із двох видів дерево-продукції включає три операції. Витрати часу з кожної операції однією виріб і прибуток від одного виробу наведено у табл. 18. Розрахувати кількість виробів кожного виду, які має виробити підприємство, щоб отримати максимум прибутку, причому кількість виробів А має бути не більше ніж 65, а В – не більше ніж 50 одиниць.

Таблиця 18 – Дані для розв’язання задачі

Вироби	Витрати виготовлення одного виробу			Прибуток, грн.
	1	2	3	
А	9	13	6	40
Б	10	7	5	35
Фонд часу на кожну операцію	750	570	1000	

Варіант 13. Для виготовлення трьох видів виробів на швейній фабриці використовують два види тканини, а також деякі інші матеріали. Норми витрати кожного виду матеріалу на пошиття одного виробу, загальний запас матеріалів та прибуток від реалізації одного виробу наведено в табл. 19. Визначити, скільки виробів кожного виду має зробити фабрика, щоб прибуток від виготовленої продукції був максимальним.

Таблиця 19 – Дані для розв’язання задачі

Чинники	Норми витрати тканини на 1 виріб, м			Загальний запас матеріалів, м
	А	В	С	
Тканина 1	1,5	2	2,3	200
Тканина 2	2,5	3	2	350
Інші матеріали	5	4	3,5	400
Прибуток	100	105	110	

Варіант 14. Для виготовлення двох видів продукції – А та Б – підприємство використовує два види обладнання – О1 та О2. Резерв робочого часу обладнання складає 320 та 240 відповідно. Норми часу, який необхідний для виробництва одиниці виробленої продукції, наведено у табл. 20. Необхідно спланувати виробництво так, щоб отримати максимальний прибуток, за умови, що виробів А має бути випущено не менше 16 од., а прибуток від виробництва виробу становить 31 г. од., Б -18 г. од.

Таблиця 20 – Дані для розв’язання задачі

Продукція	Норми витрати часу обладнання	
	О1	О2
А	2	3
Б	1,2	0,5

Варіант 15. Хлібопекарський цех випікає два види хліба: А та Б, при цьому використовуються два види борошна: борошно-1 та борошно-2. Запас борошна на складі кожного виду відповідно 800 кг та 540 кг. Норми витрати борошна виробництва одиниці виробленої продукції та норми витрати робочого дня устаткування наведено у табл. 21. Прибуток від

одиниці готової продукції А становить 0,15 грн, а Б – 0,2 грн. Необхідно скласти план випуску, що забезпечує максимальний прибуток.

Таблиця 21 – Дані для розв’язання задачі

Продукція	Види ресурсів			Прибуток від од. виробу, грн.
	Борошно-1, кг	Борошно-2, кг	Час, год	
А	1	1,1	0,3	0,15
Б	0,9	1	0,4	0,2
Запас ресурсів	800	540	165	

Варіант 16. Столярна майстерня для столів і стільців використовують 2 типу дерево-матеріалів, причому є в наявності 500 м ДМ-1 і 300 м ДМ-2. Задано трудові ресурси у кількості 250 люд.-г. У табл. 22 наведено нормативи витрат кожного з видів ресурсів на виготовлення однієї одиниці виробу та прибуток на одну одиницю виробу.

Таблиця 22 – Дані для розв’язання задачі

Сировина	Витрати на 1 од. вид.	
	Стільці	Столи
ДМ-1, м	4	7
ДМ-2, м	2	3
Труд. ресурси, люд.-г.	1,5	3
Прибуток	8	12

Необхідно визначити таке поєднання виробів, що забезпечувало б максимальний прибуток за умов, що столів повинно бути вироблено не менше 17 штук, а стільців – не менше 60 штук.

Варіант 17. Необхідно розрахувати виробничий план випуску продукції на добу при автоматизованому режимі виробництва двох видів продукції – П1 і П2, який би максимальний прибуток. Витрата часу роботи устаткування (за годину) однією виріб представлений у табл. 23. Максимальний час роботи обладнання О1 – 13,0 годин, обладнання О2 – 12,5 годин на добу. Прибуток від продажу одиниці продукції П1 становить 5 г. од., П2 – 4 г. од. У цьому продукції П1 необхідно випустити щонайменше 3 од., а П2 – щонайменше 2 од.

Таблиця 23 – Дані для розв’язання задачі

Продукція	Устаткування	
	О1	О2
П1	2,0	2,2
П2	1,4	1,8

Варіант 18. Комерційний магазин займається закупівлею та перепродажем взуття. Закупівельні ціни та ціни продажу наведені у табл. 24.

Таблиця 24 – Дані для розв'язання задачі

Взуття	Ціни	
	Закупівля	Реалізація
Туфлі	200	250
Чоботи	450	510

Скласти план раціонального вкладення грошей, якщо загальна сума, яку має магазин зараз, становить 13 000 г. од., при цьому потрібно придбати не менше 12 пар туфель і 7 пар чобіт.

Варіант 19. На виробничому підприємстві, до складу якого входять 2 виробничі цехи, виготовляються 2 види виробу: А та Б. Вироби обробляються у кожному цеху. Норми часу, необхідні виготовлення одиниці виробу у відповідних цехах, і виробничі потужності цехів у годинах на добу наведені у табл. 25. Прибуток від продажу виробу А становить 3 г. од., «Б» – 3,7 г. од.. Скласти програму виробництва, що забезпечує максимальний прибуток, причому необхідно випустити хоча б 2 одиниці виробу Б.

Таблиця 25 – Дані для розв'язання задачі

Цех	Виріб		Виробничі потужності
	1	2	
1	1,8	2,1	20
2	2,0	3	13

Варіант 20. Підприємство випускає два види виробів: І1 та І2. Виробництво кожного виду виробу має пройти три операції. Витрати часу кожної операції однією виріб і прибуток від одного виробу наведено у табл. 26. Розрахувати, скільки виробів кожного виду має зробити підприємство, щоб отримати максимальний прибуток, причому кількість виробів І1 має бути не менше 31 одиниці, а виробів І2 – не менше 20 одиниць.

Таблиця 26 – Дані для розв'язання задачі

Продукція	Витрати на випуск одного виду виробу			Прибуток, грн
	31	32	33	
І1	3,00	2,50	5,00	40,00
І2	1,00	3,00	4,00	56,00
Фонд часу на кожну операцію	560,00	1100,00	900,00	

Варіант 21. Для годівлі тварини використовують два види корму. Необхідна кількість поживних речовин має бути: А – не менше ніж 13 од., В – не менше ніж 16 од. та С – не менше 6 од. Мінімальні норми споживання поживних речовин на добу та вміст поживних речовин в 1 кг відповідного продукту наведено у табл. 27. Ціна 1 кг корму першого виду дорівнює 40 г. од., корми другого виду – 55 г. од. Скільки корми кожного виду потрібно витратити щодня, щоб витрати на нього були мінімальними?

Таблиця 27 – Дані для розв'язання задачі

Поживні речовини	Корм	
	1	2
А	2	1
В	2	3
С	0	2

Варіант 22. Прибуток від трьох видів товару Т1, Т2 і Т3 становить 10 г. од., 11 г. од. та 9 г. од. за 1 одиницю відповідно. Запаси сировини обмежені. Необхідно визначити, який товар і в якій кількості необхідно зробити, щоб загальний прибуток від реалізації був максимальним. Норми витрати сировини виробництва одиниці кожного виду товару наведено в табл. 28.

Таблиця 28 – Дані для розв'язання задачі

Сировина	Норми витрати сировини на одиницю кожного виду товару			Запас сировини
	Т1	Т2	Т3	
1	10	8	6	550
2	6	4	7	400
3	5	8	7	350

Варіант 23. Для виробництва двох видів карамелі: К1 та К2, використовується три види сировини: С1, С2 та С3. Запаси сировини обмежені. Відомо, що реалізація 1 кг К1 дає прибуток 2,1 г. од., К2 – 1,9 г. од. Знайти оптимальний обсяг випуску кожного виду карамелі, щоб загальний прибуток від реалізації був максимальним. Норми витрати сировини виробництва кожного виду цукерок наведено у табл. 29.

Таблиця 29 – Дані для розв'язання задачі

Сировина	Норми витрати сировини		Запас сировини
	К1	К2	
С1	1,8	2,0	300
С2	2,1	1,8	280
С3	1,5	1,6	255

Варіант 24. На виготовлення двох видів продукції П1 та П2 підприємство використовує два види обладнання. Резерв робочого часу обладнання складає 340 та 300 годин відповідно. Норми витрати часу, який є необхідним для виробництва одиниці виробленої продукції з допомогою устаткування 1-го виду – 2,5 і 2,0; обладнання 2-го виду – 1,9 та 1,3. Прибуток від виробництва виробу П1 становить 42 г. од., Б – 25 г. од. Розрахувати виробничу програму так, щоб прибуток був максимальним, при цьому виробів П2 має бути випущено не менше 10 од.

Варіант 25. До складу раціону годівлі входять 2 продукти: А і Б, що містять поживні речовини: В1, В2 та В3. Мінімальні норми споживання поживних речовин на добу та вміст поживних речовин в 1 кг відповідного продукту наведено у табл. 30 Скласти раціон годування, мінімальний за вартістю, якщо ціна 1 кг продукту А – 6 г. од., Б – 4 г. од..

Таблиця 30 – Дані для розв'язання задачі

Продукти	Поживні речовини		
	В 1	В 2	У 3
А	5	3	2
Б	4	5	4
Норми споживання	250	300	250

Варіант 26. Хлібопекарський цех випікає два види хліба: А та Б, при цьому використовуються два види борошна: борошно-1 та борошно-2. Запас борошна на складі кожного виду відповідно 800 кг та 540 кг. Норми витрати борошна виробництва одиниці виробленої продукції та норми витрати робочого дня устаткування наведено у табл. 31. Прибуток від одиниці готової продукції А становить 0,1 г. од., а Б – 0,2 г. од.. Необхідно скласти план випуску, що забезпечує максимальний прибуток.

Таблиця 31 – Дані для розв'язання задачі

Продукція	Види ресурсів		
	Борошно-1 кг	Борошно-2 кг	Час, год
А	1,2	1,1	0,5
Б	1,1	1	0,4
Запас ресурсів	450	400	165

Варіант 27. Підприємство випускає два види виробів: І1 та І2. Виробництво кожного виду виробу складається із трьох операцій. Витрати часу з кожної операції однією виріб і прибуток від одного виробу наведено у табл. 32. Розрахувати, скільки виробів кожного виду має зробити підприємство, щоб отримати максимальний прибуток, причому кількість виробів І1 та І2 має бути не менше 20 одиниць.

Таблиця 32 – Дані для розв'язання задачі

Продукція	Витрати на випуск одного виду виробу			Прибуток, грн
	31	32	33	
I1	3	2,5	5	50
I 2	2	3	4	36
Фонд часу на кожну операцію	550	500	900	

Приклад виконання завдання

Для виробництва двох видів продукції (А та В) використовується три види сировини. Для виробництва одиниці виробу А сировини 1, 2, 3-го видів використовується 5, 4 та 3 кг відповідно, для одиниці виробу В – 3, 3 та 4 кг. На виготовлення всіх виробів адміністрація підприємства може надати сировини 1, 2 та 3 видів не більше, ніж на 720, 600 та 660 кг відповідно. Прибуток від одиниці виробу А – 5 г. од., одиниці виробу В – 6 г. од. Скласти план виробництва виробів А і В, що забезпечує максимальний прибуток.

Рішення

1 Формалізація завдання.

Нехай x_1 – кількість випущених виробів А, x_2 – кількість випущених виробів В. Тоді цільова функція – прибуток від продукції – дорівнює:

$$F = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max.$$

Складемо систему обмежень. Обмеження за сировиною першого виду – 720 кг. Виготовлення одного виробу А витрачається 5 кг, виробу В – 3 кг. Отже, $5x_1 + 3x_2 \leq 720$. Аналогічно розмірковуючи, складемо обмеження щодо сировини другого ($4x_1 + 3x_2 \leq 600$) та третього ($3x_1 + 4x_2 \leq 660$) видів. Оскільки x_1 і x_2 – кількість виробів, то вони не негативні.

Здобули математичну модель завдання:

$$\begin{aligned} F &= 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \leq 720, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 600, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 660; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

2 Розв'язання задачі (програма на R):

```
library("boot")
fun <- c(5, 6)
b1v = c(720, 600, 660)
vit1 <- c(5, 3)
vit2 <- c(4, 3)
vit3 <- c(3, 4)
res = simple (a = fun, A1 = rbind (vit1, vit2, vit3), b1 = b1v, maxi = TRUE)
res
Linear Programming Results
Call : simplex(a = fun, A1 = rbind(vit1, vit2, vit3), b1 = b1v, maxi = TRUE)
```

Maximization Problem with Objective Function Coefficients

x1 x2

5 6

Optimal solution has the following values

x1 x2

60 120

The optimal value of the objective function is 1020.

res\$soln

x1 x2

60 120

b1v[1]-sum(vit1*res\$soln)

[1] 60

b1v[2]-sum(vit2*res\$soln)

[1] 0

b1v[3]-sum(vit3*res\$soln)

[1] 0

3 Економічний висновок

Прибуток підприємства буде максимальним, якщо випускати 60 виробів А та 120 виробів В – 1020 г. од. У цьому виникає надлишок одного виду ресурсів 60 кг. Ресурси видів 2 та 3 використовуються повністю.

Завдання №4. Багатовимірна безумовна оптимізація

Розв'язати задачу оптимізації. Для заданої функції знайти:

– безумовний мінімум;

– максимальне та мінімальне значення в допустимій області пошуку, заданої обмеженнями $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$ та $y_{\min} < y < y_{\max}$;

– побудувати графік поверхні.

Варіанти завдань вибираються відповідно до табл. 32 [4].

Таблиця 32 – Вихідні дані

Вар.	Вид функції	a	b	c	$x_{\min}$	$x_{\max}$	$y_{\min}$	$y_{\max}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	14	4	-	-5	15	10	30
2	1	7	19	-	-7	13	4	24
3	1	25	26	-	4	24	9	29
4	2	9	26	24	-4	16	-7	13
5	2	18	2	20	-8	12	2	22
6	2	3	13	18	0	20	-4	16
7	3	28	6	1	-2	18	-7	13
8	3	6	1	7	-6	14	-9	11
9	3	11	5	29	2	22	4	24
10	1	3	10	-	-1	19	-4	16
11	1	6	27	-	-6	14	8	28
12	1	24	26	-	2	22	-8	12
13	2	6	11	17	-10	10	-6	14
14	2	25	12	4	10	30	2	22

Продовження таблиці 32

1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	2	5	16	20	-1	19	9	29
16	3	16	7	19	8	28	2	22
17	3	22	18	22	-2	18	2	22
18	3	19	15	23	0	20	-7	13
19	1	26	7	-	-2	18	6	26
20	1	24	6	-	-7	13	0	20
21	1	6	27	-	-9	11	0	20
22	2	17	26	11	10	30	1	21
23	2	17	4	29	6	26	8	28
24	2	24	21	16	-5	15	2	22
25	3	17	8	3	-3	17	-8	12
26	3	16	32	5	-7	12	-9	16
27	3	12	4	23	-5	15	-2	18
28	2	18	2	20	-8	12	2	22
29	2	3	13	18	0	20	-4	16
30	3	28	6	1	-2	18	-7	13

Вид функції:

- 1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z$ – еліптичний параболоїд;
- 2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ – еліптичний дійсний конус;
- 3) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ – двопорожнинний гіперболоїд

Перед вставкою функції необхідно встановити початкову точку $M_0(x_0, y_0)$, де $x_0 = 0,1N$; $y_0 = 0,3N$ (N – номер варіанта).

