

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

Л.М.Топтунова, Л.В.Васильєва, О.А.Кльованік

**ДОСЛІДЖЕННЯ ОДНОФАКТОРНОЇ
І БАГАТОФАКТОРНОЇ РЕГРЕСІЙ,
АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ У СИСТЕМІ STATISTICA 6**

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей
вищих навчальних закладів

Краматорськ 2008

УДК 330.43 (075.8)

ББК 65.053

Т-58

Рецензенти:

С.О.Калосров, д-р фіз.-мат. наук, професор (Донецький національний університет)

О.О.Новіков, канд. фіз.-мат. наук, доцент (Слов'янський державний педагогічний університет)

В.П.Горшков, канд. техн. наук, професор (Донецький університет економіки та права)

Гриф надано Міністерством освіти і науки України

Лист № 1.4/18-Г-1025 від 08.05.08.

Топтунова Л.М. та ін.

Т-58. Дослідження однофакторної і багатофакторної регресії, аналіз часових рядів у системі STATISTICA6: Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів/ Л.М.Топтунова, Л.В.Васильєва, О.А.Кльованік. – Краматорськ: ДДМА, 2008. – 122 с.

ISBN 978-966-379-255-2

Навчальний посібник містить шість лабораторних робіт і одну самостійну роботу за такими розділами економетрики: лінійна і нелінійна однофакторна регресія, вибір оптимальної моделі, перевірка адекватності моделі, довірчий інтервал і довірна область для лінійної і нелінійної регресій, прогноз за обраною моделлю, розрахунок точності прогнозу при заданому рівні довіри; вибір моделі для багатофакторної регресії, перевірка факторів на мультиколінеарність; еластичність моделі; аналіз часових рядів.

Посібник розрахований на студентів і аспірантів економічних спеціальностей, а також може бути корисним тим, хто бажає самостійно освоїти економетричні розрахунки у системі STATISTICA.

УДК 330.43 (075.8)

ББК 65.053

ISBN 978-966-379-255-2

© Л.М.Топтунова,

Л.В.Васильєва,

О.А.Кльованік, 2008

© ДДМА, 2008

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Стислі відомості про систему Statistica V6.0.....	6
2 Лабораторна робота 1. Знаходження середнього значення змінної, середнього квадратичного відхилення змінної й області прогнозів для даної змінної. Побудування рівняння прямої регресії $y = b_0 + b_1x$. Прогноз за моделлю.....	12
3 Лабораторна робота 2. Вибір моделі однофакторної регресії.	20
4 Лабораторна робота 3. Перевірка однофакторної лінійної регресії на адекватність.....	29
5 Лабораторна робота 4. Прогноз на підставі лінійної регресії. Точність прогнозу.....	37
6 Лабораторна робота 5. Перевірка факторів на мультиколінеарність. Вибір моделі багатофакторної регресії.....	48
7 Лабораторна робота 6. Аналіз часових рядів.....	57
8 Самостійна робота. Вибір нелінійної моделі однофакторної регресії. Прогноз і довірчий інтервал для нелінійної моделі. Еластичність.....	80
9 Індивідуальні завдання до лабораторних робіт 1-5.....	90
10 Індивідуальні завдання до лабораторної роботи 6.....	107
Література.....	119

ВСТУП

Економетрика займається обробкою статистичних даних з метою виявлення економічних закономірностей. При цьому заздалегідь вибирається математична модель $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ економічного явища (математична модель – це наближений опис будь-якого процесу за допомогою математичної символіки). Величини x_1, x_2, \dots, x_n звичайно зводяться факторами, величина y – відкликом.

При виборі моделі, як правило, перевага надається економічним розумінням, але не завжди. Іноді яка-небудь модель вибирається просто тому, що вона більш проста. Звичайно це лінійна модель $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n$. Коефіцієнти b_0, b_1, \dots, b_n підбираються таким чином, щоб обрана модель щонайкраще відповідала тим статистичним даним, які ми в даний момент маємо. Для лінійних моделей коефіцієнти b_0, b_1, \dots, b_n визначаються за методом найменших квадратів. При виконанні ряду умов цей метод у порівнянні з іншими методами дає найкращий результат. Нелінійні моделі намагаються тими чи іншими перетвореннями звести до лінійних.

Інформаційною базою економетрики при побудованні моделі є статистичні дані (вибірки) двох видів:

1 *Варіаційні ряди* – сукупність даних, що показує кількісну міру деякої ознаки об'єктів, які належать до якоїсь загальної сукупності. Наприклад, середня заробітна плата працівників однієї і тієї ж категорії по заводах галузі. Передбачається, що такі дані зібрані одночасно, чи термін збору даних несуттєвий.

2 *Часові (динамічні) ряди* – послідовність спостережень за будь-яким процесом або явищем через рівновіддалені проміжки часу. Наприклад, середня заробітна плата працівників даного підприємства в 1995, 1996, 1997 і т.д. роках.

Отримавши модель економічного явища, економіст одержує можливість розраховувати характеристики досліджуваного явища для тих ситуацій, для яких немає статистичних спостережень, тобто з'являється можливість робити прогнози. *Прогноз* – це розрахунок невідомого економічного показника за заданими факторами на підставі моделі.

При обробці вибірок кожного виду використовується специфічний математичний апарат (методи математичної статистики і методи аналізу випадкових процесів). Але в будь-якому разі така обробка пов'язана з громіздкими і трудомісткими обчисленнями. Тому необхідно використовувати математичні пакети, спеціально призначені для обробки статистичних даних. У даний час однією з кращих статистичних систем вважається STATISTICA.

Останні версії системи STATISTICA цілком задовольняють усім стандартам Windows. Дана система реалізує графічно орієнтований підхід до аналізу даних, тобто більшість розрахунків супроводжується графічною ілюстрацією результатів розрахунку. Пакет англомовний. Тому надалі поруч з англійськими термінами в дужках буде даватися його український переклад.

1 СТИСЛІ ВІДОМОСТІ ПРО СИСТЕМУ STATISTICA V6.0

1.1 Структура пакету STATISTICA V6.0

Програма STATISTICA містить декілька незалежно працюючих модулів, що відкриваються за допомогою пункту меню **Statistics** (рис. 1). У кожному модулі зібрані логічно пов'язані між собою статистичні процедури. Завантажити можна відразу кілька модулів. Кнопки цих модулів знаходяться у нижній частині екрана. Переходити між ними можна стандартним чином, клацнувши лівою клавшею миші по відповідній кнопці.

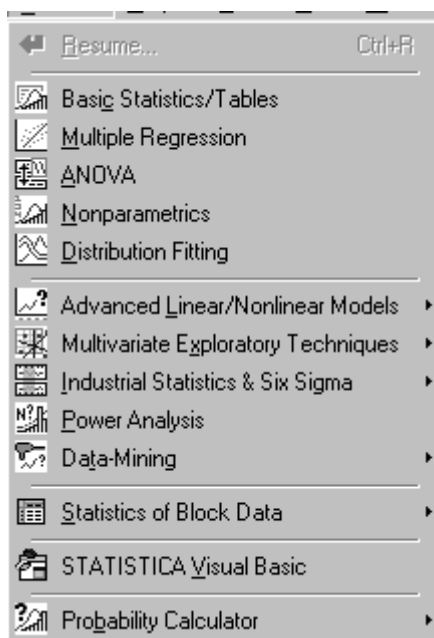


Рисунок 1

1.2 Створення нової таблиці даних

Для цього треба вибрати пункт меню **File – New – Ok**. Відкриється порожня електронна таблиця розміром 10x10 (рис. 2). У стовпчиках розташовані змінні (Vars), в рядках – випадки (Cases).

1.3 Вилучення і додання нових змінних і випадків

Виконуються командами Delete (вилучити) і Add (додати). Після виділення рядка або стовпця натиснути кнопку Vars, якщо вилучаються або додаються змінні, і вказати, скільки елементів вилучається чи додається, Ok. Для випадків – аналогічно, але з кнопкою Cases.

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Рисунок 2

1.4 Коректування таблиці

Коректування таблиці зводиться до коректування назв змінних, вмісту стовпців цілком і окремих кліток. Для цього робиться щиглик по імені стовпця, щиглик – по кнопці Vars (змінні), за пунктом меню **Current Specs** (поточні специфікації). Після цього можна задавати нове ім'я стовпцю в рядку Name (ім'я) і нові значення випадків за допомогою формули у віконці Long name (повне ім'я) (рис. 3). Також можна змінити подання числа (автоматично – 8 позицій (Column width), число позицій після коми (Decimals) – 3).

Коректування числових значень в окремих осередках виконується, як в EXCEL.