Приклад виконання завдання

Вар.	Вид функції	a	b	c	$x_{\min}$	$x_{\max}$	$y_{\min}$	$y_{\max}$
30	3	28	6	1	-2	18	-7	13

$a < -28$

$b < -6$

$c < -1$

```
fun <- function(x) {c*sqrt(x[1]^2/a^2 + x[2]^2/b^2 + 1)}
```

```
res1 <- optim(c(3,9), fun, NULL, method = "L-BFGS-B", lower = -Inf, upper = Inf, hessian = TRUE)
```

```
res1$par
```

```
[1] 1.860518e-06 -4.330932e-07
```

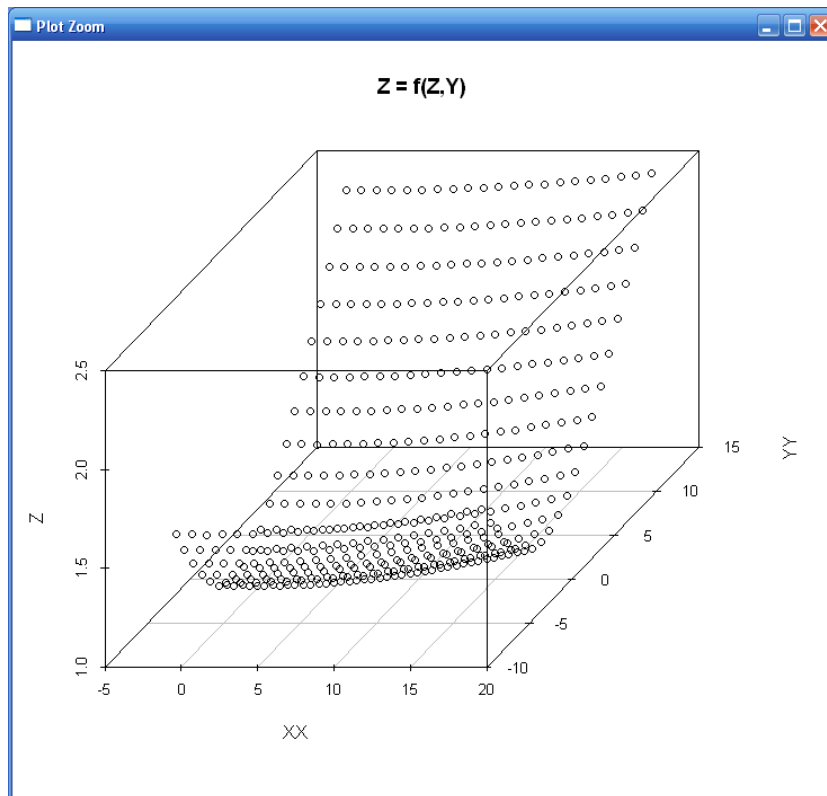
```
res1$value
```

```
[1] 1
```

```

res2 <- optim(c(3,9), fun, NULL, method = "L-BFGS-B", lower = c(-2,-7),
upper = c(18,13), hessian = TRUE)
res2$par
[1] -3.916361e-05  7.627807e-06
res2$value
[1] 1
X <- seq(-2,18,1)
Y <- seq(-7,13,1)
N <- length(X)*length(Y) # макс. число сочетаний
length(Z) <- N
XX <- X
length(XX) <- N
YY <- Y
length(YY) <- N
x <- c(0,0)
k <- 0
for (i in seq_along(X)) {
  for (j in seq_along(Y)) {
    x[1] <- X[i]
    x[2] <- Y[j]
    k <- k+1
    XX[k] <- x[1]
    YY[k] <- x[2]
    Z[k] <- fun(x)
  }
}
ZZ <- data.frame(XX,YY,Z)
head(ZZ)
  XX YY      Z
1 -2 -7 1.538250
2 -2 -6 1.416016
3 -2 -5 1.303667
4 -2 -4 1.203971
5 -2 -3 1.120313
6 -2 -2 1.056510
min(ZZ$Z)
[1] 1
ZZ$X[match(min(ZZ$Z),ZZ$Z)]
[1] 0
ZZ$Y[match(min(ZZ$Z),ZZ$Z)]
[1] 0
max(ZZ$Z)
[1] 2.471378
ZZ$X[match(max(ZZ$Z),ZZ$Z)]
[1] 18
ZZ$Y[match(max(ZZ$Z),ZZ$Z)]
[1] 13
library(scatterplot3d)
scatterplot3d(XX, YY, Z, main="Z = f(Z,Y)")

```



Висновки: глобальний мінімум заданої функції дорівнює 1 і досягається в точці (0,0), мінімум в області пошуку відповідає глобальному мінімуму, максимум в області пошуку відповідає крайній точці (18, 13) і дорівнює 2.471378.

Завдання № 5. Прогнозування з використанням методу штучних нейронних мереж

Повторити рішення завдання № 1 (табл. 8) та завдання № 2 методом штучних нейронних мереж. Для першого завдання – здійснити прогноз для найближчого цілого аргументу.

Рішення

```
library(neuralnet)
x <- c(0.5,0.7,0.9,1.1,1.3,1.5,1.7,1.9,2.1,2.3)
y <- c(0.31,0.76,1.5,2.59,4.06,5.98,8.38,11.32,14.83,18.95)
Z <- data.frame(x,y)
colnames(Z) <- c("X","Y")
Z
```

	X	Y
1	0.5	0.31
2	0.7	0.76
3	0.9	1.50
4	1.1	2.59
5	1.3	4.06
6	1.5	5.98
7	1.7	8.38

```

8  1.9 11.32
9  2.1 14.83
10 2.3 18.95
min.X <- min(Z$X)
min.Y <- min(Z$Y)
range.X <- diff(range(Z$X))
range.Y <- diff(range(Z$Y))
Z.norm <- data.frame (
  X = (Z $ X - min. X) / range.X,
  Y = (Z $ Y - min.Y) / range.Y
)
summary(Z.norm)

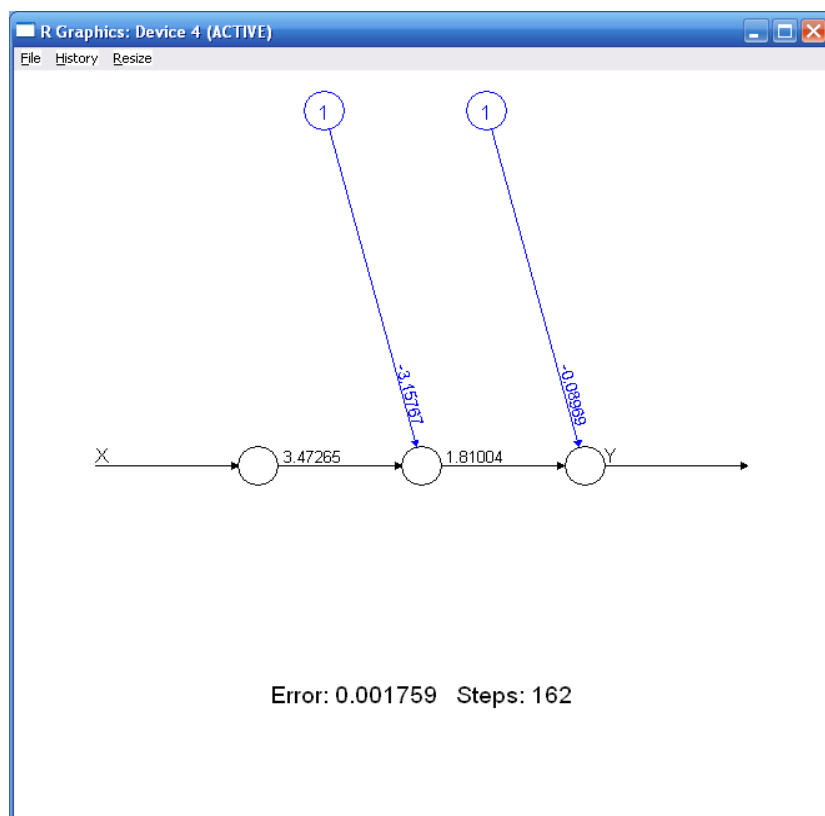
```

X		Y	
Min.	:0.00	Min.	:0.00000
1st Qu.	:0.25	1st Qu.	:0.07846
Median	:0.50	Median	:0.25268
Mean	:0.50	Mean	:0.35182
3rd Qu.	:0.75	3rd Qu.	:0.55123
Max.	:1.00	Max.	:1.00000

```

net <- neuralnet(Y ~ X, Z.norm)
plot(net)

```



```

net$net.result
[[1]]
      [,1]
[1,] -0.02023938
[2,]  0.01251574
[3,]  0.05941998
[4,]  0.12491045
[5,]  0.21319948

```

```

[6,] 0.32675718
[7,] 0.46429941
[8,] 0.61927012
[9,] 0.78027353
[10,] 0.93404549
testZ <- 3
testZ.norm <- (testZ - min.X)/range.X
testZ.norm
[1] 1.388889
testZ.norm <- data.frame(X = testZ.norm, Y = testZ.norm)
result <- round(compute(net, testZ.norm)$net.result * range.Y + min.Y)
result
[,1]
[1,] 25

```

Отримали розв'язання першої частини задачі: $Y(3) = 25$.

```

options(digits=4)
library(RODBC)
channel <- odbcConnectExcel("ex-lab2.2.xls")
Z <- sqlFetch(channel, "List1")
odbcClose(channel)
Z <- na.omit(Z)
Z

```

	x1	x2	x3	x4	x5	Y
1	0.6363	0.7777	0.09549	2.423	0.9437	17.15
2	1.4130	1.7079	2.50659	5.877	3.5090	30.55
3	2.1829	1.7964	4.81103	9.232	5.1367	44.36
4	2.4408	2.8229	5.30358	10.996	10.1333	45.90
5	3.0355	3.9944	7.58143	11.700	11.2387	52.06
6	3.6707	4.9683	10.18764	14.233	12.1432	64.60
7	4.2894	5.1052	11.32267	14.648	12.9264	67.95
8	4.4223	5.3261	12.20801	18.187	14.3552	79.05
9	4.4944	5.8109	12.49590	19.776	19.1857	79.63
10	5.1033	6.2473	14.44638	23.325	24.1147	89.85
11	5.9497	7.9032	15.66833	24.394	25.2744	95.19
12	6.8023	8.6831	16.12509	25.209	27.4047	97.28

```

min.X1 <- min(Z$X1)
min.X2 <- min(Z$X2)
min.X3 <- min(Z$X3)
min.X4 <- min(Z$X4)
min.X5 <- min(Z$X5)
min.Y <- min(Z$Y)
range.X1 <- diff(range(Z$X1))
range.X2 <- diff(range(Z$X2))
range.X3 <- diff(range(Z$X3))
range.X4 <- diff(range(Z$X4))
range.X5 <- diff(range(Z$X5))
range.Y <- diff(range(Z$Y))
Z.norm <- data.frame (
X1 = (Z $ X1 - min.X1) / range.X1,

```

```

X2 = (Z $ X2 - min.X2) / range.X2,
X3 = (Z $ X3 - min.X3) / range.X3,
X4 = (Z $ X4 - min.X4) / range.X4,
X5 = (Z $ X5 - min.X5) / range.X5,
Y = (Z $ Y - min.Y) / range.Y
)

```

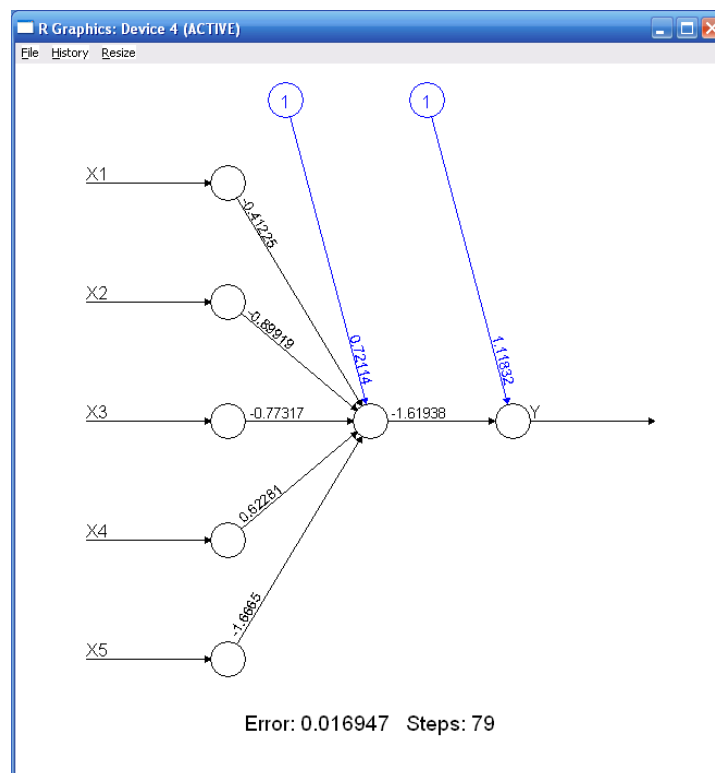
```
summary(Z.norm)
```

x1	x2	x3	x4
Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.000
1st Qu.:0.282	1st Qu.:0.226	1st Qu.:0.317	1st Qu.:0.357
Median :0.542	Median :0.539	Median :0.665	Median :0.527
Mean :0.497	Mean :0.483	Mean :0.580	Mean :0.552
3rd Qu.:0.650	3rd Qu.:0.650	3rd Qu.:0.804	3rd Qu.:0.800
Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.000

x5	Y
Min. :0.000	Min. :0.00
1st Qu.:0.300	1st Qu.:1.52
Median :0.438	Median :2.64
Mean :0.488	Mean :2.49
3rd Qu.:0.736	3rd Qu.:3.49

```
net <- neuralnet(Y ~ X1+X2+X3+X4+X5, Z.norm)
```

```
plot(net)
```



```
net$net.result
```

```
[[1]]
```

```

[,1]
[1,] 0.09063
[2,] 0.65410
[3,] 1.41826
[4,] 1.55971
[5,] 1.83946
[6,] 2.50884

```

```

[7,] 2.76383
[8,] 3.35484
[9,] 3.41710
[10,] 3.89990
[11,] 4.13230
[12,] 4.29137
testZ <- c(6.8023,8.6831,16.12509,25.209,27.4047,97.28)
testZ.norm <- testZ
testZ.norm[1] <- (testZ.norm[1] - min.X1) / range.X1
testZ.norm[2] <- (testZ.norm[2] - min.X2) / range.X2
testZ.norm[3] <- (testZ.norm[3] - min.X3) / range.X3
testZ.norm[4] <- (testZ.norm[4] - min.X4)/range.X4
testZ.norm[5] <- (testZ.norm[5] - min.X5) / range.X5
testZ.norm[6] <- (testZ.norm[6] - min.Y)/range.Y
testZ.norm <- data.frame(X1 = testZ.norm[1], X2 = testZ.norm[2],
X3 = testZ.norm[3], X4 = testZ.norm[4],
X5 = testZ.norm[5], Y = testZ.norm[6])
result <- round(compute(net, testZ.norm)$net.result * range.Y + min.Y)
result
[,1]
[1,] 97

```

Лабораторна робота № 3. Вирішення окремих задач інтелектуального аналізу даних

Мета роботи: отримання навичок складання програм, що реалізують вирішення завдань класифікації та кластеризації.

Завдання №1. Задача класифікації

За аналогією із завданням №2 лабораторної роботи №2 сформулювати впорядкований масив багатовимірних даних (таблицю) на основі генератора випадкових чисел. Число незалежних змінних визначити як $2+N$, де N – номер варіанта при $N \leq 10$. Якщо $N > 10$, то використовувати $N - 10$. Число спостережень (рядків) задати самостійно, але не менше 10. Залежна змінна має бути категоріальною та мати два можливі значення.

Вирішити задачу класифікації трьома способами: логістичною регресією, методом дерев рішень та методом штучних нейронних мереж.