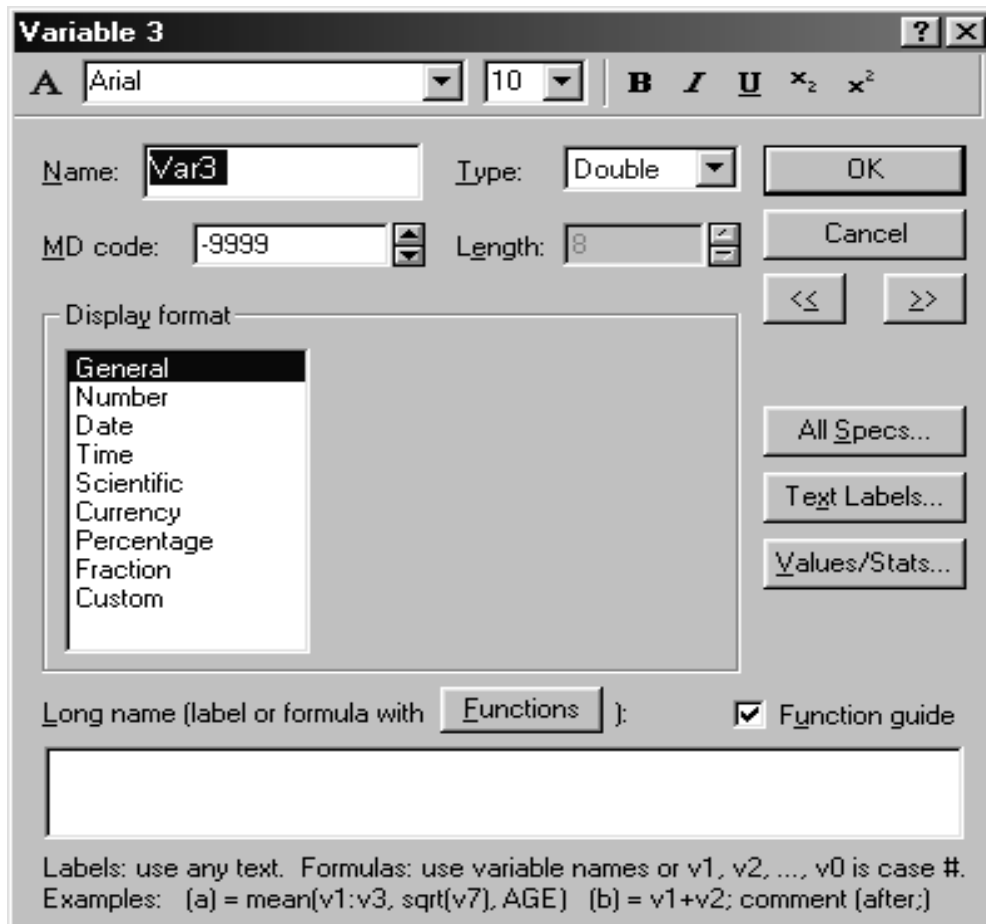


Рисунок 3

1.5 Обчислення статистичних характеристик для значень змінних (наприклад, максимальне, мінімальне, середнє значення, дисперсія і т.ін.).

Активізувати таблицю даних, потім активізувати пункти меню **Statistics – Basic Statistics/Tables – Descriptive Statistics – вкладка Advanced** (аналіз – описові статистики – усі статистики) (рис. 4), виділити змінні, для яких шукають характеристики (кнопка Variables), Ok, вибрати зі списку потрібні статистичні характеристики (наприклад, Min – мінімальне значення, Max – максимальне значення, Valid N – обсяг вибірки, Mean – середнє значення, Standard Deviation – середнє квадратичне відхилення, Variance – дисперсія), кнопка Summary. На екрані з’явиться таблиця з потрібними характеристиками.

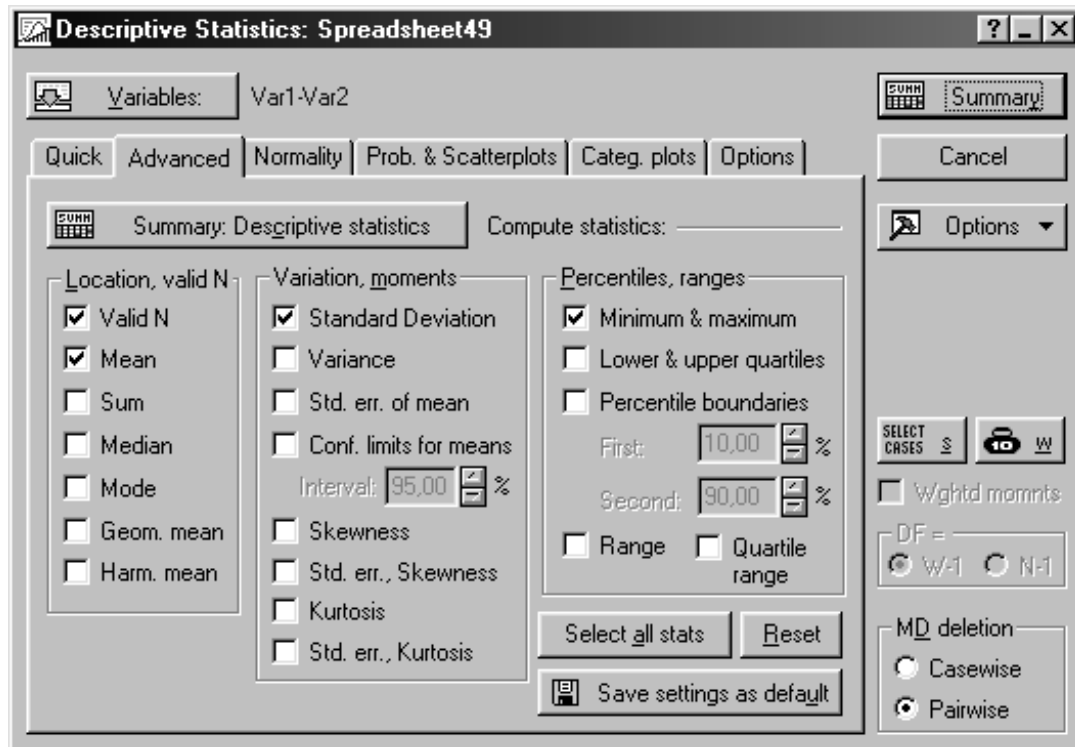


Рисунок 4

1.6 Одержання графіка і рівняння лінійної регресії

Активізувати таблицю. Вибрати пункт меню **Graphs – 2D Graphs – Scatterplots** – вкладка **Advanced**, (графіки, статистичні двомірні графіки, точковий графік), вибрати змінні **Variables** (для аргументу – x і функції – y), **Ok**, вибрати опції **Regular, Linear**, (регулярний, лінійний), **Ok** (рис. 5).

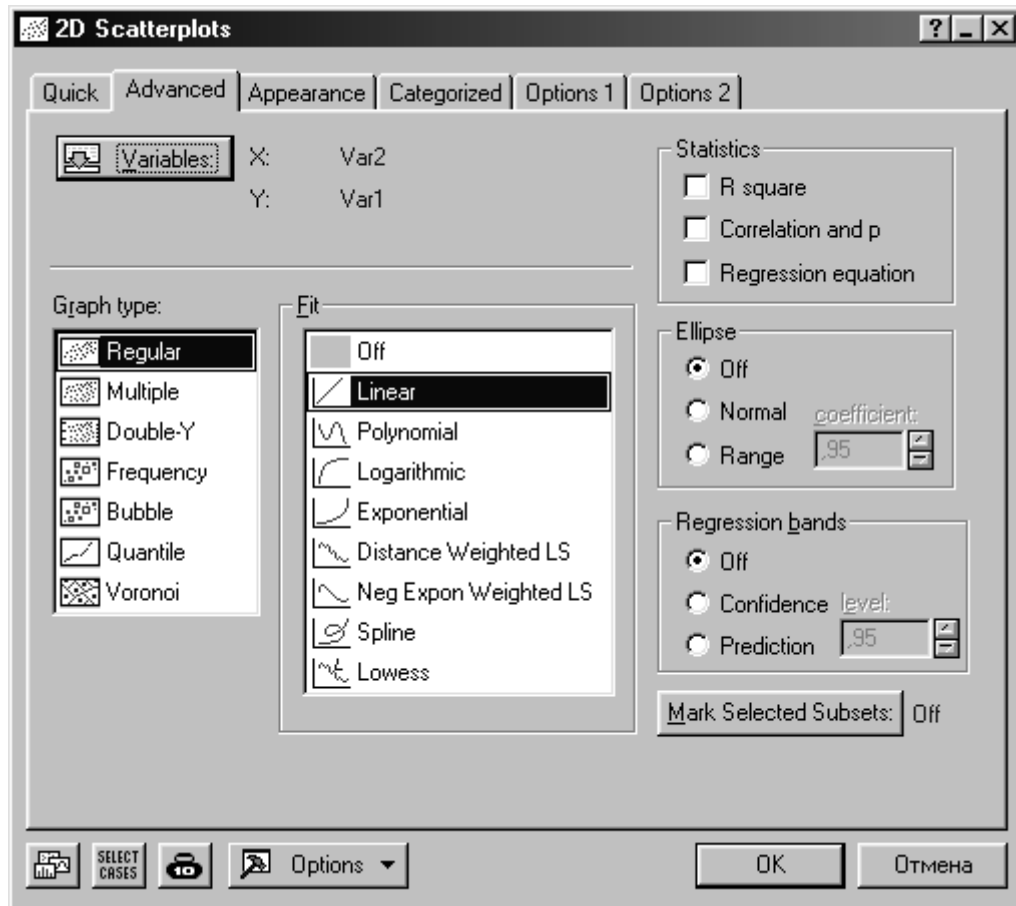


Рисунок 5

З'явиться графік лінійної регресії, над яким записане рівняння регресії (рис. 6).

1.7 Типи файлів у системі Statistica

Типи файлів:

- *.sta – початкові дані;
- *.stw – результати обробки даних, Workbook;
- *.str, або *.rtf– звіт.

Довжина імені файла, як і будь-якого іншого ідентифікатора, не більше 8 символів.

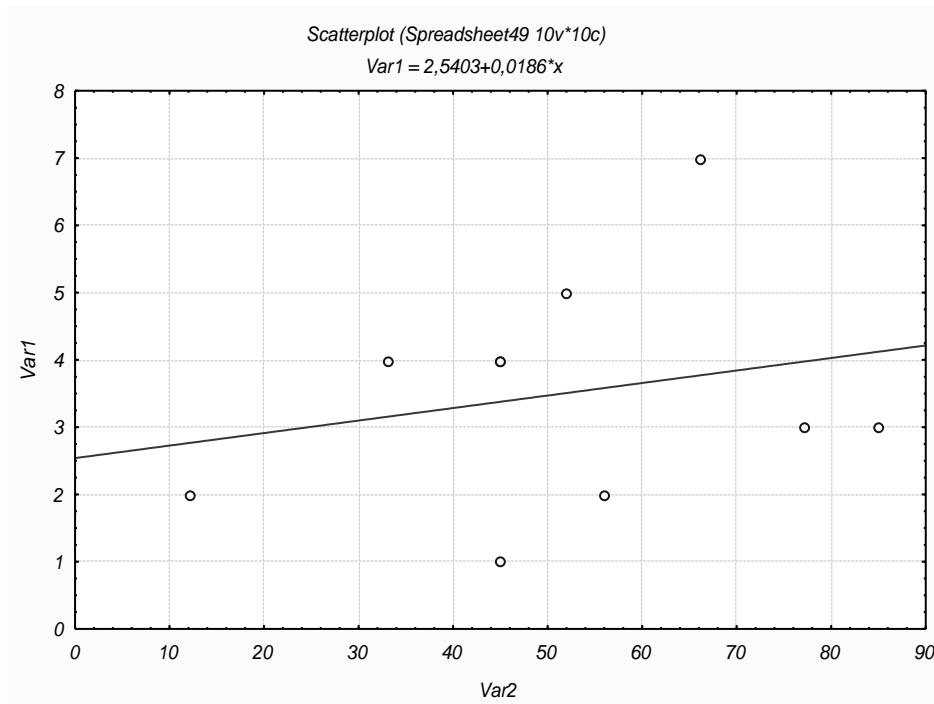


Рисунок 6

1.8 Створення автозвіту

Автозвіт бажано створювати при кожному сеансі роботи з пакетом для того, щоб усі результати роботи (таблиці і графіки) запам'ятовувалися в автозвіті.

Далі визначений шлях для створення стислого автозвіту: File, Output Manager. З'явиться багатосторінкове меню.

На сторінці Output Manager треба відмітити опції: Single Workbook, Place results in Workbook automatically, Also send to Report Window, Single Report (рис. 7). На сторінці Workbook, крім вже заданих опцій, у полі Add to Workbook performs відмітити опцію Copy. На сторінці Report, крім вже заданих опцій, у полі Add to Report performs відмітити опцію Copy. Після цього натиснути Ok. Тепер усі розрахункові таблиці і графіки автоматично заносяться в звіт.

Файл звіту треба зберегти з розширенням *.rtf. Тепер його можна редагувати в WORD.

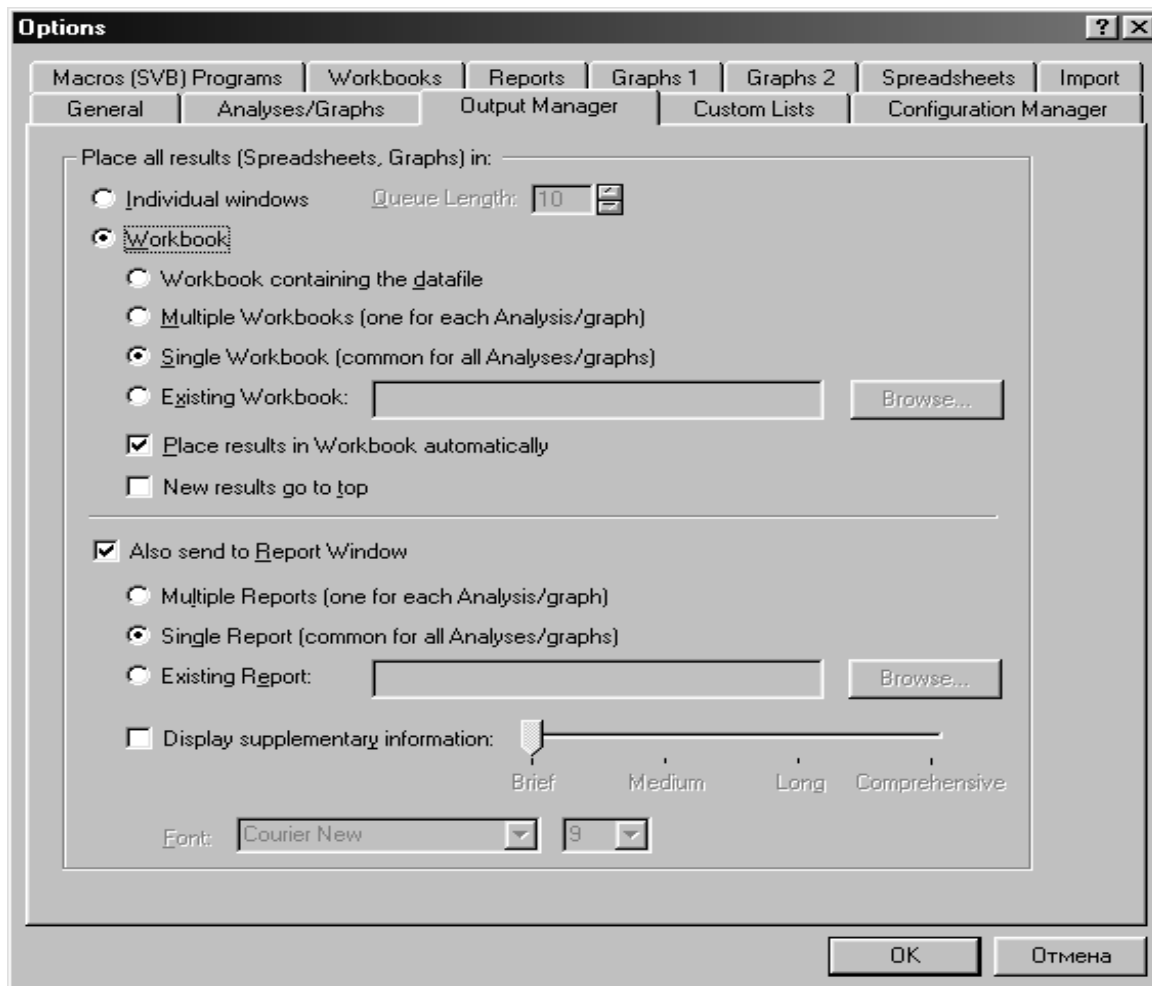


Рисунок 7

2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1

Тема: Знаходження середнього значення змінної, середнього квадратичного значення змінної й області прогнозів для даної змінної. Знаходження рівняння прямої регресії $y = b_0 + b_1x$. Прогноз за моделлю.

2.1 Стислі теоретичні відомості

Вибірка – сукупність випадково відібраних даних (x_i, y_i) (табл. 1), де n – обсяг вибірки; x – фактор; y – відклик.

Таблиця 1

x_1	x_2	...	x_n
y_1	y_2	...	y_n

Кореляційне поле (діаграма розсіювання) – графічне зображення точок вибірки (рис. 8).

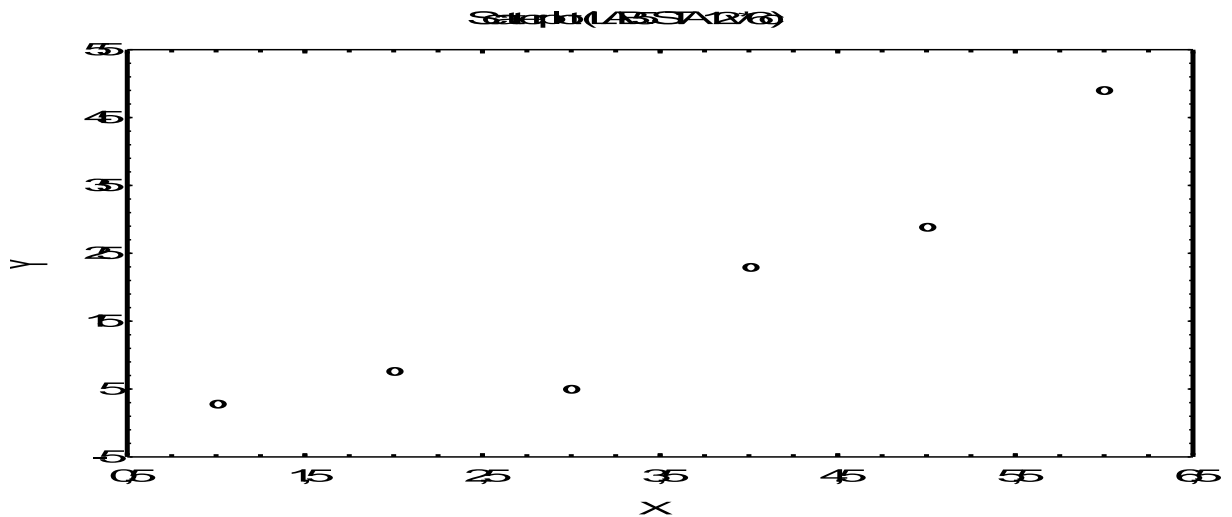


Рисунок 8

Генеральна сукупність – сукупність об'єктів, з яких беруть вибірку.

Математична модель – це наближений опис якого-небудь явища за допомогою математичної символіки. У найпростішому випадку однофакторної регресії математична модель – це формула виду $y = F(x)$. Якщо модель лінійна, то $y = b_0 + b_1x$ – рівняння лінійної регресії.

Середні значення фактора x і відклику y обчислюються за формулами

$$x_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad y_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i .$$

Точка (x_{cp}, y_{cp}) називається *центром розсіювання*. Графік лінійної регресії завжди проходить через центр розсіювання.

Середнє квадратичне відхилення фактора обчислюється за формулою

$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - x_{cp})^2}$ і характеризує, наскільки в середньому значення

фактора x_i відхиляються від x_{cp} . З двох вибірок з однієї генеральної сукупності більш якісною є та, де σ_x більше.

Область прогнозів розташована між мінімальним і максимальним значеннями фактору x . Прогноз відклику y робиться за рівнянням моделі.