Приклад виконання завдання

Номер варіанта – 15. Кількість незалежних змінних: $2+(13-10)=5$. Генеруємо дані:

X1	X2	X3	X4	X5	Y
0,6363	0,7777	0,0955	2,4226	0,9437	Negative
1,4130	1,7079	2,5066	5,8772	3,5090	Negative
2,1829	1,7964	4,8110	9,2319	5,1367	Negative
2,4408	2,8229	5,3036	10,9959	10,1333	Negative
3,0355	3,9944	7,5814	11,7002	11,2387	Negative
3,6707	4,9683	10,1876	14,2331	12,1432	Positive
4,2894	5,1052	11,3227	14,6485	12,9264	Positive
4,4223	5,3261	12,2080	18,1874	14,3552	Positive
4,4944	5,8109	12,4959	19,7760	19,1857	Positive
5,1033	6,2473	14,4464	23,3245	24,1147	Positive
5,9497	7,9032	15,6683	24,3935	25,2744	Positive
6,8023	8,6831	16,1251	25,2094	27,4047	Positive

```
options(digits=4)
library(RODBC)
channel <- odbcConnectExcel("ex-lab3.1.xls")
z <- sqlFetch(channel, "List1")
odbcClose(channel)
z <- na.omit(z)
z$Y1[z$Y == "Negative"] <- 0
z$Y1[z$Y == "Positive"] <- 1
```

z

	x1	x2	x3	x4	x5	Y	Y1
1	0.6363	0.7777	0.09549	2.423	0.9437	Negative	0
2	1.4130	1.7079	2.50659	5.877	3.5090	Negative	0
3	2.1829	1.7964	4.81103	9.232	5.1367	Negative	0
4	2.4408	2.8229	5.30358	10.996	10.1333	Negative	0
5	3.0355	3.9944	7.58143	11.700	11.2387	Negative	0
6	3.6707	4.9683	10.18764	14.233	12.1432	Negative	0
7	4.2894	5.1052	11.32267	14.648	12.9264	Positive	1
8	4.4223	5.3261	12.20801	18.187	14.3552	Positive	1
9	4.4944	5.8109	12.49590	19.776	19.1857	Positive	1
10	5.1033	6.2473	14.44638	23.325	24.1147	Positive	1
11	5.9497	7.9032	15.66833	24.394	25.2744	Positive	1
12	6.8023	8.6831	16.12509	25.209	27.4047	Positive	1

логістична регресія

```
res <- glm(Y1 ~ X1+X2+X3+X4+X5, data=z, family=binomial())
summary(res)
```

Call:

```
glm(formula = Y1 ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5, family = binomial(),
     data = z)
```

Deviance Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-9.33e-06	-2.10e-08	0.00e+00	1.90e-06	8.06e-06

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	-84.96	798492.28	0	1

```

x1          35.22  831102.65      0      1
x2         -71.86  497912.76      0      1
x3          29.93  496555.80      0      1
x4          -7.56  123670.97      0      1
x5           7.53   90161.17      0      1
(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
Null deviance: 1.6636e+01 on 11 degrees of freedom
Residual deviance: 2.7677e-10 on 6 degrees of freedom
AIC: 12
Number of Fisher Scoring iterations: 25
testdata <- data.frame(X1=c(1.4,3.7,6), X2=c(1.7,5,8), X3=c(2.5,10,16),
X4=c(6,14,24) , X5 = c (3.5,12,25))
testdata$test <- predict(res, newdata=testdata, type="response")
testdata$test <- round(testdata$test)
testdata
  x1 x2 x3 x4 x5 test
1 1.4 1.7 2.5 6 3.5 0
2 3.7 5.0 10.0 14 12.0 0
3 6.0 8.0 16.0 24 25.0 1
# метод дерев рішень
library(rpart)
library(rpart.plot)
fit <- rpart(Y1 ~ X1+X2+X3+X4+X5, data=z, method="class")
summary(fit)
Call:
rpart(formula = Y1 ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5, data = z, method = "class")
n= 12
  CP nsplit rel error xerror xstd
1 0.01      0      1      0      0
Node number 1: 12 observations
  predicted class=0 expected loss=0.5 P(node) =1
  class counts:      6      6
  probabilities: 0.500 0.500
rpart.plot(fit, extra = 106)
predict(fit, newdata=testdata, type="class")
[1] 0 0 0
Levels: 0 1
# нейронні сіті
library(neuralnet)
min.X1 <- min(z$X1)
min.X2 <- min(z$X2)
min.X3 <- min(z$X3)
min.X4 <- min(z$X4)
min.X5 <- min(z$X5)
min.Y1 <- min(z$Y1)
range.X1 <- diff(range(z$X1))
range.X2 <- diff(range(z$X2))
range.X3 <- diff(range(z$X3))
range.X4 <- diff(range(z$X4))
range.X5 <- diff(range(z$X5))

```

```

range.Y1 <- diff(range(z$Y1))
z.norm <- data.frame (
X1 = (z $ X1 - min.X1) / range.X1,
X2 = (z $ X2 - min.X2) / range.X2,
X3 = (z $ X3 - min.X3) / range.X3,
X4 = (z$X4 - min.X4) / range.X4,
X5 = (z $ X5 - min.X5) / range.X5,
Y1 = (z $ Y1 - min.Y1) / range.Y1
)
summary(z.norm)

```

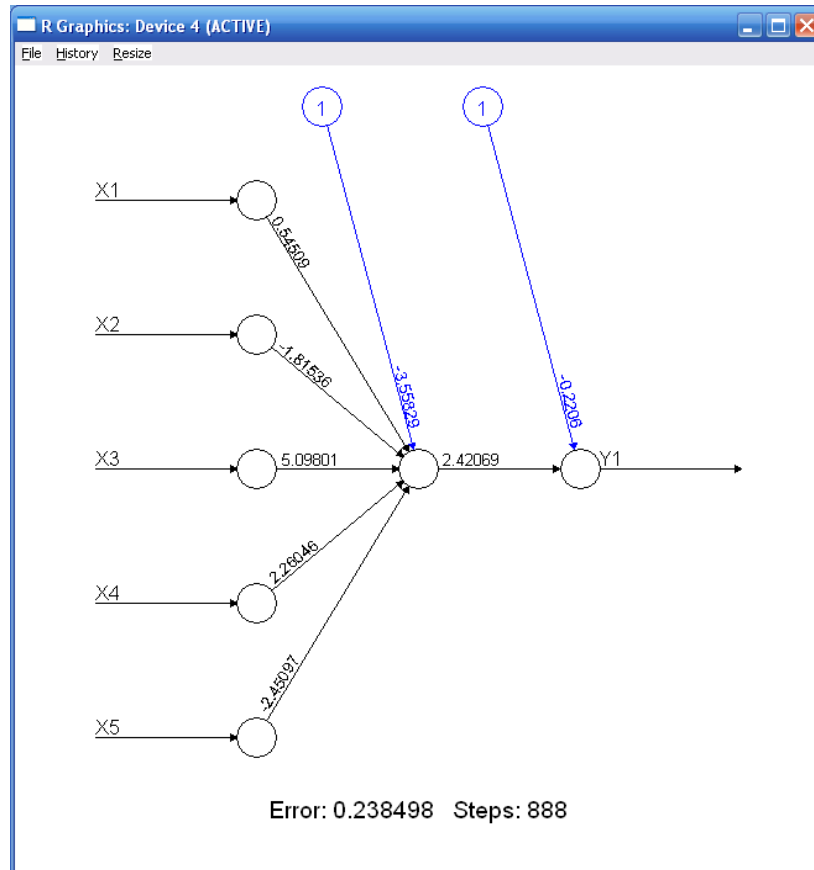
x1	x2	x3	x4
Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.000
1st Qu.:0.282	1st Qu.:0.226	1st Qu.:0.317	1st Qu.:0.357
Median :0.542	Median :0.539	Median :0.665	Median :0.527
Mean :0.497	Mean :0.483	Mean :0.580	Mean :0.552
3rd Qu.:0.650	3rd Qu.:0.650	3rd Qu.:0.804	3rd Qu.:0.800
Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.000

x5	y1
Min. :0.000	Min. :0.0
1st Qu.:0.300	1st Qu.:0.0
Median :0.438	Median :0.5
Mean :0.488	Mean :0.5
3rd Qu.:0.736	3rd Qu.:1.0
Max. :1.000	Max. :1.0

```

net <- neuralnet(Y1 ~ X1+X2+X3+X4+X5, z.norm)
net$net.result
[[1]]
      [,1]
[1,] -0.136642
[2,] -0.086328
[3,]  0.064612
[4,]  0.008861
[5,]  0.153632
[6,]  0.476940
[7,]  0.706861
[8,]  0.863881
[9,]  0.756605
[10,] 1.063976
[11,] 1.078454
[12,] 1.043176
plot(net)

```



```

for (i B 1:3)
{
testZ
c(testdata$X1[i],testdata$X2[i],testdata$X3[i],testdata$X4[i],testdata$X5[i])
testZ.norm <- testZ
testZ.norm[1] <- (testZ.norm[1] - min.X1) / range.X1
testZ.norm[2] <- (testZ.norm[2] - min.X2) / range.X2
testZ.norm[3] <- (testZ.norm[3] - min.X3) / range.X3
testZ.norm[4] <- (testZ.norm[4] - min.X4)/range.X4
testZ.norm[5] <- (testZ.norm[5] - min.X5) / range.X5
testZ.norm <- data.frame(X1 = testZ.norm[1], X2 = testZ.norm[2],
X3 = testZ.norm[3], X4 = testZ.norm[4],
X5 = testZ.norm[5])
result <- round(compute(net, testZ.norm)$net.result * range.Y1 + min.Y1)
print(i)
print(result)
}
[1] 1
[,1]
[1,] 0
[1] 2
[,1]
[1,] 0
[1] 3
[,1]
[1,] 1

```

Завдання №2. Задача кластеризації

Розв'язати задачу кластеризації для даних із попереднього завдання двома способами – ієрархічним та ітераційним для 3-х кластерів.

Приклад виконання завдання

Номер варіанта – 15. Кількість незалежних змінних: $2+(13-10)=5$.
Генеруємо дані:

X1	X2	X3	X4	X5	Y
0,6363	0,7777	0,0955	2,4226	0,9437	Negative
1,4130	1,7079	2,5066	5,8772	3,5090	Negative
2,1829	1,7964	4,8110	9,2319	5,1367	Negative
2,4408	2,8229	5,3036	10,9959	10,1333	Negative
3,0355	3,9944	7,5814	11,7002	11,2387	Negative
3,6707	4,9683	10,1876	14,2331	12,1432	Positive
4,2894	5,1052	11,3227	14,6485	12,9264	Positive
4,4223	5,3261	12,2080	18,1874	14,3552	Positive
4,4944	5,8109	12,4959	19,7760	19,1857	Positive
5,1033	6,2473	14,4464	23,3245	24,1147	Positive
5,9497	7,9032	15,6683	24,3935	25,2744	Positive
6,8023	8,6831	16,1251	25,2094	27,4047	Positive

```
options(digits=4)
library(RODBC)
channel <- odbcConnectExcel("ex-lab3.2.xls")
z <- sqlFetch(channel, "List1")
odbcClose(channel)
z <- na.omit(z)
z$Y1[z$Y == "Negative"] <- 0
z$Y1[z$Y == "Positive"] <- 1
z$Y <- z$Y1
z$Y1 <- NULL
z
  x1      x2      x3      x4      x5 Y
1 0.6363 0.7777 0.09549 2.423 0.9437 0
2 1.4130 1.7079 2.50659 5.877 3.5090 0
3 2.1829 1.7964 4.81103 9.232 5.1367 0
4 2.4408 2.8229 5.30358 10.996 10.1333 0
5 3.0355 3.9944 7.58143 11.700 11.2387 0
6 3.6707 4.9683 10.18764 14.233 12.1432 0
7 4.2894 5.1052 11.32267 14.648 12.9264 1
8 4.4223 5.3261 12.20801 18.187 14.3552 1
9 4.4944 5.8109 12.49590 19.776 19.1857 1
10 5.1033 6.2473 14.44638 23.325 24.1147 1
11 5.9497 7.9032 15.66833 24.394 25.2744 1
min.X1 <- min(z$X1)
min.X2 <- min(z$X2)
min.X3 <- min(z$X3)
```

```

min.X4 <- min(z$X4)
min.X5 <- min(z$X5)
min.Y <- min(z$Y)
range.X1 <- diff(range(z$X1))
range.X2 <- diff(range(z$X2))
range.X3 <- diff(range(z$X3))
range.X4 <- diff(range(z$X4))
range.X5 <- diff(range(z$X5))
range.Y <- diff(range(z$Y))
z.norm <- data.frame (
X1 = (z $ X1 – min.X1) / range.X1,
X2 = (z $ X2 – min.X2) / range.X2,
X3 = (z $ X3 – min.X3) / range.X3,
X4 = (z$X4 – min.X4) / range.X4,
X5 = (z $ X5 – min.X5) / range.X5,
Y=(z$Y – min.Y)/range.Y
)
summary(z.norm)

```

x1		x2		x3		x4	
Min.	:0.000	Min.	:0.000	Min.	:0.000	Min.	:0.000
1st Qu.	:0.282	1st Qu.	:0.226	1st Qu.	:0.317	1st Qu.	:0.357
Median	:0.542	Median	:0.539	Median	:0.665	Median	:0.527
Mean	:0.497	Mean	:0.483	Mean	:0.580	Mean	:0.552
3rd Qu.	:0.650	3rd Qu.	:0.650	3rd Qu.	:0.804	3rd Qu.	:0.800
Max.	:1.000	Max.	:1.000	Max.	:1.000	Max.	:1.000

x5		Y	
Min.	:0.000	Min.	:0.0
1st Qu.	:0.300	1st Qu.	:0.0
Median	:0.438	Median	:0.5
Mean	:0.488	Mean	:0.5
3rd Qu.	:0.736	3rd Qu.	:1.0
Max.	:1.000	Max.	:1.0

```

k <- 3 # число кластерів
# метод k-середніх
clusters <- kmeans(z, k)
clusters$centers

```

	x1	x2	x3	x4	x5	Y
1	1.411	1.427	2.471	5.844	3.196	0.0
2	5.587	7.161	14.684	23.176	23.995	1.0
3	3.572	4.443	9.321	13.953	12.159	0.4

```

z$Cls <- clusters$cluster
z

```

	x1	x2	x3	x4	x5	Y	Cls
1	0.6363	0.7777	0.09549	2.423	0.9437	0	1
2	1.4130	1.7079	2.50659	5.877	3.5090	0	1
3	2.1829	1.7964	4.81103	9.232	5.1367	0	1
4	2.4408	2.8229	5.30358	10.996	10.1333	0	3
5	3.0355	3.9944	7.58143	11.700	11.2387	0	3
6	3.6707	4.9683	10.18764	14.233	12.1432	0	3
7	4.2894	5.1052	11.32267	14.648	12.9264	1	3

```

8  4.4223  5.3261 12.20801 18.187 14.3552 1  3
9  4.4944  5.8109 12.49590 19.776 19.1857 1  2
10 5.1033  6.2473 14.44638 23.325 24.1147 1  2
11 5.9497  7.9032 15.66833 24.394 25.2744 1  2
12 6.8023  8.6831 16.12509 25.209 27.4047 1  2

```

а тепер – за кластерами

```

for (i in seq(k)) {
  print(z[which(z$Cls==i),])
  print(summary(z[which(z$Cls==i),]))
}

```

```

      x1      x2      x3      x4      x5 Y Cls
1 0.6363 0.7777 0.09549 2.423 0.9437 0  1
2 1.4130 1.7079 2.50659 5.877 3.5090 0  1
3 2.1829 1.7964 4.81103 9.232 5.1367 0  1