2.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути придбані наступні вміння:

- 1) створення й коректування таблиці даних;
- 2) створення автозвіту й робота з ним;
- 3) знаходження графіка й рівняння лінійної регресії й прогнозів за ним.

Мають бути засвоєні наступні поняття: модель, середнє значення, середньоквадратичне відхилення, кореляційне поле, область прогнозу, прогноз.

Робота розрахована на 4 години.

2.3 Завдання до лабораторної роботи

- 1) Створити таблицю даних.
- 2) Створити автозвіт.
- 3) Внести в автозвіт створену таблицю даних.
- 4) Знайти середнє значення, середньоквадратичне відхилення й область прогнозів для фактора x .
- 5) Знайти графік і рівняння прямої регресії.
- 6) Знайти прогноз y у точці x_{cp} і в будь-якій довільній точці з області прогнозів.

2.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

- 1) Тема роботи, завдання.
- 2) Роздрук таблиць і графіків.
- 3) Пояснення отриманих таблиць і графіків з погляду економетрії.

2.5 Приклад виконання лабораторної роботи в пакеті Statistica6

Економічні дані

Реальний обсяг випуску продукції (Y, млн т) і рівні факторів, її формувальних – капітальних витрат (X1, млн грн) і питомої ваги простоїв устаткування (X2, %) по металургійних підприємствах країни за минулий рік задані в таблиці 2.

Таблиця 2

№	X1	X2	Y
1	1,033	1,45	1,83
2	0,012	4,295	0,58
3	0,045	3,553	1,34
4	0,243	1,568	1,34
5	0,266	1,52	1,64
6	0,302	0,512	1,65
7	0,451	0,457	1,91
8	1,041	1,822	1,96
9	1,423	0,442	2,08
10	1,914	0,498	2,18

Знайти залежність між показником y (обсяг випуску продукції) і фактором x_1 (капітальні витрати) виду $y = b_0 + b_1x$.

Виконання завдання

1) Створюємо таблицю даних. Таблиця буде мати дві змінні (x і y) і десять випадків. Назва таблиці – lab1.sta.

2) Створюємо автозвіт, як розглянуто вище.

3) Внесемо в автозвіт створену таблицю даних (кнопка Add to Report на панелі інструментів) (рис. 9).

	1 X	2 Y
1	1,033	1,83
2	0,012	0,58
3	0,045	1,34
4	0,243	1,34
5	0,266	1,64
6	0,302	1,65
7	0,451	1,91
8	1,041	1,96
9	1,423	2,08
10	1,914	2,18

Рисунок 9

4) Знайдемо середнє значення x_{cp} , середньоквадратичне відхилення й область прогнозів для фактора x .

Активувати таблицю з даними. Далі: **Statistics – Basic Statistics/Tables – Descriptive statistics** (описові статистики) – **ОК** (рис. 10).

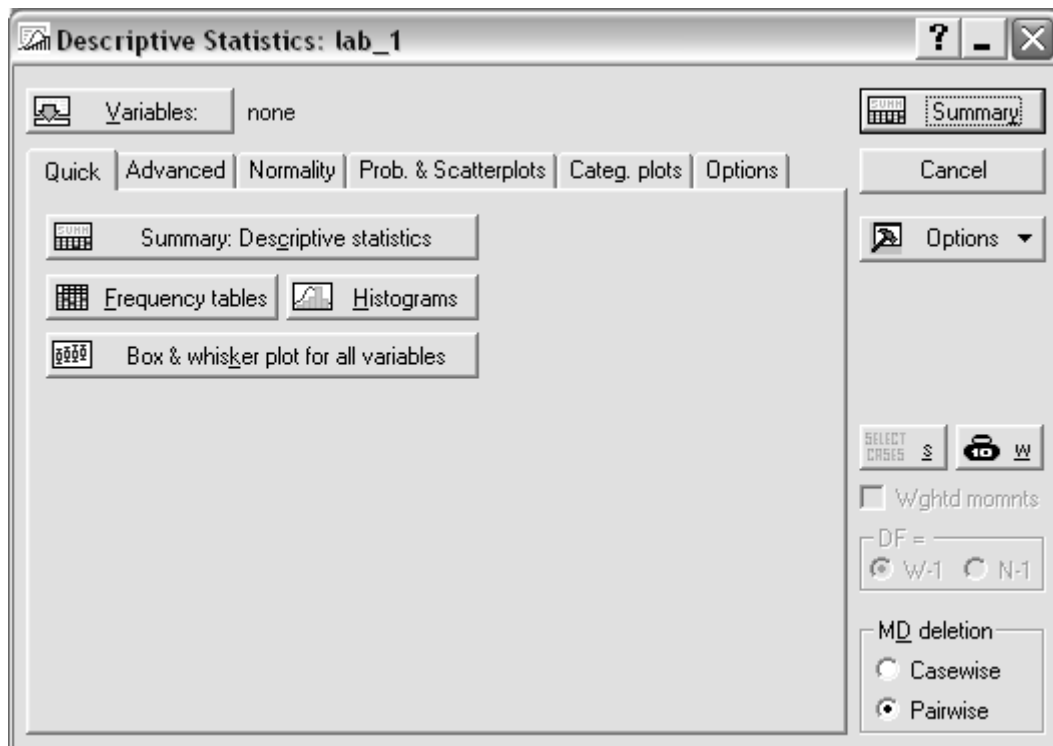


Рисунок 10

Далі: Variables – виділити потрібну змінну (у цьому випадку x) – ОК.

На вкладці Advanced виділяємо (рис. 11): Mean (середнє значення), Standard Deviation (середнє квадратичне відхилення), Minimum і Maximum (мінімальне і максимальне значення) – Summary.

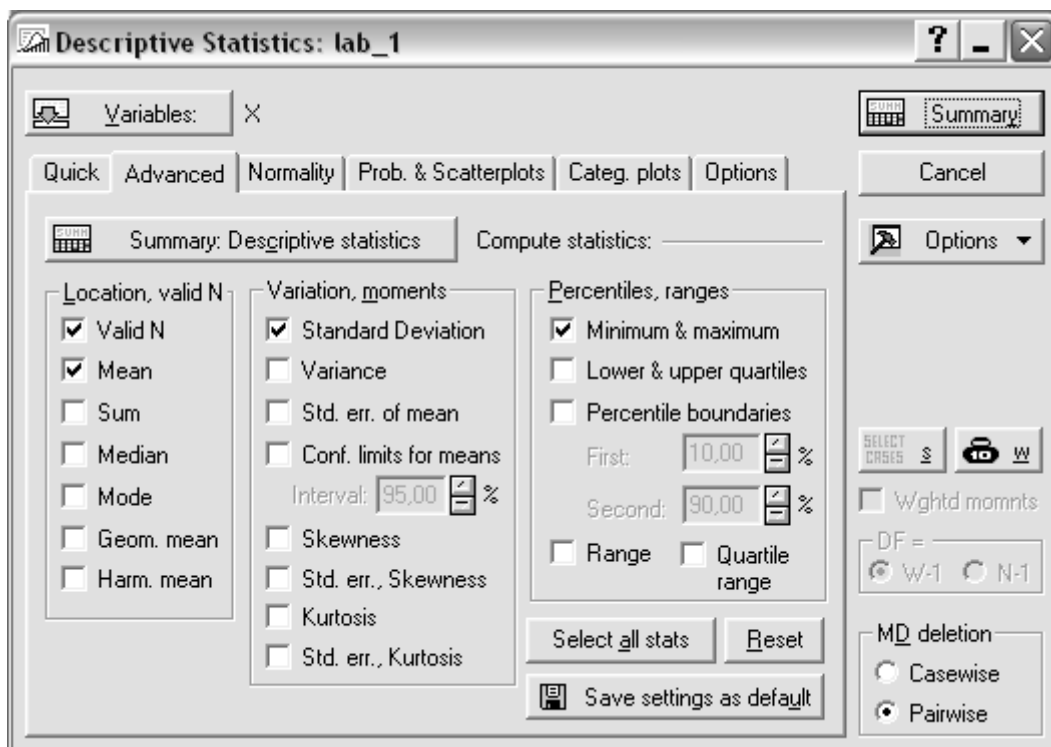


Рисунок 11

Потрібна таблиця автоматично вставляється в автозвіт (рис. 12).

Descriptive Statistics (Исх_данные)					
Variable	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
x	10	0,67300	0,01200	1,91400	0,64432

Рисунок 12

5) Знайдемо графік і рівняння прямої регресії $y = b_0 + b_1x$.

Активувати таблицю з даними: **Graphs – Scatterplots** (графіки – точкові графіки) – **Variables** (виділити аргумент x і функцію y) – **ОК**. Далі на вкладці Advanced вибрати опції **Regular, Linear fit, Regression bands – Off – ОК**, як це показано на рис. 13.

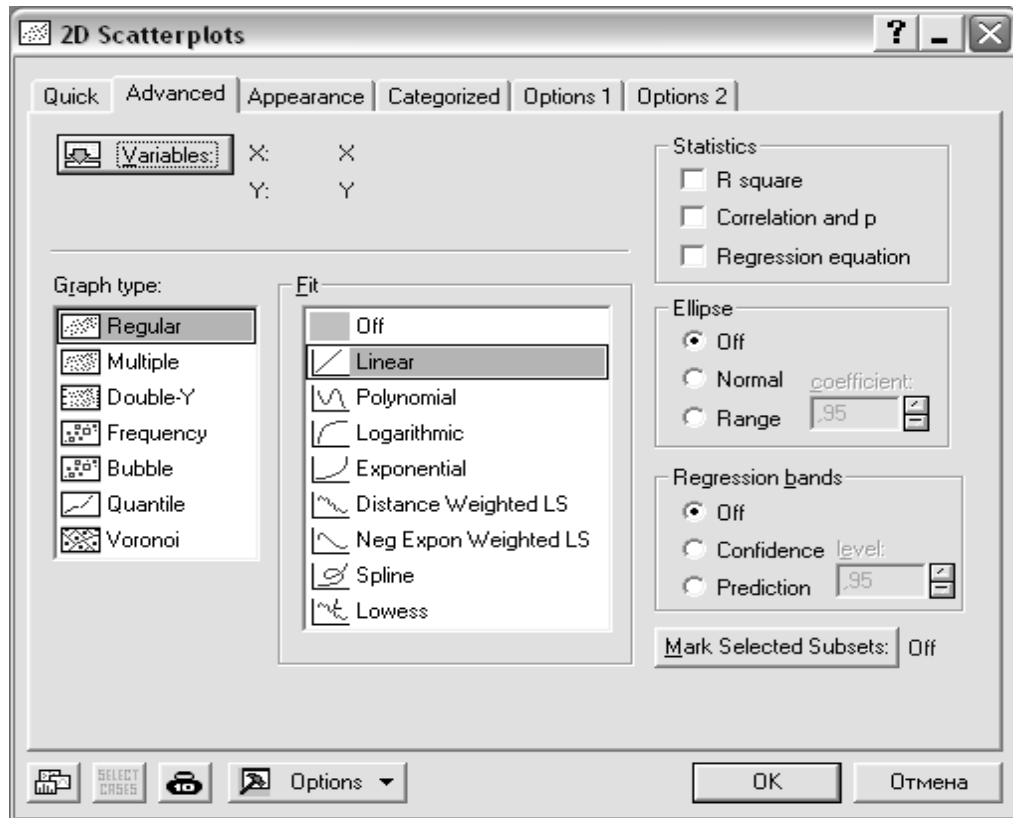


Рисунок 13

Над графіком рівняння прямої регресії $y=1,265+0,573x$ (рис. 14).

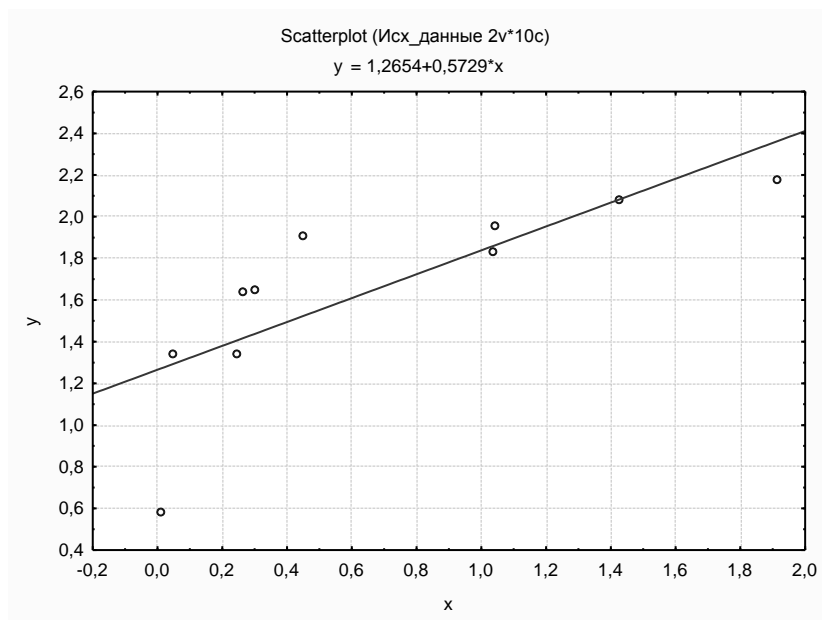


Рисунок 14

б) Знайдемо прогноз y у точці x_{cp} і в будь-якій довільній точці з області прогнозів.

Щоб зробити прогноз у точці $x_{cp}=0,673$ і, наприклад, у точці 1,5, потрібно виконати наступні дії:

а) додати в таблиці два рядки, у яких у стовпці X додати числа 0,673 і 1,5;

б) додати в таблиці 3-й стовпець Y_REGR. Подвійним щигликом по імені стовпця Y_REGR увійти у вікно редагування стовпця. У вікні Long Name (унизу екрана) вписати формулу $=1,265+0,573*x$ (рівняння регресії), і нажати ОК. У стовпці Y_REGR з'являться значення у, розраховані за рівнянням прямої регресії $y=1,265+0,573x$ для всіх x , перерахованих в 1-му стовпці, у тому числі й для значень 0,673 і 1,5 (рис. 15);

в) нова таблиця поміститься у звіт.

	1	2	3
	x	y	Y_REGR
1	1,033	1,83	1,856909
2	0,012	0,58	1,271876
3	0,045	1,34	1,290785
4	0,243	1,34	1,404239
5	0,266	1,64	1,417418
6	0,302	1,65	1,438046
7	0,451	1,91	1,523423
8	1,041	1,96	1,861493
9	1,423	2,08	2,080379
10	1,914	2,18	2,361722
11	0,673		1,650629
12	1,5		2,1245

Рисунок 15

2.6 Висновки

Середнє значення x_{cp} (Mean), середнє квадратичне відхилення (Std.Dev.) і область прогнозів (Minimum- Maximum) для фактора x наведені на рисунку 16.

Variable	Descriptive Statistics (Исх_данные)				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
x	10	0,673000	0,012000	1,914000	0,644324

Рисунок 16

Область прогнозів $0,012000 \leq X \leq 1,914000$ задає діапазон, з якого припустимо вибирати значення фактора x , капітальні витрати (мільйонів гривень) для прогнозу обсягу випуску продукції y (мільйонів тонн).

Середнє значення $x_{\text{ср}}=0,673$ задає центр області прогнозів.

Середнє квадратичне відхилення $0,6443$ характеризує середнє значення розсіювання значень капітальних витрат по металургійних підприємствах країни відносно $x_{\text{ср}}$.

Рівняння прямої регресії: $Y=1,265+1,573X$. За цим рівнянням розраховується прогноз обсягу випуску продукції y в залежності від капітальних витрат x . При капітальних витратах $X=0,673$ млн грн. обсяг випуску продукції буде дорівнювати $Y= 1,651$ млн т. При капітальних витратах $X=1,500$ млн грн. обсяг випуску продукції $Y= 2,125$ млн т.

3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2

Тема: Вибір моделі однофакторної регресії.

3.1 Стислі теоретичні відомості

Рівняння лінійної регресії $y=b_0+b_1x$ знаходять за методом найменших квадратів. Відхилення i -ї точки кореляційного поля від лінії регресії дорівнює $(y_{\text{лін}} - y_i)$. *Метод найменших квадратів* полягає в тому, щоб мінімізувати суму квадратів відхилень (залишків):

$$s = \sum (y_{\text{лін}} - y_i)^2 = \sum (b_0 + b_1x_i - y_i)^2 \quad (\text{min}).$$

Мінімум досягається за умови рівності нулю часткових похідних:

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial b_0} = 0, \\ \frac{\partial s}{\partial b_1} = 0. \end{cases}$$

За цією системою рівнянь знаходять коефіцієнти регресії b_0 і b_1 .

Для нелінійної моделі суму квадратів відхилень знаходять аналогічно:

$$s = \sum ((y_{\text{нелін}} - y_i)^2).$$

З двох моделей оптимальною є та, у якій сума квадратів відхилень менше.

3.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути придбані наступні вміння:

- 1) знаходження графіка й рівняння нелінійної регресії й прогнозів за ним;
- 2) вибір оптимальної моделі.

Мають бути засвоєні наступні поняття: оптимальна модель, залишки, метод найменших квадратів.

Робота розрахована на 4 години.

3.3 Завдання до лабораторної роботи

Використовуючи дані з лабораторної роботи 1, за мінімумом суми квадратів залишків вибрати оптимальну модель із двох моделей: лінійної й експоненційної $y = Ae^{bx}$. Для цього необхідно:

- 1) Знайти графік і рівняння прямої регресії.
- 2) Знайти прогноз y у кожній точці x за лінійною моделлю.
- 3) Знайти графік і рівняння експоненціальної регресії.
- 4) Знайти прогноз y у кожній точці x за нелінійною моделлю.
- 5) Знайти розбіжність лінійного й експоненціального прогнозів у відсотках.
- 6) Знайти квадрати відхилень для нелінійної моделі.
- 7) Знайти суму квадратів залишків для лінійної моделі.
- 8) Знайти суму квадратів залишків для нелінійної моделі.
- 9) Вибрати оптимальну модель

3.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

- 1) тему роботи, завдання;
- 2) роздрук таблиць і графіків;
- 3) статистичні й економічні висновки за результатами роботи.

3.5 Приклад виконання лабораторної роботи у пакеті Statistica6

Економічні дані

Економічні дані взяті з лабораторної роботи 1.

Вихідна таблиця даних (рис. 17) вставляється у звіт, як у лабораторній роботі 1.

	1	2
	X	Y
1	1,033	1,83
2	0,012	0,58
3	0,045	1,34
4	0,243	1,34
5	0,266	1,64
6	0,302	1,65
7	0,451	1,91
8	1,041	1,96
9	1,423	2,08
10	1,914	2,18

Рисунок 17

Виконання завдання

1) Графік і рівняння прямої регресії знаходимо так само, як у лабораторній роботі 1 (рис. 18).

Рівняння лінійної регресії $Y=1,265+0,573*X$.