```

```

      x1      x2      x3      x4
Min.   :0.636   Min.   :0.778   Min.   :0.095   Min.   :2.42
1st Qu.:1.025   1st Qu.:1.243   1st Qu.:1.301   1st Qu.:4.15
Median :1.413   Median :1.708   Median :2.507   Median :5.88
Mean   :1.411   Mean   :1.427   Mean   :2.471   Mean   :5.84
3rd Qu.:1.798   3rd Qu.:1.752   3rd Qu.:3.659   3rd Qu.:7.55
Max.   :2.183   Max.   :1.796   Max.   :4.811   Max.   :9.23

```

```

      x5      Y      Cls
Min.   :0.944   Min.   :0   Min.   :1
1st Qu.:2.226   1st Qu.:0   1st Qu.:1
Median :3.509   Median :0   Median :1
Mean   :3.196   Mean   :0   Mean   :1
3rd Qu.:4.323   3rd Qu.:0   3rd Qu.:1
Max.   :5.137   Max.   :0   Max.   :1

```

```

      x1      x2      x3      x4      x5 Y Cls
9  4.494  5.811 12.50 19.78 19.19 1  2
10 5.103  6.247 14.45 23.32 24.11 1  2
11 5.950  7.903 15.67 24.39 25.27 1  2
12 6.802  8.683 16.13 25.21 27.40 1  2

```

```

      x1      x2      x3      x4
Min.   :4.49   Min.   :5.81   Min.   :12.5   Min.   :19.8
1st Qu.:4.95   1st Qu.:6.14   1st Qu.:14.0   1st Qu.:22.4
Median :5.53   Median :7.08   Median :15.1   Median :23.9
Mean   :5.59   Mean   :7.16   Mean   :14.7   Mean   :23.2
3rd Qu.:6.16   3rd Qu.:8.10   3rd Qu.:15.8   3rd Qu.:24.6
Max.   :6.80   Max.   :8.68   Max.   :16.1   Max.   :25.2

```

```

      x5      Y      Cls
Min.   :19.2   Min.   :1   Min.   :2
1st Qu.:22.9   1st Qu.:1   1st Qu.:2
Median :24.7   Median :1   Median :2
Mean   :24.0   Mean   :1   Mean   :2
3rd Qu.:25.8   3rd Qu.:1   3rd Qu.:2
Max.   :27.4   Max.   :1   Max.   :2

```

```

      x1      x2      x3      x4      x5 Y Cls
4 2.441  2.823  5.304 11.00 10.13 0  3
5 3.036  3.994  7.581 11.70 11.24 0  3
6 3.671  4.968 10.188 14.23 12.14 0  3
7 4.289  5.105 11.323 14.65 12.93 1  3
8 4.422  5.326 12.208 18.19 14.36 1  3

```

X1		X2		X3		X4	
Min.	:2.44	Min.	:2.82	Min.	: 5.30	Min.	:11.0
1st Qu.	:3.04	1st Qu.	:3.99	1st Qu.	: 7.58	1st Qu.	:11.7
Median	:3.67	Median	:4.97	Median	:10.19	Median	:14.2
Mean	:3.57	Mean	:4.44	Mean	: 9.32	Mean	:14.0
3rd Qu.	:4.29	3rd Qu.	:5.11	3rd Qu.	:11.32	3rd Qu.	:14.6
Max.	:4.42	Max.	:5.33	Max.	:12.21	Max.	:18.2

X5		Y		cls	
Min.	:10.1	Min.	:0.0	Min.	:3
1st Qu.	:11.2	1st Qu.	:0.0	1st Qu.	:3
Median	:12.1	Median	:0.0	Median	:3
Mean	:12.2	Mean	:0.4	Mean	:3
3rd Qu.	:12.9	3rd Qu.	:1.0	3rd Qu.	:3
Max.	:14.4	Max.	:1.0	Max.	:3

ієрархічна кластеризація

```
Agnes <- hclust(dist(z))
```

```
Agnes$merge
```

```

      [,1] [,2]
[1,]   -6  -7
[2,]  -11 -12
[3,]   -4  -5
[4,]   -2  -3
[5,]  -10   2
[6,]   -8   1
[7,]   -9   6
[8,]   -1   4
[9,]    3   7
[10,]    5   9
[11,]    8  10

```

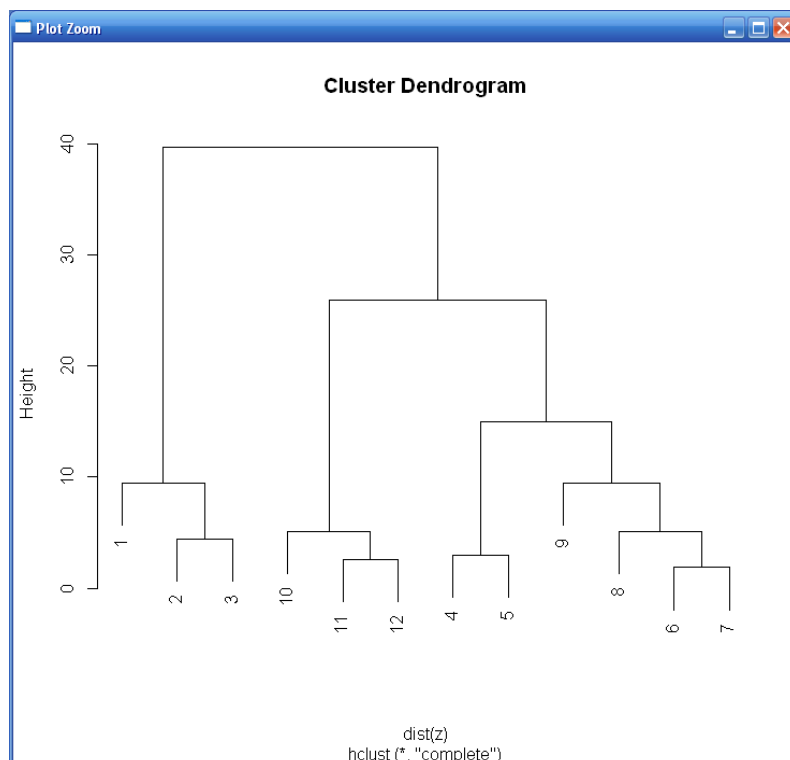
```
Agnes$height
```

```

[1] 1.864 2.598 2.938 4.451 5.100 5.129 9.436 9.466 15.030
[10] 25.938 39.735

```

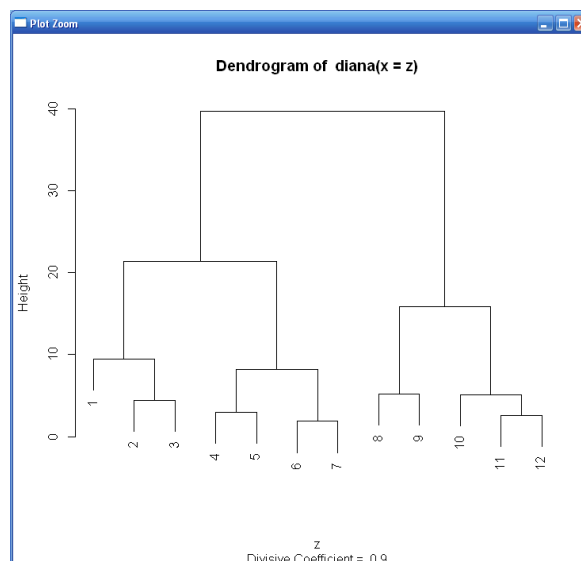
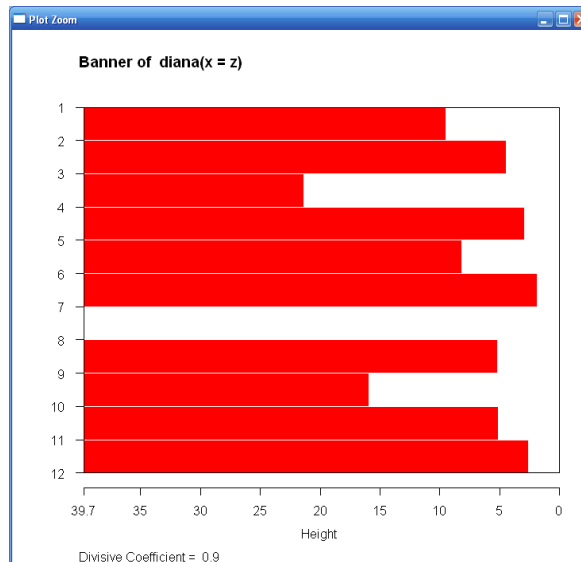
```
plot(Agnes)
```



```

library(cluster)
Diana <- diana(z)
Diana$order
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
Diana$merge
      [,1] [,2]
[1,]   -6   -7
[2,]  -11  -12
[3,]   -4   -5
[4,]   -2   -3
[5,]  -10    2
[6,]   -8   -9
[7,]    3    1
[8,]   -1    4
[9,]    6    5
[10,]    8    7
[11,]   10    9
Diana$height
[1] 9.466 4.451 21.358 2.938 8.185 1.864 39.735 5.213 15.902
[10] 5.100 2.598
plot(Diana)

```



2 МОВА ПРОГРАМУВАННЯ PYTHON

Лабораторна робота №4. Створення простих програм на мові програмування Python

Мета роботи: одержання навичок складання програм, що реалізують різні обчислювальні процеси, обробку масивів, обробку символьних даних і файлів.

Завдання № 1. Оператори присвоювання, введення, виводу. Лінійний обчислювальний процес

Скласти програму для обчислення функцій: $b = f(x, y, z)$, де $z = w(x, y)$ при постійних значеннях x і y . Варіанти завдань у вигляді значень x , y і функцій f й w задані в таблиці 33.

Таблиця 33 – Варіанти завдань

Вар.	$f(x, y, z)$	$w(x, y)$	x	y
1	2	3	4	5
0	$\sin(x) \cdot e^z$	$\sin x + \cos y$	$-\pi$	π
1	$e^{-3x}(\operatorname{ctg} z + 3y)$	$\sqrt{\cos^2 x + y}$	-3.22	0.15
2	$\frac{\sqrt[3]{x} + \cos 3y}{z + x^z}$	$\frac{2xy}{x - \sin y}$	3.27	-1.84
3	$\frac{(y+z)/(y+x)}{(x+z)^2}$	$\frac{2 \cdot \sqrt{x+y}}{y + \operatorname{tg} x}$	-1.32	9.35
4	$x^y + \sqrt{ x+y \cdot z }$	$\frac{5\sqrt{x}}{x^3 + y^2}$	0.75	-2.55
5	$\lg(x + \sqrt{y} + z)$	$\frac{\cos x}{5y^2}$	-5.24	3.35
6	$z + \frac{y \operatorname{tg} x}{x \operatorname{ctg} y}$	$x + \cos y$	0.32	-5.75
7	$\frac{z}{x^2 + y^2}$	$\frac{\sin x + \cos y}{x + y}$	-2.54	3.16
8	$\frac{z}{\ln x + y} + e^x$	$\frac{2x}{\sin^2 x + \cos^2 y}$	1.28	-2.82
9	$\sin z + \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} y}$	$\frac{x + \lg y}{y + \lg x }$	-0.72	3.29
10	$\ln z + \frac{\lg x}{\cos y}$	$\sqrt{2x + 0.5y}$	11.42	-2.76

Продовження таблиці 33

1	2	3	4	5
11	$\frac{z^3}{x+y} + \operatorname{tg}^2 x$	$\frac{e^y}{\ln x + \ln y}$	-5.43	1.87
12	$\sin z + \frac{e^{x+y}}{\operatorname{arctg} x}$	$\frac{x}{\sin x} + \frac{y}{\cos y}$	3.57	-0.32
13	$z^{x/y} + \sin x$	$\cos(5x + 6y + e^x)$	-1.42	12.1
14	$\frac{e^x}{2x + \ln x+y } + \sin z$	$\sin^2 x + \cos^2 y$	1.34	-0.65
15	$\sqrt{ x+y } + \operatorname{arctg} z$	$\frac{x+y}{\ln x+y }$	-3.12	1.78
16	$\frac{4y^3 + 5x^2}{z} + \operatorname{tg} z$	$\frac{x + \sqrt{x}}{\operatorname{tg}(x+y)}$	0.72	-3.47
17	$\frac{y\sqrt{x} + x \cdot e^y}{\ln z }$	$\frac{e^x + e^y}{x+y}$	-2.65	5.32
18	$z + \sin x + \ln x+y+z $	$\frac{2x + \sqrt[3]{x+y}}{\lg x}$	0.32	-1.32
19	$\frac{x + z^2 + y^3}{\operatorname{tg}^2(x+y)}$	$\frac{x + \sqrt{ x+y^2 }}{\sin(x+y)}$	-4.54	0.45
20	$\operatorname{tg} z + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y$	$\frac{x+y}{\ln x+y }$	2.52	-8.12
21	$\frac{\sin(x+y)}{z+x+y}$	$\frac{x-y^2}{\sqrt[3]{x+y}}$	-0.73	3.28
22	$\frac{\ln x+z }{\sqrt[3]{ y+z }}$	$e^{x+y} + \cos(x+y)$	1.76	-0.75
23	$\frac{\sqrt[3]{ x+y+z }}{\ln x+z }$	$\frac{\operatorname{tg}(x+y)}{\operatorname{ctg}(x-y)}$	-0.62	2.45
24	$\lg z + \lg x+y + \operatorname{tg} z$	$\sin x + \operatorname{tg} y$	2.65	-4.36
25	$\frac{e^{x+y} + \sin z}{e^{x-y} + \cos z}$	$\frac{\operatorname{tg}(x+y)}{\operatorname{tg}(x-y)}$	-0.9	1.2
26	$e^z \sin x$	$\sin x + \cos y$	π	$-\pi$
27	$\ln z \cdot \sin x$	$\sin^2 x + \cos^2 y$	$-\pi$	π

Приклад виконання завдання

Скласти програму для обчислення функції

$$z = 2^{|x+y|}(\operatorname{tg} y + 1),$$

де $y = \sqrt{\sin x + 1}$. Вихідні дані: $x = 2.3$.

```
import sys
from math import *
x=2.3
y=sqrt(sin(x)+1)
z=2**abs(x+y)*(tan(x)+1)
print 'Якщо x=%0.2f, те y=%0.2f, z=%0.2f' % (x,y,z)
```

Завдання № 2. Обчислювальний процес, що розгалужується. Алгоритми циклічної структури

Скласти програми для рішення завдань.

Варіанти 0–10. Знайти суму $y = \sum \frac{F_1}{F_2}$, де $a \leq x \leq b$, x міняється із

кроком $h = c$. Варіанти завдань у вигляді значень F_1 , F_2 , a , b , c наведені в табл. 34.

Таблиця 34 – Варіанти завдань

Вар.	F1	F2	a	b	c
1	2	3	4	5	6
0	$\sin x$	x	$-\pi$	π	$\pi/10$
1	$2\sqrt{x^5} \cos x^2$	$x^3 + 3x^2 - x$	0.2	2.2	0.2
2	$\sqrt[3]{\cos x + x^3}$	$\frac{3x+5}{x^2}$	2.5	7.5	0.5
3	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$	0.5	4.5	0.3
4	$2^{x-1} \cos 3x$	$\sqrt{ 1+x-2x^2 }$	-2	6	0.5
5	$\ln x-5 + \sqrt[3]{5x}$	$x^{-2.5} \sin(2x+1)$	2.4	6.4	0.4
6	$e^{2x-1} + \cos x$	$\lg(2x+1)$	1.6	4.8	0.3
7	$x^3 + 2x^2 - 2$	$x^{2x-1} + \cos x$	3.6	7.2	0.2
8	$\ln \frac{x+1}{2x-1}$	$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 2x}$	$-\pi$	π	$\pi/10$
9	$x^2 + \ln x$	$\frac{x}{1+\operatorname{tg} x}$	0.3	3.3	0.3
10	$1+x^2 - \operatorname{tg} x$	$\frac{x+\sin x}{x^2 - \cos x}$	1.2	13.2	0.6

Варіанти 11–20. Обчислити таблицю значень функції

$$y = \begin{cases} F_1(x), & \text{якщо } x \leq a; \\ F_2(x), & \text{якщо } x > a, \end{cases}$$

для значень аргументу x в інтервалі від x_n до x_k із кроком h_x . Варіанти завдань у вигляді вихідних даних наведені в табл.35.