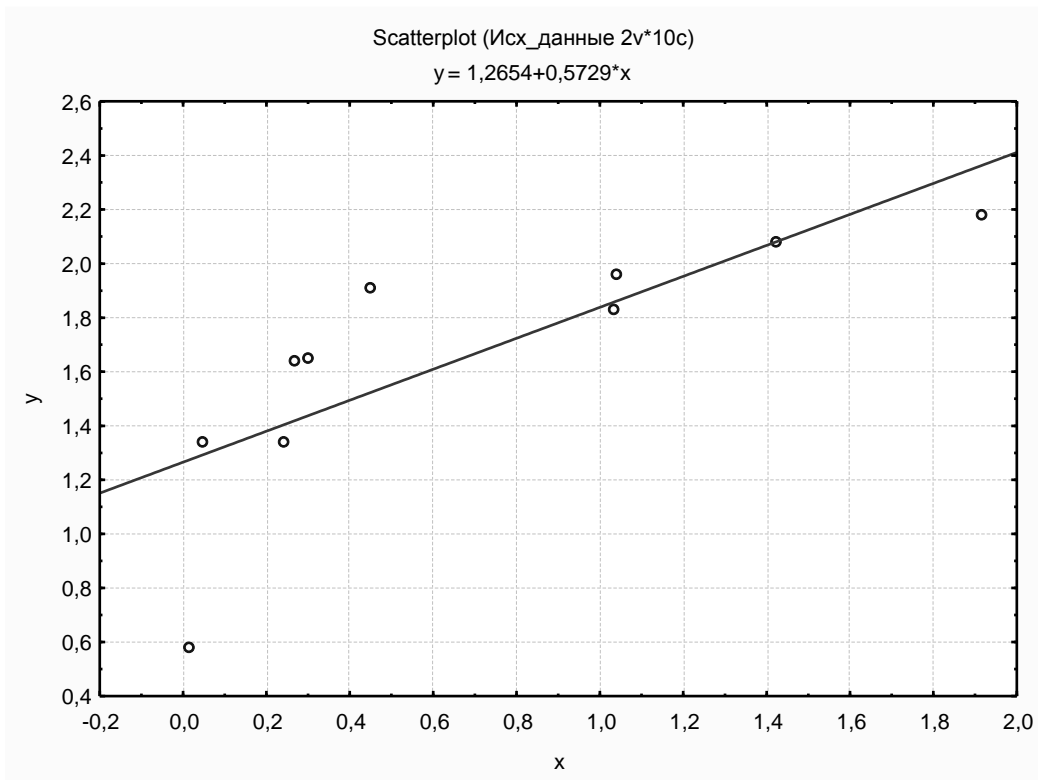


Рисунок 18

2) Прогноз y у кожній точці x за лінійною моделлю знаходимо так само як у лабораторній роботі 1. Позначаємо прогноз LIN_PR (рис. 19).

	1 X	2 Y	3 LIN_PR
1	1,033	1,83	1,857
2	0,012	0,58	1,272
3	0,045	1,34	1,291
4	0,243	1,34	1,404
5	0,266	1,64	1,417
6	0,302	1,65	1,438
7	0,451	1,91	1,523
8	1,041	1,96	1,861
9	1,423	2,08	2,080
10	1,914	2,18	2,362

Рисунок 19

3) Графік і рівняння експонентної регресії отримують подібно графікові й рівнянню лінійної регресії. Експоненційну модель Statistica6 буде автоматично.

Активувати таблицю. Вибрати пункт меню **Graphs – Scatterplots –** (Графіки, точковий графік) – вибрати змінні **Variables** (для аргументу – x і функції – y) – **Ok**, вибрати вкладку **Advanced**, опції Regular, Exponential (регулярний, експоненційний) (рис. 20).

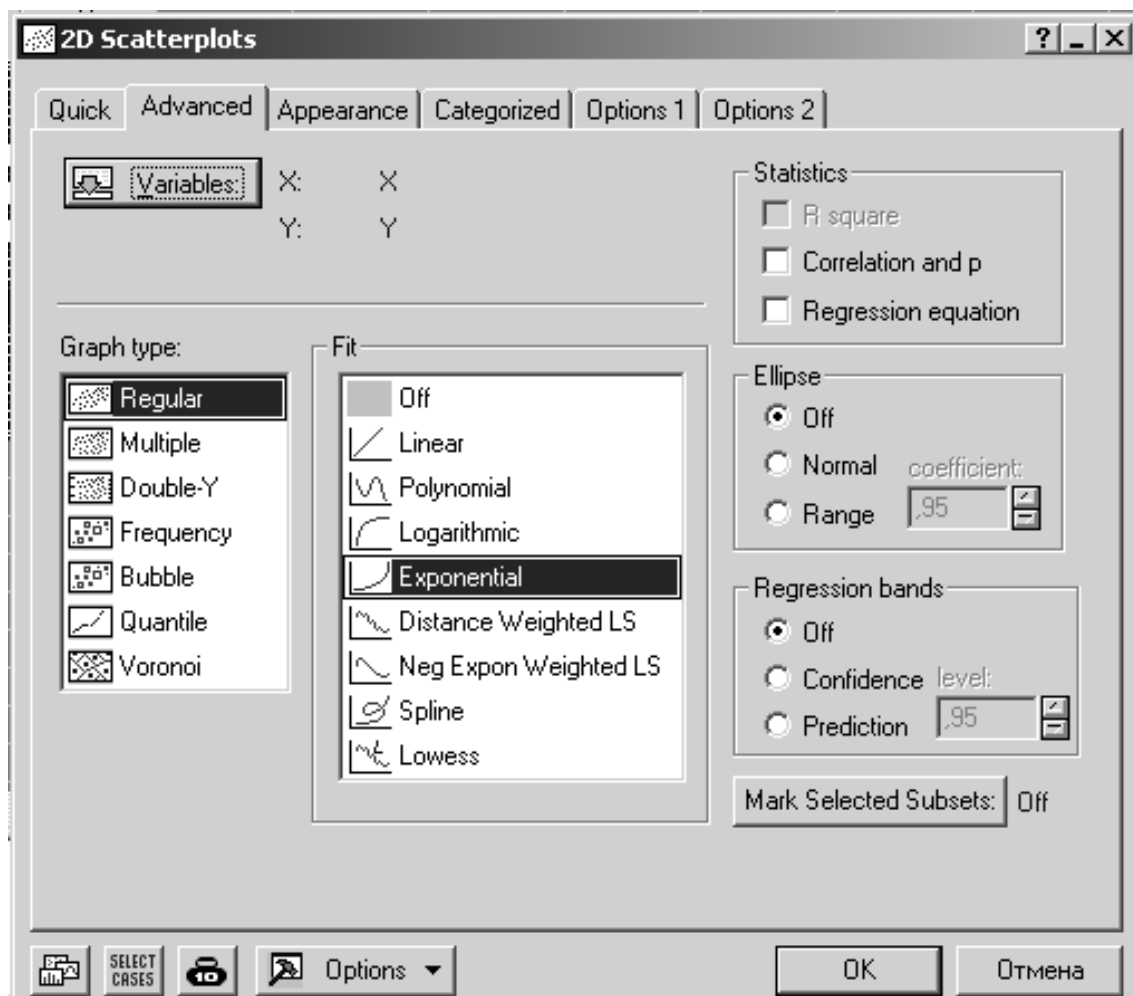


Рисунок 20

З'явиться графік експоненційної регресії, над яким записане рівняння регресії (рис. 21).

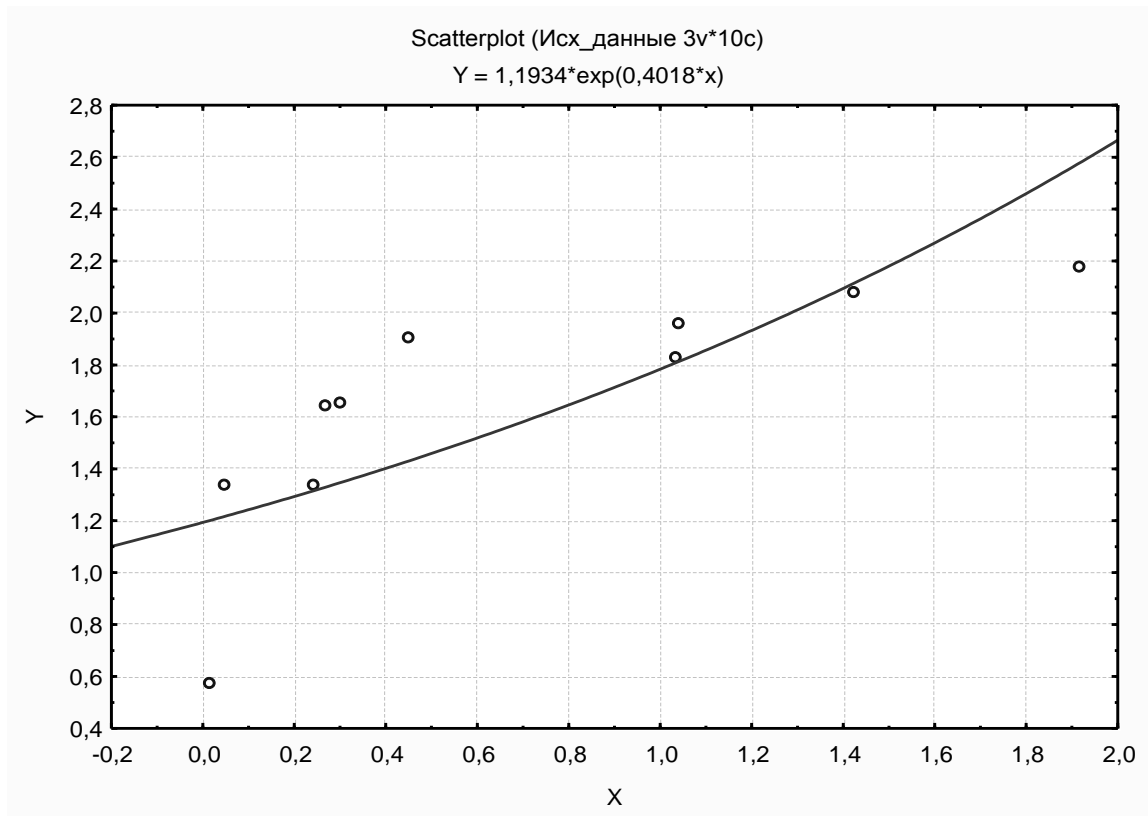


Рисунок 21

Рівняння експонентної регресії $Y=1,193 * \exp(0,402 * X)$.

4) Прогноз за експоненційною (нелінійною) моделлю будемо так: подвійним щигликом по імені стовпця Y_NELIN увійти у вікно редагування стовпця. У вікні Long Name (унизу екрана) вписати формулу $=1,193 * \text{EXP}(0,402 * X)$. Таблиця набуде наступного виду (рис. 22).

	1	2	3	4
	X	Y	LIN_PR	NELIN_PR
1	1,033	1,83	1,857	1,807
2	0,012	0,58	1,272	1,199
3	0,045	1,34	1,291	1,215
4	0,243	1,34	1,404	1,315
5	0,266	1,64	1,417	1,328
6	0,302	1,65	1,438	1,347
7	0,451	1,91	1,523	1,430
8	1,041	1,96	1,861	1,813
9	1,423	2,08	2,080	2,114
10	1,914	2,18	2,362	2,575

Рисунок 22

5) Знаходимо розбіжність лінійного й експонентного прогнозу у відсотках. Для цього додаємо в таблицю змінну RASH, формула $=(\text{LIN_PR}-\text{NELIN_PR})/\text{LIN_PR}*100$.

Формула вписується так: подвійним щигликом по імені стовпця RASH увійти у вікно редагування стовпця. У вікні Long Name (унизу екрана) вписати формулу.

Таблиця набуде наступного виду (рис. 23).

	1	2	3	4	5
	X	Y	LIN_PR	NELIN_PR	RASH
1	1,033	1,83	1,857	1,807	2,681
2	0,012	0,58	1,272	1,199	5,748
3	0,045	1,34	1,291	1,215	5,888
4	0,243	1,34	1,404	1,315	6,325
5	0,266	1,64	1,417	1,328	6,334
6	0,302	1,65	1,438	1,347	6,332
7	0,451	1,91	1,523	1,430	6,123
8	1,041	1,96	1,861	1,813	2,608
9	1,423	2,08	2,080	2,114	-1,610
10	1,914	2,18	2,362	2,575	-9,036

Рисунок 23

Негативне значення змінної RASH означає, що експоненціальний прогноз перевищує лінійний прогноз на 1,610 і 9,036 % відповідно.

б) Обчислення квадратів відхилень для нелінійної регресії.

Додаємо змінну:

$$\text{KV_OST}, \text{ формула } =(\text{Y}-\text{NELIN_PR})^2.$$

Формули вписуються так: подвійним щигликом по імені стовпця KV_OST увійти у вікно редагування стовпця. У вікні Long Name (унизу екрана) вписати формулу: $=(\text{Y}-\text{NELIN_PR})^2-\text{OK}$. Таблиця набуде наступного виду (рис. 24).

	1 X	2 Y	3 LIN_PR	4 NELIN_PR	5 RASH	6 KV_OST
1	1,033	1,830	1,857	1,807	2,681	0,001
2	0,012	0,580	1,272	1,199	5,748	0,383
3	0,045	1,340	1,291	1,215	5,888	0,016
4	0,243	1,340	1,404	1,315	6,325	0,001
5	0,266	1,640	1,417	1,328	6,334	0,098
6	0,302	1,650	1,438	1,347	6,332	0,092
7	0,451	1,910	1,523	1,430	6,123	0,230
8	1,041	1,960	1,861	1,813	2,608	0,022
9	1,423	2,080	2,080	2,114	-1,610	0,001
10	1,914	2,180	2,362	2,575	-9,036	0,156

Рисунок 24

7) Обчислення суми квадратів залишків для нелінійної регресії.

Активувати таблицю .sta – **Statistics** – **Basic Statistics/Tables** – **Descriptive Statistics** – **Advanced** – залишити прапорець тільки в опції Sum – виділити змінну KV_OST – Summary (рис. 25).

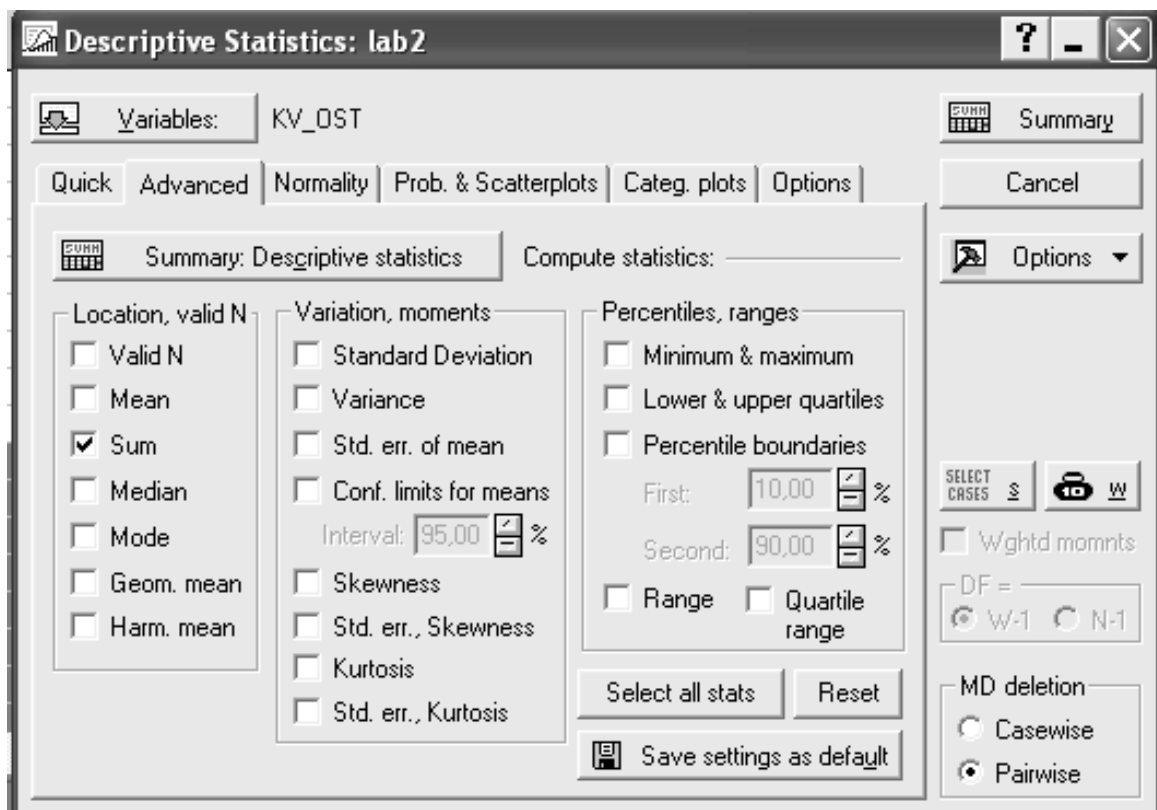


Рисунок 25

Одержуємо суму квадратів залишків для нелінійної моделі (рис. 26).

Descriptive Statistics (lab2)	
Variable	Sum
KV_OST	0,998226

Рисунок 26

8) Сума квадратів залишків лінійної моделі можна знайти як суму доданків виду $(Y - \text{LIN_PR})^2$, де $\text{LIN_PR} = 1,265 + 0,573 * X$. Однак суму квадратів залишків лінійної моделі простіше знайти за допомогою модуля **Multiple Regression. Statistics – Multiple Regression – Variables**(Dependent Y - Independent X) – **OK – Advanced – ANOVA**(Overall goodness of fit) – **OK**. Сума квадратів залишків лінійної моделі(Residual) дорівнює 0,7726 (рис. 27).

Analysis of Variance; DV: Y (lab2)					
Effect	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	1,226490	1	1,226490	12,69988	0,007361
Residual	0,772600	8	0,096575		
Total	1,999090				

Рисунок 27

9) Остаточний вибір моделі – за сумою квадратів залишків. Тому що сума квадратів залишків для лінійної моделі 0,7726 менше, ніж сума квадратів залишків для експонентної моделі 0,9982, то вибираємо лінійну модель.

Примітка. Якщо значення x набагато більше, ніж y , то на графіку один з параметрів рівняння регресії може дорівнювати нулю. Тоді потрібно ввести нову змінну X_N , що виходить із x діленням на 1000 або 100, так, щоб X_N і y були одного порядку. Одержати залежність y від X_N . Щоб одержати залежність y від x , потрібно параметр b розділити на те ж число, що й при переході від x до X_N .

3.6 Висновки

Рівняння лінійної регресії $y=1,265+0,573x$.

Рівняння експонентної регресії $y = 1,193e^{0,402x}$.

Тому що сума квадратів залишків для лінійної моделі 0,7726 менше, ніж сума квадратів залишків для експонентної моделі 0,9982, то лінійна модель є оптимальною.

При неправильному виборі моделі (експонентна модель замість лінійної) максимальне завищення прогнозу дорівнює 9% у точці $x=1,914$, а максимальне заниження прогнозу дорівнює 6,334% у точці $x=0,266$.

4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3

Тема: Перевірка однофакторної лінійної регресії на адекватність.