Таблиця 35 – Варіанти завдань

Вар.	$F_1(x)$	$F_2(x)$	x_n	x_k	h_x	a
11	$2\sqrt{x^5} \cos x^2$	$x^3 + 3x^2 - x$	0.2	2.2	0.2	1.2
12	$\sqrt[3]{\cos x + x^3}$	$\frac{3x+5}{x^2}$	2.5	7.5	0.5	5.0
13	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$	0.5	4.5	0.3	3.0
14	$2^{x-1} \cos 3x$	$\sqrt{ 1+x-2x^2 }$	-2	6	0.5	3
15	$\ln x-5 + \sqrt[3]{5x}$	$x^{-2.5} \sin(2x+1)$	2.4	6.4	0.4	5
16	$e^{2x-1} + \cos x$	$\lg(2x+1)$	1.6	4.8	0.3	3
17	$x^3 + 2x^2 - 2$	$x^{2x-1} + \cos x$	3.6	7.2	0.2	4.8
18	$\ln \frac{x+1}{2x-1}$	$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 2x}$	$-\pi$	π	$\pi/10$	$\pi/5$
19	$x^2 + \ln x$	$\frac{x}{1+\operatorname{tg} x}$	0.3	3.3	0.3	2.3
20	$1+x^2 - \operatorname{tg} x$	$\frac{x+\sin x}{x^2 - \cos x}$	1.2	13.2	0.6	4.2

Варіанти 21–27. Обчислити таблицю значень функції

$$y = \begin{cases} f_1(x), & \text{якщо } x < 0, \\ f_2(x), & \text{якщо } 0 \leq x \leq 1, \\ f_3(x), & \text{якщо } x > 1, \end{cases}$$

де f_1 , f_2 й f_3 задані в табл. 36. Методом перебору знайти екстремуми даної функції на відрізку. Початкове й кінцеве значення відрізка, а також крок табуляції задавати довільно.

Таблиця 36 – Варіанти завдань

Вар.	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$
21	$2\sqrt{x^5} \cos x^2$	$x^3 + 3x^2 - x$	$\ln 3x - x^2 $
22	$\frac{3x+5}{x^2}$	$\sqrt{ 1+x-2x^2 }$	$2x^3 - \operatorname{tg} x$
23	$2^{x-1} \cos 3x$	$\ln x-5 + \sqrt[3]{5x}$	$x^{-2.5} \sin(2x+1)$
24	$x^3 + 2x^2 - 2$	$x^{2x-1} + \cos x$	$x^2 + \ln x$
25	$\ln \frac{x+1}{2x-1}$	$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 2x}$	$\frac{x}{1 + \operatorname{tg} x}$
26	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$	$\frac{x + \sin x}{x^2 - \cos x}$
27	$1 + x^2 - \operatorname{tg} x$	$\frac{3x+5}{x^2}$	$x^3 + 3x^2 - x$

Приклад виконання завдань

1 Знайти суму

$$S = \sum \frac{\sin(x)}{2x+1}, \text{ де } 0 \leq x \leq \pi \text{ с кроком } \pi/20$$

```
import sys
from math import *
x=xn=0
xk=pi
hx=pi/20
s=0
while x<=xk:
    s=s+sin(x)/(2*x+1)
    x=x+hx
print 's=%0.2f' % (s)
```

2 Обчислити таблицю значень функції

$$y = \begin{cases} \sqrt{\sin(x)} + 1, & \text{якщо } x \geq 0; \\ x^2 + 2x + 3, & \text{якщо } x < 0, \end{cases}$$

для значень X у інтервалі $-\pi$ до π с кроком $\pi/3$.

```
import sys
from math import *
x=xn=-pi
xk=pi
hx=pi/3
s=0
```

```

print ""ТАБЛИЦЯ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЇ
*****
*   X   *   Y   *
*****""
while x<=xk:
    if x>=0:
        y=sqrt(sin(x))+1
    else:
        y=x**2+2*x+3
    print '%10.5f %10.5f' % (x,y)
    x=x+hx
print "*****"

```

3 Знайти екстремуми функції

$$y = \begin{cases} \sqrt{\sin(x)} + 1, & \text{якщо } x \geq 0; \\ x^2 + 2x + 3, & \text{якщо } x < 0, \end{cases}$$

на інтервалі зміни аргументу від $-\pi$ до π

```

import sys
from math import *
x=xn=-pi
xk=pi
hx=pi/3
max=-10E+5
min=10E+5
while x<=xk:
    if x>=0:
        y=sqrt(sin(x))+1
    else:
        y=x**2+2*x+3
    if y>max:
        max=y
        xmax=x
    elif y<min:
        min=y
        xmin=x
    print 'x=%10.5f y=%10.5f' % (x,y)
    x=x+hx
print 'min=%0.2f, xmin=%0.2f' % (min,xmin)
print 'max=%0.2f, xmax=%0.2f' % (max,xmax)

```

Завдання № 3. Нестандартні й обмежені типи даних. Множини. Оператор варіанта

Обчислити таблицю значень функції

$$Y = \begin{cases} F_1(X), & \text{якщо } X \in X_1 \\ F_2(X), & \text{якщо } X \in X_2 \\ F_3(X), & \text{якщо } X \in X_3 \\ F_4(X), & \text{якщо } X \in X_4 \end{cases}$$

для цілочислених значень аргументу X у інтервалі $[X_n, X_k]$. Множини X_1, X_2, X_3 і X_4 , а також функції F_1, F_2, F_3, F_4 задані в табл. 37 і табл. 38. Варіанти наведені у вигляді «Варіант mn ».

Таблиця 37 – Варіанти завдань (перша частина)

М	X_n	X_k	X_1	X_2	X_3	X_4
0	-10	15	[-2,5]	Парні числа з інтервала [6,10]	Непарні числа з інтервала [6,10]	Інші
1	0	30	Парні числа з інтервала [10,20]	Непарні числа з інтервала [10,20]	[1,9]	Інші
2	1	25	Числа, кратні 3, з інтервала [10,20]	Числа, не кратні 5, з інтервала [10,20]	[2,7] й [21,23]	Інші

Таблиця 38 – Варіанти завдань (друга частина)

n	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_4(x)$
1	2	3	4	5
1	$2\sqrt{x^5} \cos x^2$	$x^3 + 3x^2 - x$	$\sqrt[3]{\cos x + x^3}$	$\frac{3x + 5}{x^2}$
2	$2^{x-1} \cos 3x$	$\sqrt{1 + x - 2x^2}$	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$
3	$\ln x - 5 + \sqrt[3]{5x}$	$x^{-2.5} \sin(2x + 1)$	$e^{2x-1} + \cos x$	$\lg(2x + 1)$
4	$x^3 + 2x^2 - 2$	$x^{2x-1} + \cos x$	$\ln \frac{x+1}{2x-1}$	$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 2x}$
5	$x^2 + \ln x$	$\frac{x}{1 + \operatorname{tg} x}$	$1 + x^2 - \operatorname{tg} x$	$\frac{x + \sin x}{x^2 - \cos x}$
6	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$	$2\sqrt{x^5} \cos x^2$	$x^3 + 3x^2 - x$
7	$\sqrt[3]{\cos x + x^3}$	$\frac{3x + 5}{x^2}$	$\ln x - 5 + \sqrt[3]{5x}$	$x^{-2.5} \sin(2x + 1)$

Продовження таблиці 38

1	2	3	4	5
8	$e^{2x-1} + \cos x$	$\lg(2x+1)$	$x^3 + 2x^2 - 2$	$x^{2x-1} + \cos x$
9	$\ln \frac{x+1}{2x-1}$	$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \sin 2x}$	$x^2 + \ln x$	$\frac{x}{1 + \operatorname{tg} x}$
0	$\ln 3x - x^2 $	$2x^3 - \operatorname{tg} x$	$2^{x-1} \cos 3x$	$\sqrt{ 1 + x - 2x^2 }$

Приклад виконання завдання

Для цілочислених значень аргументу обчислити таблицю значень функції

$$z = \begin{cases} \sin(x)+1, & \text{якщо } x \in X_1 \\ \ln^2(x), & \text{якщо } x \in X_2 \\ e^{x-4}, & \text{якщо } x \in X_3 \\ 2 \cos(x), & \text{якщо } x \in X_4 \end{cases}$$

де X_1 – множина цілих чисел $[0,3]$; X_2 – множина парних чисел з інтервалу $[4,10]$; X_3 – множина непарних чисел з інтервалу $[4,10]$; X_4 – інші цілі числа інтервалу $[-2,10]$.

```
import sys
from math import *
arg=range(-2,11)
for x in arg:
    if x>=0 and x<=3:
        z=sin(x)+1
    elif x>=4 and x<=10:
        if x%2==0:
            z=log(x)**2
        else:
            z=exp(x-4)
    else:
        z=2*cos(x)
print 'x=%5.2f z=%7.2f' % (x,z)
```

Завдання № 4. Обробка одномірних масивів

Скласти програму для рішення завдань, варіанти яких наведені в табл. 39

Таблиця 39 – Варіанти завдань

Вар.	Завдання
1	2
0	Знайти кількість позитивних і суму непарних елементів масиву В (15)
1	Знайти суму позитивних і кількість непарних елементів масиву А (10)
2	Обчислити середнє арифметичне елементів масиву Т(15), що задовольняють умові $5 \leq T[i] \leq 15$
3	Обчислити середнє геометричне парних і суму непарних елементів масиву З(10)
4	Знайти кількість елементів масиву В(16), кратних 4 і не більших заданого числа А
5	Знайти суму елементів одномірного масиву розміром 5. Розділити кожен елемент вихідного масиву на отримане значення. Результат зберегти в тому самому масиві. Надрукувати в одному рядку
6	Знайти середнє значення елементів заданого масиву розміром 6. Перетворити вихідний масив, віднімаючи з кожного елемента середнє значення
7	Обчислити довжину вектора Х розміром 7
8	Визначити середнє значення елементів масиву. Потім знайти індекс елемента масиву, найбільш близького до середнього значення
9	Задано масив розміром 10. Якщо сума елементів виявиться понад 10, то знайти кількість парних елементів, інакше – добуток непарних
10	Задано масив розміром 10. Якщо добуток елементів виявиться понад 100, то знайти суму позитивних елементів, інакше – кількість негативних
11	Задано масив розміром 10. Якщо кількість парних елементів виявиться понад 5, то підрахувати кількість позитивних елементів, інакше – суму непарних
12	Визначити середнє значення елементів масиву. Потім підрахувати кількість елементів масиву, що перевищують середнє значення
13	Знайти номер найбільшого позитивного елемента масиву В(10)
14	Знайти різницю максимального і мінімального позитивних парних чисел масиву А(12)
15	Знайти суму квадратів максимального й мінімального чисел масиву В(14)

Продовження таблиці 39

1	2
16	Знайти максимальний і мінімальний елементи масиву B(20) і поміняти їх місцями
17	Знайти суму мінімального позитивного елемента масиву A(14) і його номера
18	У масиві B(10) поміняти місцями другий й найбільший позитивний елементи
19	Записати +1 замість максимального парного, а число -1 замість мінімального непарного елементів масиву A(10)
20	Знайти мінімальний елемент і його номер масиву B(10), значення елементів якого лежать в інтервалі від -10 до 10
21	У масиві з 10 чисел знайти найбільший елемент і поміняти його місцями з першим елементом
22	У масиві з 10 чисел знайти найменший елемент і поміняти його місцями з останнім елементом
23	Дано масив цілих чисел, що містить 15 елементів. Записати в новий масив спочатку всі негативні числа й нулі вихідного масиву, а потім – усі позитивні, зберігаючи порядок їхнього проходження
24	Задано масив розміром 10. Сформувати два масиви розміром 5, включаючи до першого елементи вихідного масиву з парними індексами, а до другого – з непарними
25	Задано масив розміром 10. Сформувати два нових масиви, включаючи до першого парні елементи вихідного масиву, а до другого – непарні
26	Задано масив розміром 10. Сформувати два нових масиви, включаючи до першого позитивні елементи вихідного масиву, а до другого – негативні
27	Обчислити середнє геометричне елементів масиву A(10), що задовольняють умові $5 \leq A[i] \leq 10$

Приклади виконання завдання

1 Обчислити середнє арифметичне позитивних елементів масиву A

```
import sys
import string
from math import *
a=string.split(raw_input("Enter array:"))
print a
sum=0
kol=0
for x in a:
    if x>0:
        sum+=int(x)
```

```

    kol+=1
print "sum=%d, kol=%d" % (sum,kol)
if kol>0:
    sa=float(sum)/kol
    print "sa=%5.2f" % (sa)
else:
    print "None"

```

2 Обчислити значення й порядковий номер найбільшого елемента масиву В.

```

import sys
import string
from math import *
b=string.split(raw_input("Enter array:"))
for i in range(len(b)):
    b[i]=string.atoi(b[i])
print b
imax=0
bmax=b[0]
for i in range(len(b)):
    if b[i]>bmax:
        bmax=b[i]
        imax=i
print "bmax=%d, imax=%d" % (bmax,imax)

```

3 У масиві В поміняти місцями перший і найменший елементи.

```

import sys
import string
from math import *
b=string.split(raw_input("Enter array:"))
for i in range(len(b)):
    b[i]=string.atoi(b[i])
print b
imin=0
bmin=b[0]
for i in range(len(b)):
    if b[i]<bmin:
        bmin=b[i]
        imin=i
print "bmin=%d, imin=%d" % (bmin,imin)
if i<>imin:
    b[imin]=b[0]
    b[0]=bmin
print b

```

4 Сформувати масив, що складається з позитивних елементів масиву В.

```
import sys
import string
from math import *
b=string.split(raw_input("Enter array:"))
for i in range(len(b)):
    b[i]=string.atof(b[i])
print b
a=[]
for x in b:
    if x>0:
        a.append(x)
print a
```

Завдання № 5. Обробка різних масивів з використанням підпрограм

У наведені в табл. 40 завданнях введення вихідних даних, їхній контрольне виведення та обробку оформити у вигляді функції.

Таблиця 40 – Варіанти завдань

Вар.	Завдання
1	2
0	Знайти кількості парних елементів у масивах А, В, С, а потім – їх середнє арифметичне
1	Обчислити відсоток парних елементів у масивах А, В, С. Визначити максимальний з них
2	Знайти кількості позитивних елементів у масивах А, В, С, а потім – їх середнє арифметичне
3	Визначити суму максимальних парних елементів масивів А, В, С
4	Знайти середнє геометричне непарних елементів кожного з масивів А, В, С. Визначити їхню суму
5	Знайти середнє арифметичне елементів головних діагоналей матриць Х, В, Z і визначити найбільше з них
6	Підрахувати кількість точок, що перебувають усередині кола радіусом $R = 2$ і із центром на початку координат, координати точок увести до масивів Х(20) і Y(20). Відстань від центра до точки обчислювати в підпрограмі-функції
7	Визначити максимальний з периметрів десяти трикутників, вершини яких А, В, С задані координатами (х, у) у масивах: АХ(10), АУ(10), ВХ(10), ВУ(10), СХ(10), СУ(10) відповідно. Периметр сторін трикутника обчислювати в підпрограмі-функції
8	Дано три матриці Х, Y, Z. Роздрукувати ту з них, у якій більше нульових елементів
9	Дано три матриці А, В, С. Обчислити $!!A!!+!!B!!+!!C!!$, де $!!X!!$ - максимальний за модулем елемент матриці

Продовження таблиці 40

1	2
10	Довжини сторін 10 трикутників задані в масивах A[10], B[10], C[10]. Знайти суму довжин медіан кожного із трикутників і визначити максимальну з них (довжина медіани, проведеної до сторони a , дорівнює: $0.5 / 2b*b+2c*c-a*a$)
11	У кожному з масивів A, B, C знайти максимальний за модулем елемент і відняти його з кожного елемента відповідного масиву
12	У кожній з матриць X, Y, Z знайти суми елементів, що лежать нижче головної діагоналі. Обчислити добуток отриманих значень
13	Дано три квадратні матриці x, y, z. Для кожної з них знайти суму елементів, що лежать вище головної діагоналі, визначити максимальну з них.
14	Задано три масиви A, B і C. Обчислити: $t = \begin{cases} \min(B) + \max(C), & \text{якщо } \min(A) < \max(B); \\ \max(A) + \min(B), & \text{у протилежному випадку.} \end{cases}$ Тут $\min(X)$ – мінімальний, а $\max(X)$ – максимальний елемент масиву X
15	Обчислити середнє арифметичне добутоків позитивних, кратних 3, елементів масивів A, B, C
16	У кожній матриці X, Y, Z знайти номер стовпця, що містить найбільшу кількість позитивних елементів
17	У кожному масиві A, B, C знайти індекс максимального елемента й скласти ці індекси
18	Знайти максимальне значення середніх геометричних парних елементів масивів A, B, C
19	Знайти середню арифметичну кількість позитивних, кратних 3, елементів масивів A, B, C
20	Знайти найбільше значення серед сум позитивних елементів побічних діагоналей квадратних матриць X, Y, Z
21	Визначити кількість точок, що потрапили усередину верхньої частини кола радіусом $R = 4$ і із центром на початку координат. Координати точок увести до масивів X і Y
22	Дано три масиви A, B, C. Сформувати масиви A1, B1 і C1, що містять позитивні непарні елементи масивів A, B і C відповідно
23	У масивах A, B, C кожен елемент поділити на середнє арифметичне елементів масиву
24	У кожній із трьох матриць X, Y, Z знайти мінімальний елемент і поділити на нього кожен позитивний елемент матриці
25	Підрахувати кількості елементів у матрицях X, Y, Z, значення яких перебувають в інтервалі $[-3, 15]$
26	У кожній із трьох матриць X, Y, Z знайти максимальний елемент і поділити на нього кожен негативний елемент матриці
27	У кожній матриці X, Y, Z знайти номер рядка, що містить найменшу кількість негативних елементів

Приклад виконання завдання

Дано три масиви – А (15), В (10), С (7). Знайти суму їх максимальних парних елементів.

```
import string
from sys import *
def input(name):
    b=string.split(raw_input("Enter array "+name+" "))
    for i in range(len(b)):
        b[i]=string.atoi(b[i])
    return b
def output(a):
    print a
def maxchet(a):
    max=-maxint
    for i in range(len(a)):
        if a[i]>max and a[i]%2==0:
            max=a[i]
    if max==maxint:
        return 0
    return max
a=input("a")
b=input("b")
c=input("c")
output(a)
output(b)
output(c)
mc=maxchet(a)+maxchet(b)+maxchet(c)
print mc
```

Завдання №6. Обробка символьних і рядкових даних

Скласти програму, що вводить рядок символів, виконує її обробку відповідно до табл. 41 і потім виводить результати.

Таблиця 41 – Варіанти завдань

Вар.	Умова обробки
1	2
0	Видалити всі символи – цифри
1	Видалити всі символи, що не є цифрами
2	Видалити парні цифри
3	Видалити всі символи від «I» до «N»
4	Видалити всі знаки «+» й «-»
5	Видалити всі букви «X» й «Y»
6	Видалити всі знаки «+», після яких знаходиться цифра

Продовження таблиці 41

1	2
7	Видалити всі літери «В», після яких знаходиться літера «С»
8	Замінити все пари «АВ» на «С»
9	Видалити всі символи, що не є латинськими літерами
10	Видалити знаки «+» й «-»
11	Підрахувати, скільки разів зустрічаються символи «+» й «-»
12	Замінити всі знаки оклику («!») на символ «*», а символ «крапка» («.») – крапками (три крапки «...»)
13	Знайти позицію (номер першого символу) сполучення «МММ»
14	З'ясувати, чи є в рядку послідовність «ЧОТИРИ»
15	Визначити, чи входить до рядка літера «А», і підрахувати кількість пробілів
16	З'ясувати, чи входить до рядка пари символів, що знаходяться поряд, «АЛЕ» або «ВІН»
17	З'ясувати, є чи в рядку подвоєні символи (пари однакових символів, що знаходяться поряд), надрукувати їх
18	З'ясувати, чи є в рядку пари символів – кома й двокрапка («, :»)
19	Видалити всі символи «+», а символи, що не є «+», подвоїти
20	Послідовності наступних один за одним пробілів замінити одним пробілом (тобто видалити всі пробіли, які знаходяться безпосередньо за пробілом)
21	Підрахувати загальну кількість входжень до рядка символів «А», «а», «В» й «в»
22	Видалити з рядка всі здвоєні, строєні тощо символи
23	Знайти позицію (номер символу), у якій знаходиться перша кома, і номер позиції з останньою комою
24	Видалити всі символи «*», а символи, що не є «*», подвоїти
25	Вставити пробіл після кожного символу «.» «,» «!» або «?», якщо за цими символами не розташовано пробілу (тобто будь-який символ, крім пробілу)
26	Замінити всі крапки (три крапки «...») одними крапками
27	Вставити після кожного символу крапки («.») один символ пробілу («_»), якщо після крапки немає пробілу

Приклади виконання завдання

1 Визначити, скільки разів у заданому рядку символів зустрічається словосполучення "СА".

```
from sys import *
import string
s=raw_input("Enter string: ")
k=0
```

```

for i in range(len(s)-1):
    if "SA" in s[i:(i+2)]:
        k=k+1
print s
print k

```

2 Видалити із заданого рядка символів всі цифри.

```

from sys import *
import string
s=raw_input("Enter string: ")
s2=""
for x in s:
    if not (x>="0" and x<="9"):
        s2=s2+x
print s
print s2

```

Завдання № 7. Файли й файлові типи даних

Варіант 0-8. Сформувати файл із модулів цілих чисел, знайти умову з таблиці 42.

Варіант 9-16. Приймаючи, що координати точок на площині задаються двома числами x й y , скласти програму, що зчитує із клавіатури координати точок і записує їх послідовно до файла: спочатку x , а потім y . Після завершення введення здійснюється перегляд файла і його оброблення відповідно до таблиці 43.

Варіант 17-27. Сформувати файл із послідовності $(-1)^k * 0.3^k / (k+1)$. Знайти умову з таблиці 44.

Таблиця 42 – Варіанти завдань

Вар.	Умова для оброблення
0	Суму компонентів файла
1	Кількість парних чисел серед компонентів
2	Кількість непарних чисел серед компонентів
3	Суму квадратів непарних чисел
4	Суму квадратів парних чисел
5	Середнє арифметичне значення компонентів з парними номерами
6	Найбільше зі значень компонентів з парними номерами
7	Найменше зі значень компонентів з непарними номерами
8	Добуток квадратів компонентів

Таблиця 43 – Варіанти завдань

Вар.	Завдання для оброблення
9	Підрахувати кількість точок, що попадають у коло радіуса 4 із центром на початку координат
10	Знайти суму відстаней кожної точки від центра координат
11	Підрахувати кількість точок, що потрапляють до прямокутника, утвореного осями координат і прямими $x = 2$ й $y = 4$
12	Знайти середнє відхилення (відстань) точок від осі ОХ
13	Знайти середнє відхилення (відстань) точок від центра координат
14	Підрахувати кількість точок, що лежать поза колом радіуса 2 і із центром у точці (2, 2)
15	Знайти середнє відхилення (відстань) точок від осі ОУ
16	Підрахувати кількість точок, що лежать поза трикутником, утвореним осями координат і прямою $y = 2x + 1$

Таблиця 44 – Варіанти завдань

Вар.	Умова для оброблення
17	Суму компонентів файла
18	Добуток компонентів файла
19	Суму квадратів компонентів файла
20	Модуль суми компонентів файла
21	Квадрат добутку компонентів файла
22	Найбільший з компонентів файла
23	Найбільший з компонентів з непарними номерами
24	Суму найбільшого й найменшого зі значень компонентів файла
25	Середнє арифметичне модулів компонентів файла
26	Квадрат максимального з компонентів файла
27	Квадратний корінь із суми компонентів файла

Приклад виконання завдання

Сформувати файл із квадратів цілих чисел; знайти суму парних чисел і кількість непарних чисел серед компонентів файлу.

```
import string
from sys import *
a=string.split(raw_input("Enter array:"))
for i in range(len(a)):
    a[i]=string.atoi(a[i])**2
print a
f=open("lab07a.txt","w")
for x in a:
    f.write(str(x)+" ")
f.close()
f=open("lab07a.txt","r")
```

```

a=string.split(f.readline())
s=0
k=0
for i in range(len(a)):
    a[i]=string.atoi(a[i])
    if a[i]%2==0:
        s+=a[i]
    else:
        k+=1
print a
print s
print k

```

Лабораторна робота №5. Створення Windows-додатків на мові Python

Мета роботи: одержання навичок розробки Windows-додатків.

Завдання. Скласти програму для рішення завдання (табл. 45). Програма повинна містити нові класи (включаючи абстрактні), конструктори й деструктори, підтримувати спадкування й поліморфізм.

Таблиця 45 – Варіанти завдань

№	Завдання
1	2
0	Намалювати в центрі екрана десять концентричних окружностей
1	Намалювати в центрі екрана десять вкладених один в одного прямокутників
2	Переробити програму «кіл на воді» (див. приклад) так, щоб кола спочатку розходилися з однієї точки, а потім до неї сходилися
3	Переміщати коло за горизонталлю із заданим кроком і затримкою в одну секунду
4	Переміщати коло за вертикаллю із заданим кроком і затримкою в одну секунду
5	Переміщати прямокутник за горизонталлю із заданим кроком й затримкою в одну секунду
6	Переміщати прямокутник за вертикаллю із заданим кроком і затримкою в одну секунду
7	Переробити варіант номер 2, замінивши кола на прямокутники.
8	Переміщати коло за діагоналлю із заданим кроком і затримкою в півтори секунди
9	Переміщати прямокутник за діагоналлю із заданим кроком і затримкою в півтори секунди
10	Розмістити на екрані дві розташовані поруч окружності, що «переморгуються»

Продовження таблиці 45

1	2
11	Переробити варіант номер 3 для кола, уписаного в прямокутник
12	Переробити варіант номер 4 для кола, уписаного в прямокутник
13	Переробити варіант номер 8 для кола, уписаного в прямокутник
14	Переміщати коло за периметром розташованого в центрі екрана прямокутника
15	Переміщати коло по вершинах розташованого в центрі екрана прямокутника
16	Намалювати трикутник довільної форми й переміщати коло за його периметром
17	Намалювати трикутник довільної форми й переміщати коло по його вершинах
18	Переробити варіант номер 3 для трикутника
19	Переробити варіант номер 4 для трикутника
20	Переробити варіант номер 8 для трикутника
21	Переміщати коло екраном випадковим образом (функція random)
22	Переміщати прямокутник екраном випадковим образом (функція random)
23	Переміщати трикутник екраном випадковим образом (функція random)
24	Зробити так, щоб на екрані по черзі виникали й зникали коло, прямокутник і трикутник
25	Намалювати в центрі екрана десять концентричних окружностей
26	Намалювати в центрі екрана десять вкладених один в одного прямокутників
27	Переміщати прямокутник за діагоналлю із заданим кроком і затримкою в півтори секунди

Приклади виконання завдань

1. Зобразити на екрані розбіжні концентричні окружності («кола на воді»).

```
import sys
from Tkinter import *
from tkMessageBox import *
from Canvas import *
class gr_obj:
    def __init__(self,cb="black",cl="white"):
        self.cback=cb
        self.color=cl
        canvas["background"]=cb
    def draw(self,color="black"):
        pass
    def show(self):
```

```

    self.draw(self.color)
def hide(self):
    self.draw(self.cback)
class circle(gr_obj):
def __init__(self,x=10,y=10,r=10):
    gr_obj.__init__(self)
    self.xc=x
    self.yc=y
    self.radius=r
def draw(self,color="black"):
    x1=self.xc-self.radius
    y1=self.yc-self.radius
    x2=self.xc+self.radius
    y2=self.yc+self.radius
    Oval(canvas,x1,y1,x2,y2,fill=color)
def move(self,plusx=0,plusy=0,plusr=0):
    self.hide()
    self.xc=self.xc+plusx
    self.yc=self.yc+plusy
    self.radius=self.radius+plusr
    self.show()
def run(event):
    krug=circle(100,100,10)
    krug.show()
    for i in range(10):
        krug.move(0,0,i)
        showinfo("Delay", "Press Ok")
def exit(event):
    sys.exit()
root=Tk()
canvas=Canvas(root)
canvas["width"]=200
canvas["height"]=200
canvas["borderwidth"]=2
canvas["relief"]=RAISED
canvas.pack()
button=Button(root)
button["text"]="Press me!"
button.bind("<Button-1>",run)
button.pack()
button2=Button(root)
button2["text"]="Exit"
button2.bind("<Button-1>",exit)
button2.pack()
root.mainloop()

```

2. Переміщати квадрат по діагоналі.

```
import sys
from Tkinter import *
from tkMessageBox import *
from Canvas import *
class gr_obj:
    def __init__(self,cb="black",cl="white"):
        self.cback=cb
        self.color=cl
        canvas["background"]=cb
    def draw(self,color="black"):
        pass
    def show(self):
        self.draw(self.color)
    def hide(self):
        self.draw(self.cback)
class square(gr_obj):
    def __init__(self,x=10,y=10,a=10):
        gr_obj.__init__(self)
        self.x=x
        self.y=y
        self.a=a
    def draw(self,color="black"):
        x1=self.x
        y1=self.y
        x2=self.x+self.a
        y2=self.y+self.a
        Rectangle(canvas,x1,y1,x2,y2,fill=color)
    def move(self,plusx=0,plusy=0,plusa=0):
        self.hide()
        self.x=self.x+plusx
        self.y=self.y+plusy
        self.a=self.a+plusa
        self.show()
    def run(event):
        rect=square(0,0,20)
        rect.show()
        for i in range(9):
            rect.move(20,20,0)
            showinfo("Delay","Press Ok")
    def exit(event):
        sys.exit()
root=Tk()
canvas=Canvas(root)
```

```
canvas["width"]=200
canvas["height"]=200
canvas["borderwidth"]=2
canvas["relief"]=RAISED
canvas.pack()
button=Button(root)
button["text"]="Press me!"
button.bind("<Button-1>",run)
button.pack()
button2=Button(root)
button2["text"]="Exit"
button2.bind("<Button-1>",exit)
button2.pack()
root.mainloop()
```

2 МОВА ПРОГРАМУВАННЯ JAVA

Лабораторні роботи №6. Створення простих програм на мові програмування Java

Мета роботи: одержання навичок складання програм різної складності мовою програмування Java

Завдання до роботи

1. Вивчити середовище програмування Eclipse.
2. Створити клас, що дозволяє вирішити завдання відповідно до індивідуального завдання (табл. 46). При створенні не забути вказати правильні імена.
3. Виконати створений пакет.

Таблиця 46 – Варіанти завдань

Вар.	Завдання
1	2
1	Використовуючи цикл з передумовою, знайти суму $y = \sum \frac{F_1}{F_2}$, де $a \leq x \leq b$, x змінюється із кроком $h = c$. $F_1: 2\sqrt{x^3} \sin x^3$; $F_2: x^4 + 2x^3 - x$; $a = 0.3$; $b = 3.12$; $c = 0.15$
2	Використовуючи цикл з післяумовою, знайти суму $y = \sum \frac{F_1}{F_2}$, де $a \leq x \leq b$, x змінюється із кроком $h = c$. $F_1: x^3 - \ln x$; $F_2: x^4 - x^{2-x}$; $a = 1.2$; $b = 13.4$; $c = 0.6$
3	Обчислити таблицю значень функції $y = \begin{cases} F_1(x), & \text{якщо } x \leq a; \\ F_2(x), & \text{якщо } x > a, \end{cases}$ для значень аргументу x в інтервалі від x_n до x_k із кроком h_x . $F_1: \arcsin \frac{x}{30}$; $F_2: \sqrt{ \ln x^2 }$; $x_n = 2.3$; $x_k = 8.9$; $h_x = 0.4$; $a = 5.4$
4	Дано функцію $y = \begin{cases} f_1(x), & \text{якщо } x < 0, \\ f_2(x), & \text{якщо } 0 \leq x \leq 1, \\ f_3(x), & \text{якщо } x > 1, \end{cases}$ Методом перебору знайти екстремуми даної функції на відріжку. Початкове й кінцеве значення відрізка, а також крок табуляції задавати довільно. $F_1: x^5 \operatorname{ctg} 2x^3$; $F_2: \ln(x+1)$; $F_3: e^{-2x} - \sqrt[3]{x}$

Продовження таблиці 46

1	2
5	Дано функцію $y = \begin{cases} f_1(x), & \text{якщо } x < 0, \\ f_2(x), & \text{якщо } 0 \leq x \leq 1, \\ f_3(x), & \text{якщо } x > 1, \end{cases}$ Методом перебору знайти екстремуми даної функції на відрізку. Початкове й кінцеве значення відрізка, а також крок табуляції задавати довільно. $F_1: \operatorname{ctg}(3x - 1)^2$; $F_2: 2 + xe^{-x}$; $F_3: \sin^3 x^2$
6	Скласти функцію-підпрограму-функцію, що дозволяє знаходити суму трьох цілих чисел або різницю двох речовинних (з використанням «перевантаження функцій»)
7	Скласти функцію-підпрограму-функцію, що дозволяє знаходити середнє арифметичне трьох цілих чисел або суму двох речовинних (з використанням «перевантаження функцій»)
8	Скласти функцію-підпрограму-функцію, що дозволяє знаходити суму довільного набору цілих чисел
9	Скласти функцію-підпрограму-функцію, що дозволяє знаходити середнє арифметичне довільного набору цілих чисел
10	Знайти суми парних позитивних елементів кожного рядка матриці $A(3,3)$ і зберегти їх в одномірному масиві В
11	Знайти суми непарних негативних елементів кожного стовпця матриці $A(3,3)$ і зберегти їх в одномірному масиві В
12	Скласти програму з обов'язковим використанням підпрограми для введення матриці з екрана, її обробки й виводу на екран. Завдання: з кожного елемента матриці $A(3,3)$ відняти суму її непарних позитивних елементів
13	Скласти програму з обов'язковим використанням підпрограми для введення матриці з екрана, її обробки й виводу на екран. Завдання: кожен елемент матриці $A(3,3)$ розділити на суму її парних позитивних елементів.
14	Скласти програму з обов'язковим використанням підпрограми для введення матриці з екрана, її обробки й виводу на екран. Завдання: кожен елемент матриці $A(3,3)$ розділити на добуток її непарних негативних елементів
15	Скласти програму, що вводить рядок символів, виконує її обробку відповідно до завдання й виводить результати. Завдання: видалити всі символи, що не є цифрами
16	Скласти програму, що вводить рядок символів, виконує його обробку відповідно до завдання й виводить результати. Завдання: замінити всі знак оклику («!») на символ «*», а символ «крапка» («.») – багатокрапкою (три крапки «...»)

Продовження таблиці 46

1	2
17	Сформувати файл із модулів цілих чисел, знайти суму квадратів парних компонентів
18	Прийнявши, що координати точок на площині задаються двома числами x й y , скласти програму, що вводить із клавіатури координати точок і записує їх послідовно у файл: спочатку x , а потім y . Після завершення введення здійснюється перегляд файла і його оброблення: знайти суму відстаней кожної точки від центра координат
19	Сформувати файл із чисел послідовності $(-1)^k \cdot 0.2^k / k$. Знайти найбільший з компонентів файла
20	Створити файл, що містить таку структуру даних: «Прізвище студента; Найменування групи; Місце проживання; Місце народження; Кількість братів і сестер». Вибрати з файла й видати на екран список студентів, що проживають не там, де народилися (змінити місце проживання)
21	Створити файл, що містить таку структуру даних: «Прізвище студента; Найменування групи; Дата народження; Середній рейтинг». Вибрати з файла й видати на екран список студентів заданої групи, що мають середній рейтинг не нижче 4,5
24	Сформувати динамічний список «Стік» (LIFO) структур (не менш 5), що містить дані про студентів у такому вигляді: «Прізвище Ім'я Група ГР RS», де ГР – рік народження, RS – середній рейтинг. Вивести на екран дані про всіх студентів, чиї імена починаються з літери «Н»
25	Сформувати динамічний список «Черга» (FIFO) структур (не менш 5), що містить дані про студентів у такому вигляді: «Прізвище Ім'я Група ГР RS», де ГР – рік народження, RS – середній рейтинг. Вивести на екран дані про всіх студентів старше 18 років

Приклад виконання завдання

Знайти екстремуми функції

$$y = \begin{cases} \sqrt{\sin(x)} + 1, & \text{якщо } x \geq 0; \\ x^2 + 2x + 3, & \text{якщо } x < 0 \end{cases}$$

на інтервалі зміни аргументу від $-\pi$ до π .

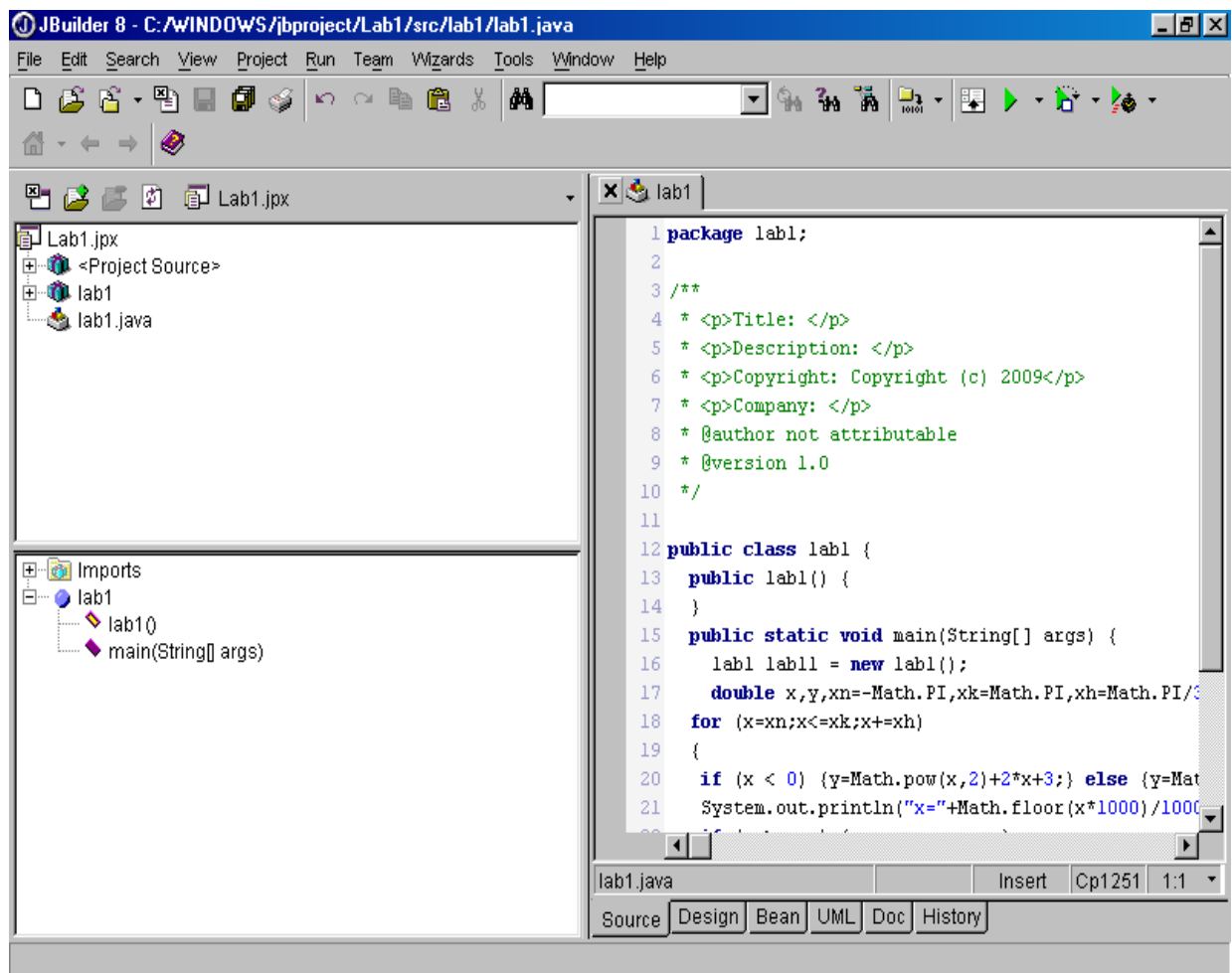
```
package lab1;
```

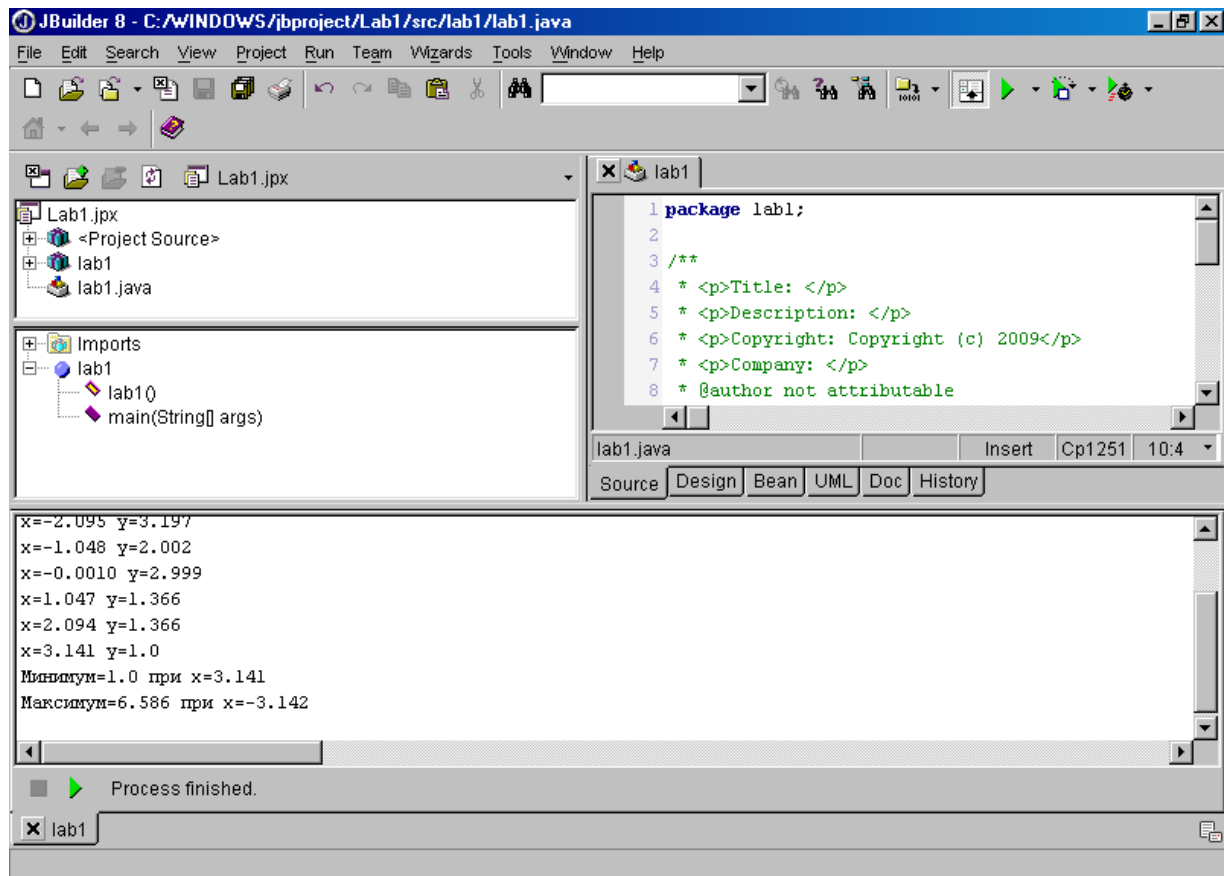
```
public class lab1 {
    public lab1() {
    }
    public static void main(String[] args) {
        lab1 lab11 = new lab1();
    }
}
```

```

    double x,y,xn=-Math.PI,xk=Math.PI,xh=Math.PI/3,min=1E+10,max=-
1E+10,xmin=0,xmax=0;
    for (x=xn;x<=xk;x+=xh)
    {
        if (x < 0) {y=Math.pow(x,2)+2*x+3;} else {y=Math.sqrt(Math.sin(x)+1);}
        System.out.println("x="+Math.floor(x*1000)/1000+"
y="+Math.floor(y*1000)/1000);
        if (y > max) {max=y; xmax=x;}
        if (y < min) {min=y; xmin=x;}
    }
    System.out.println("Мінімум="+Math.floor(min*1000)/1000+" при
x="+Math.floor(xmin*1000)/1000);
    System.out.println("Максимум="+Math.floor(max*1000)/1000+" при
x="+Math.floor(xmax*1000)/1000);
}
}

```





x=-3.142 y=6.586
 x=-2.095 y=3.197
 x=-1.048 y=2.002
 x=-0.0010 y=2.999
 x=1.047 y=1.366
 x=2.094 y=1.366
 x=3.141 y=1.0
 Мінімум=1.0 при x=3.141
 Максимум=6.586 при x=-3.142

Лабораторні роботи №8. Створення Windows-додатків на мові програмування Java

Мета роботи: одержання навичок складання об'єктно-орієнтованих програм різної складності мовою програмування Java

Завдання до роботи

1. Вивчити можливості створення Windows-додатків у середовищі програмування JBuilder.
2. Створити додаток відповідно до індивідуального завдання (табл. 47).
3. Переглянути створений клас у вигляді UML-діаграми (за можливістю).

Таблиця 47 – Варіанти завдань

Вар	Зміст завдання
1	2
1	Розробити додаток, що здійснює переведення температури в градусах за Цельсієм у температуру за Фаренгейтом або Кельвіном за такими залежностями: $\text{Фаренгейт} = 32 + (\text{Цельсій} / 5) * 9$ $\text{Кельвін} = 273,15 + \text{Цельсій}$
2	Розробити додаток, який здійснює введення 6 значень і знаходження або середнього арифметичного, або середнього геометричного значення при натисканні командної кнопки, а також видачу результату
3	Розробити додаток, який здійснює введення 5 значень і знаходження математичного очікування, або середньоквадратичного відхилення, або дисперсії при натисканні командної кнопки, а також видачу результату
4	Розробити додаток, який здійснює введення 7 значень і знаходження мінімального чи максимального з них при натисканні кнопки, а також видачу результату
5	Розробити додаток, який здійснює введення значень матриці 3x3 (за допомогою вікон введення тексту, розташованих у вигляді матриці) і обчислення її детермінантів
6	Розробити додаток, який здійснює вирішення квадратного рівняння за введеним користувачем коефіцієнтом. Вікна введення коефіцієнтів обов'язково повинні бути доповнені текстовими поясненнями
7	Розробити тестуючу програму, яка пропонує користувачеві два питання і по три відповіді на кожне з них (тільки одна правильна), а також виставляє оцінку за результатами тестування
8	Розробити додаток, у якому колір форми (властивість Color) змінювався б при кожному третьому натисканні відповідної кнопки, при цьому була б можливість цей режим обробки натиснення кнопки відключати
9	Розробити додаток з вікном, у якому будуть розташовані всі компоненти сторінки «Стандартні». При наведенні на кожну з компонент показчика миші повинна з'являтися підказка (властивість Hint при встановленій властивості ShowHint: = True) з описом можливостей компоненти. При цьому повинна бути передбачена можливість перемикання режиму показу підказок (короткі/повні)
10	Розробити додаток з вікном, у якому будуть розташовані всі компоненти сторінки «Додаткові». Робота програми повинна здійснюватися подібно попередньому варіанту

Продовження таблиці 47

1	2
11	Розробити додаток з вікном, у якому будуть розташовані всі компоненти сторінки «Dialogs». Робота програми повинна здійснюватися подібно попередньому варіанту
12	Розробити додаток – електронний калькулятор для операцій +, -, *, / над числами
13	Розробити додаток, який здійснює піднесення до степеня числа. При цьому користувач повинен мати змогу ввести число, яке буде підноситися до степеня, і значення степеня, а програма повинна здійснювати перевірку символів, що вводять, і переведення негативного значення степеня на позитивне
14	Розробити додаток, у якому колір форми змінюється за допомогою трьох смуг прокрутки (компоненти ScrollBar) для кожного базового кольору – червоного, зеленого і синього. Отримані за допомогою смуг прокрутки числові значення повинні бути перетворені на значення кольору (за допомогою функції RGB), яке привласнюється властивості Color
15	Розробити додаток, який заповнює випадковими числами у випадковому порядку матрицю (4x4) полів введення тексту і очищає їх шляхом натиснення відповідної кнопки
16	Розробити «Ігровий автомат», який генерує випадковим чином виграшне число і порівнює його з уведеним користувачем числом; за результатами порівняння автомат повинен призначити розмір виграшу і повідомити про це користувачеві
17	Розробити додаток – шифрувальник текстів, який за заданим вами законом або переставляє місцями символи введеного користувачем тексту, або замінює одні символи в початковому тексті на інші, і відображає зашифрований варіант користувальницького тексту
18	Розробити додаток – емулятор пристрою зв'язку з можливістю набору телефонного номера з перевіркою формату уведених даних і зазначенням користувачеві помилок при введенні
19	Розробити довідкову систему, яка видає у вікно виведення тексту інформацію щодо чотирьох операторів мови програмування. Вибір інформації, що відображається, здійснити за допомогою залежних або незалежних перемикачів
20	Розробити довідкову систему, яка видає у вікно виведення тексту інформацію щодо чотирьох команд інтерфейсу засобу розробки. Вибір інформації, що відображається, здійснити за допомогою залежних або незалежних перемикачів

1	2
21	Розробити додаток-гру під назвою «Сапер», яка зажадає від користувача включення масиву незалежних перемикачів таким чином, щоб не включити один або кілька перемикачів, що символізують міни. Інформація про близькість міни при включенні чергового перемикача повинна видаватися користувачеві
22	Розробити додаток – електронний калькулятор, який використовує тригонометричні функції
23	Розробити додаток для гри в хрестики-нулики двома гравцями. Для цього розставте CheckBox у вигляді матриці 3x3 для кожного гравця і надайте можливість вибору поточного гравця за допомогою залежного перемикача. Програма повинна видати результат гри
24	Розробити додаток – гру «Морський бій» (спрощена версія)
25	Розробити додаток для побудови гістограм (стовпчастих діаграм) за допомогою компоненти Chart. Дані повинні вводитися з текстового файла і відображатися за допомогою компоненти StringGrid
26	Розробити додаток для побудови гістограм (стовпчастих діаграм) за допомогою методів виведення прямокутників на канву. Дані повинні вводитися користувачем за допомогою компоненти StringGrid
27	Розробити додаток для побудови графіка заданої функції за допомогою компоненти Chart. Дані повинні вводитися з текстового файла і відображатися за допомогою компоненти StringGrid
28	Розробити додаток для побудови графіка заданої функції за допомогою методів малювання ліній на канві. Дані повинні вводитися користувачем за допомогою компоненти StringGrid
29	Розробити додаток, який забезпечений максимально можливою кількістю компонент для вибору властивостей форми (наприклад, компонента ColorBox дозволить змінювати колір форми, у полі введення тексту можна буде ввести заголовок форми тощо)
30	Розробити додаток, яке здійснює пошук екстремальних значень заданої функції на заданому інтервалі одним з відомих методів оптимізації. Передбачити висновок усієї проміжної інформації

4. ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПІДГОТОВКИ ПО ТЕОРЕТИЧНОМУ МАТЕРІАЛУ

4.1 Мова програмування та аналізу даних R

1. Хто є розроблювачами мови R?
2. Який рік вважається роком створення мови R?
3. Чи дозволяє мова R будувати діаграми?
4. Яка коротка назва носить «Центральна система зберігання й поширення R-пакетів»?
5. Як виглядає оператор присвоєння в мові R?
6. Із чого починається нумерація масивів (списків) у мові R?
7. Яка назва носить одномірний масив даних мовою R?
8. Яка назва носить двовимірний масив даних мовою R?
9. Яка назва мовою R носить об'єкт, стовпці якого можуть містити різні типи даних?
10. Яка назва мовою R носить упорядкований набір об'єктів (компонентів)?
11. Яка команда потрібна в мові R, щоб здійснити завантаження даних з текстового файлу з роздільниками?
12. Яка команда потрібна в мові R, щоб здійснити завантаження даних з XLS-файлу?
13. Яка команда потрібна в мові R, щоб здійснити завантаження даних з XLSX-файлу?
14. Які циклічні конструкції існують у мові R?
15. Яка основна функція для побудови діаграм мовою R?
16. Що є ознакою відсутності якого-небудь значення в поле даних мовою R?
17. Що є ознакою того, що значення в поле даних не є числом мовою R?
18. Що є ознакою повної відсутності яких-небудь даних мовою R?
19. Що потрібно записати мовою R, щоб видалити з таблиці даних стовпець?
20. Яка функція мовою R існує для обчислення всіх описових статистик?
21. Яка функція мовою R існує для пророкування значень змінної-відгуку (залежної змінної) за значеннями однієї або більше незалежних змінних?
22. Якими способами мовою R можна позбутися від пропущених даних?
23. У якій бібліотеці мови R перебуває функції для застосування методу штучних нейронних мереж?
24. У якій бібліотеці мови R перебуває функції для застосування методу дерев рішень?
25. У якій бібліотеці мови R перебуває функції для застосування ряду методів кластеризації?

4.2 Мова програмування Python

1. У якому році була розроблена мова Python?
2. Хто є розроблювачем мови Python?
3. На яких умовах поширюється мова Python?
4. Для яких операційних систем розроблені транслятори мови Python?
5. Які завдання здатне вирішувати мова Python?
6. Який текст вважається коментарем?
7. Як може бути здійснене підключення модулів?
8. Результатом обчислення $10/4$ є число...
9. Результатом обчислення $10/4.0$ є число...
10. Результатом виклику функції `floor(3.14159)` є число...
11. Результатом виклику функції `ceil(3.14159)` є число...
12. Результатом виклику функції `floor(-3.14159)` є число...
13. Результатом виклику функції `ceil(-3.14159)` є число...
14. Як розташовуються оператори мови?
15. Чим відокремлюється блок операторів?
16. Які різновиди циклів існують у мові Python?
17. Виклик функції `range(10)` дозволить одержати такий список...
18. Виклик функції `range(-5,5)` дозволить одержати такий список...
19. Виклик функції `range(10,-1,-1)` дозволить одержати такий список...
20. Де описуються змінні?
21. Як визначається тип змінної?
22. Чи можна створити змінну з ім'ям «if»?
23. Чи можна створити змінну з ім'ям «for»?
24. Чи можна створити змінну з ім'ям «while»?
25. Чи можна створити змінну з ім'ям «sin»?
26. Чи можна створити змінну з ім'ям «sys»?
27. Яка команда дозволяє перервати цикл і перейти до оператора, що впливає за останнім оператором циклу?
28. Яка команда дозволяє перервати поточну ітерацію циклу й перейти до першого оператора наступної ітерації?
29. У мові Python відсутня команда...
30. Щоб у рядку зворотна коса риса розглядалася як звичайний символ, а не керуюча команда, необхідно...
31. Для завдання багаторядкового тексту необхідно...
32. Розбити рядок на слова й повернути список слів дозволяє функція...
33. Об'єднати всі слова списку в один рядок дозволяє функція...
34. Знайти перше входження рядка в рядок дозволяє функція...
35. Послідовність окремих символів є...
36. Змінна `a="abcdefg"` є...
37. Послідовність значень будь-яких типів, укладених у круглі дужки, є...
38. Змінна `a=(1,2,3,"abc","defg")` є...
39. Послідовність значень будь-яких типів, укладених у квадратні дужки, є...
40. Змінна `a=[1,2,3,"abc","defg"]` є...

41. Головним недоліком послідовності типу «набір» є...
42. Послідовність пар «джерело-значення» називається...
43. Вивести список пар «джерело-значення» у словника дозволяє метод...
44. Вивести список ключів у словника дозволяє метод...
45. Вивести список значень у словника дозволяє метод...
46. Опис функції починається словом...
47. Спеціальний засіб, що дозволяє викликати зазначену функцію для всіх елементів зазначеної послідовності, описується так...
48. Спеціальний засіб, призначений для приведення послідовності значень до одного за допомогою зазначеної функції, що приймає два аргументи й повертає один, описується так...
49. Спеціальний засіб, призначений для формування нової послідовності з вихідної, при цьому включення елемента визначається зазначеною функцією, що приймає значення 1 (включати) або 0 (не включати), описується так...
50. Клас описується словом...
51. Звертання до властивостей або методів класу повинне починатися зі слова...
52. Конструктор класу завжди називається...
53. Деструктор класу завжди називається...
54. Для визначення глобальної змінної усередині підпрограми використовується ключове слово...
55. Щоб призначити метод «gui» як оброблювач події «щиглик лівою кнопкою» для миші, потрібно записати...
56. Програма із графічним користувацьким інтерфейсом обов'язково повинна кінчатися рядком...
57. Графічний об'єкт «Кнопка» задається класом...
58. Графічний об'єкт «Полотно» задається класом...
59. Графічний об'єкт «Прапорець» задається класом...
60. Графічний об'єкт «Текстове поле» задається класом...
61. Графічний об'єкт «Рамка» задається класом...
62. Графічний об'єкт «Ярлик» («Мітка») задається класом...
63. Інформаційне вікно повідомлення викликається функцією...
64. Застережливе вікно повідомлення викликається функцією...
65. Вікно повідомлення про помилку викликається функцією...
66. Вікно повідомлення типу «Ні» викликається функцією...
67. Вікно повідомлення типу «Ок-Скасування» викликається функцією...
68. Графічний об'єкт «Список» задається класом...
69. Графічний об'єкт «Меню» задається класом...
70. Графічний об'єкт «Шкала» задається класом...

4.3 Мова програмування Java

1. Метод, ім'я якого збігається з ім'ям класу, і який викликається автоматично при створенні об'єкта класу, називається...
2. Змінні типу «клас» називаються...
3. Для посилань на елементи об'єкта усередині методу використовується покажчик...
4. Для посилань на елементи предка об'єкта усередині методу використовується покажчик...
5. «Конструктор може повертати значення» – дане твердження...
6. «Конструктор не може повертати значення» – дане твердження...
7. «Клас може мати трохи конструкторів з різними параметрами для різних видів ініціалізації» – дане твердження...
8. Елементи класу, доступні тільки в межах цього класу, задаються за допомогою специфікатора доступу...
9. Елементи класу, доступні тільки в межах цього класу і його нащадків, задаються за допомогою специфікатора доступу...
10. Загальнодоступні елементи класу задаються за допомогою специфікатора доступу...
11. Елементи класу, доступні тільки в межах пакета, задаються за допомогою специфікатора доступу...
12. Мова Java був розроблений компанією...
13. Творцем мови Java вважається...
14. Транслятори мови Java є...
15. Результатом роботи транслятора з мови Java є...
16. Структура мови Java припускає...
17. Вихідний код класу зберігається у файлі з розширенням...
18. Клас після перетворення в байт-код JVM зберігається у файлі з розширенням...
19. Для завдання ідентифікаторів Java дозволяє використати...
20. Константи задаються за допомогою модифікатора...
21. Статичні компоненти задаються за допомогою модифікатора...
22. Клас, що не допускає створення екземплярів, задається за допомогою модифікатора...
23. Клас, що не допускає спадкування, задається за допомогою модифікатора...
24. Визначення методу, описаного іншою мовою програмування, задається за допомогою модифікатора...
25. Спадкування класів задається словом...
26. За замовчуванням усе компоненти інтерфейсу мають статус...
27. Перевірка приналежності об'єкта класу відбувається за допомогою оператора...
28. Імпортувати пакет дозволяє команда:
29. На вершині ієрархії класів Java розташований клас...
30. Конструктор класу...
31. Деструктор класу...

- 32.Перевірку збігу вмісту поточного об'єкта й об'єкта, заданого як параметр, завжди можна здійснити за допомогою...
- 33.Клонувати поточний об'єкт завжди можна здійснити за допомогою методу...
- 34.Повернути строкове подання об'єкта завжди можна здійснити за допомогою методу...
- 35.Поля класів у мові Java...
- 36.Абстрактний базовий клас (інтерфейс)...
- 37.Неявне перетворення типів у мові Java...

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мельников О. Ю. Програмування та алгоритмічні мови : посібник для студентів спеціальностей «Системний аналіз» та «Інформаційні системи та технології» / О. Ю. Мельников. – Краматорськ : ДДМА, 2018. – 236 с. – ISBN 978-966-379-870-7
2. Мельников А. Ю. Информатика и компьютерная техника: Методическое пособие по изучению курса и к выполнению лабораторных, самостоятельных и контрольных работ / А. Ю. Мельников, О. Л. Ольховская. – Краматорск: ДГМА, 2006. – 144 с. – ISBN 966-379-060-1.
3. Мельников О. Ю. Економічна інформатика: Методичний посібник для студентів вищих навчальних закладів / О. Ю. Мельников, О. Л. Ольховська. – Краматорськ: ДДМА, 2007. – 144 с. – ISBN 978-966-379-218-7.
4. Гітіс В. Б. Методи оптимізації та дослідження операцій : навчальний посібник / В. Б. Гітіс, Н. П. Ісікова. – Краматорськ : ДДМА, 2022. – 191 с. – ISBN 978-617-7889-25-9.
5. Кабаков Р. И. R в действии. Анализ и визуализация данных на языке R / Р. И. Кабаков. Пер. с англ. Полины А. Волковой. – М.: ДМК Пресс, 2016. – 588 с. – ISBN 978-5-9706-0241-6.
6. Иван ван Лейнингем. Освой самостійно Python за 24 години.: Пер з англ. – М.: Видавничий будинок «Вільямс», 2001. – 448 с.
7. Кен Арнолд, Джеймс Гослинг, Девид Холмс. Мова програмування Java. 3-і изд.: Пер. с англ. – М.: Видавничий будинок «Вільямс», 2001. – 624 с.
8. Дэвид М. Бизли. Python. Докладний довідник, 4-е видання. – М.: Символ, 2010. – 864 с.
9. Прохоренок Н.А. Python: Сами необхідне. – Спб.: BHV, 2010. – 416 с.
10. Марко Лутц. Вивчаємо Python. – М.: Символ, 2011. – 848 с.
11. Марко Саммерфилд. Програмування на Python3. Докладне керівництво. – М.: Символ, 2009. – 608 с.
12. Аккуратов Е. Е. Знайомтесь: Java. Самовчитель. – М.: Вільямс, 2006. – 256 с.
13. Кей С. Хорстманн, Гару Корнелл. Java 2. Бібліотека професіонала. Том 1. Основи. – М.: Вільямс, 2006. – 896 с.