4.1 Стислі теоретичні відомості

Статистична гіпотеза – це припущення або про закон розподілу випадкової величини, або про значення числових характеристик (статистик) випадкової величини. *Нульовою* (основною) називають гіпотезу H_0 , висунуту першою. *Конкуруючою* (альтернативною) називають гіпотезу, що суперечить основній гіпотезі. *Помилка першого роду* – відкинута правильна гіпотеза. *Помилка другого роду* – прийнята неправильна гіпотеза. Рівень значущості гіпотези α – імовірність відкинути правильну гіпотезу. Звичайно $\alpha=0,05$ чи $\alpha=0,01$. *Статистичний критерій* – випадкова величина, що служить для перевірки нульової гіпотези. Значення критерію, що спостерігається, обчислюється за вибіркою. *Область прийняття гіпотези* – сукупність значень критерію, при яких нульову гіпотезу приймають. *Критична область* – сукупність значень критерію, при яких нульову гіпотезу відкидають. Критичні точки (критичні значення критерію) відокремлюють область прийняття гіпотези

від критичної області. При дослідженні однофакторної регресії використовують два критерії:

- критерій Стьюдента з числом степенів вільності $k=n-2$: $T(x,k)$, де n – обсяг вибірки (рис. 28);

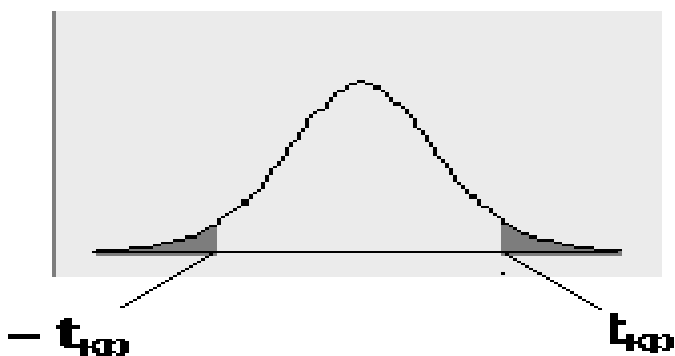


Рисунок 28

- критерій Фішера з двома числами степенів вільності – $k_1=1$ і $k_2=n-2$: $F(x,k_1,k_2)$ (рис. 29).

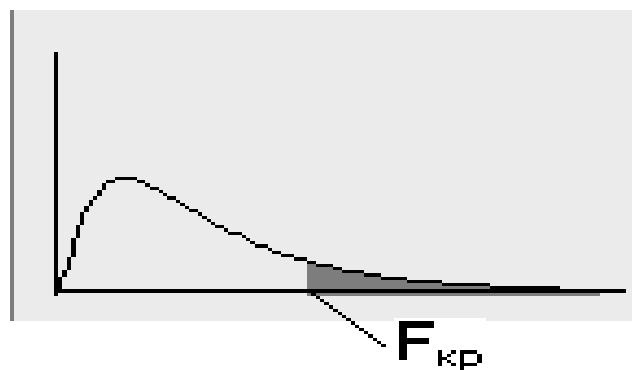


Рисунок 29

Критерій Стьюдента двосторонній – у нього дві симетричні критичні точки: $t_{кр}$ і $-t_{кр}$. Сумарна площа виділених ділянок дорівнює рівню значущості α нульової гіпотези H_0 .

Критерій Фішера однобічний – у нього одна критична точка $F_{кр}$. Площа виділеної ділянки дорівнює значущості α нульової гіпотези H_0 .

Кількість степенів вільності статистики дорівнює обсягу вибірки мінус кількість накладених зв'язків.

Статистична значущість коефіцієнта рівняння лінійної регресії з рівнем значущості α означає наступне: імовірність того, що даний

коефіцієнт, відмінний від нуля, дорівнює α . Перевіряється значущість коефіцієнтів рівняння за допомогою критерію Стьюдента: знаходять за даними вибірки $t_{\text{спост}}$ і критичне значення критерію $t_{\text{кр}}$. Якщо $t_{\text{спост}} > t_{\text{кр}}$, коефіцієнт рівняння статистично значущий. Якщо $t_{\text{спост}} < t_{\text{кр}}$, коефіцієнт рівняння статистично не значущий.

Адекватність рівняння лінійної регресії з рівнем значущості α означає наступне: імовірність того, що відклик y залежить від фактору x , дорівнює α . Перевіряється адекватність рівняння за допомогою критерію Фішера: знаходять за даними вибірки $F_{\text{спост}}$ і критичне значення критерію $F_{\text{кр}}$. Якщо $F_{\text{спост}} > F_{\text{кр}}$, рівняння адекватне. Якщо $F_{\text{спост}} < F_{\text{кр}}$, рівняння не адекватне.

Коефіцієнт кореляції r_{xy} характеризує щільність лінійного зв'язку між фактором x і відкликом y . Якщо $0,9 < |r_{xy}| < 1$ – зв'язок щільний; якщо $0,6 < |r_{xy}| < 0,9$ – зв'язок достатній; якщо $0,3 < |r_{xy}| < 0,6$ – зв'язок слабкий; якщо $0 < |r_{xy}| < 0,3$ – зв'язок відсутній. Знак коефіцієнта r_{xy} характеризує характер лінійного зв'язку: при $r_{xy} > 0$ зв'язок між x і y позитивний (зі зростом фактора x відклик y зростає), при $r_{xy} < 0$ зв'язок між x і y зворотний (зі зростом фактора x відклик y зменшується).

Коефіцієнт детермінації R^2 для лінійної регресії дорівнює квадрату коефіцієнта кореляції r_{xy} : $R^2 = r_{xy}^2$, $0 \leq R^2 \leq 1$. R^2 показує, яка частка дисперсії відклику y пояснюється рівнянням регресії.

4.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути придбані наступні вміння: перевірка значущості коефіцієнтів лінійної моделі, перевірка адекватності лінійної моделі.

Мають бути засвоєні наступні поняття: статистична гіпотеза, рівень значущості гіпотези, статистичний критерій, значення критерію що спостерігаються, критичне значення критерію, кількість степенів вільності статистики, критерії Стьюдента і Фішера, статистична значущість коефіцієнтів моделі, адекватність моделі, коефіцієнти кореляції і детермінації, їхні властивості.

Робота розрахована на 2 години.

4.3 Завдання до лабораторної роботи

Використовуючи дані з лабораторної роботи 1, виконати наступні завдання:

1) Знайти коефіцієнт кореляції, коефіцієнт детермінації, значення критерію Фішера, що спостерігається, кількість степенів вільності критеріїв Фішера і Стюдента.

2) Знайти коефіцієнти рівняння лінійної регресії b_0 і b_1 .

3) Знайти значення критерію Стюдента, що спостерігаються, для коефіцієнтів b_0 і b_1 .

4) Знайти критичне значення критерію Стюдента з рівнем значущості $\alpha=0.05$.

5) Перевірити статистичну значущість коефіцієнтів b_0 і b_1 .

6) Знайти критичне значення критерію Фішера з рівнем значущості $\alpha=0,05$.

7) Перевірити лінійну модель на адекватність за допомогою критерію Фішера.

8) За значенням коефіцієнта кореляції зробити висновок про близькість зв'язку до лінійного.

4.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

1) Тему роботи, завдання.

2) Роздрук таблиць.

3) Пояснення отриманих значень коефіцієнтів з погляду економетрії.

4) Відповіді на питання завдання.

5) Статистичний і економетричний аналізи отриманих результатів.

4.5 Приклад виконання лабораторної роботи у пакеті Statistica 6

Економічні дані

Економічні дані взяти з лабораторної роботи 1.

Вихідна таблиця даних вставляється у звіт так само, як у лабораторній роботі 1 (рис. 30).

	1	2
	X	Y
1	1,033	1,83
2	0,012	0,58
3	0,045	1,34
4	0,243	1,34
5	0,266	1,64
6	0,302	1,65
7	0,451	1,91
8	1,041	1,96
9	1,423	2,08
10	1,914	2,18

Рисунок 30

Виконання завдання

1) Знайдемо коефіцієнт кореляції, коефіцієнт детермінації, значення критерію Фішера, що спостерігається, кількість степенів вільності критеріїв Фішера і Стьюдента. **Statistics – Multiple Regression** (множинна регресія) – **Variables** – (залежна змінна dependent y – незалежна змінна independent x) – **Ok – Advanced – Summary: Regression results** (підсумки регресійного аналізу) (рис. 31).

Regression Summary for Dependent Variable: Y (Исх_данные)						
R= ,78327797 R ² = ,61352438 Adjusted R ² = ,56521493						
F(1,8)=12,700 p<,00736 Std.Error of estimate: ,31077						
N=10	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(8)	p-level
Intercept			1,265414	0,146166	8,657390	0,000025
X	0,783278	0,219794	0,572936	0,160771	3,563689	0,007361

Рисунок 31

У таблиці, що з'явилася, знаходяться всі необхідні відомості: коефіцієнт кореляції (R)=0,783, коефіцієнт детермінації (R²)=0,613, значення критерію Фішера, що спостерігається $F_{\text{спост}} = (F(1, 8))=12,7$, кількість степенів вільності критерію Фішера: $k_1=1$ і $k_2=8$, кількість степенів вільності критерію Стьюдента (t(8)): $k=8$.

2) Знайдемо коефіцієнти рівняння лінійної регресії b_0 і b_1 .

У стовпці В таблиці Regression Summary знаходяться значення параметрів: $b_0 = 1,265$, $b_1 = 0,573$.

3) Для перевірки значущості коефіцієнтів b_0 і b_1 використовуються спостережувальні значення критерію Стюдента для кожного коефіцієнта. Ці значення знаходяться у стовпці $t(8)$ таблиці Regression Summary: $t_{\text{набл}}(b_0) = 8,657$, $t_{\text{набл}}(b_1) = 3,564$

4) Знайдемо критичне значення критерію Стюдента з рівнем значущості $\alpha = 0,05$ (рис. 32): **Statistics – Probability Calculator – Distributions – t(Student)** (статистика – підрахунок імовірності – розподіл – t-розподіл).

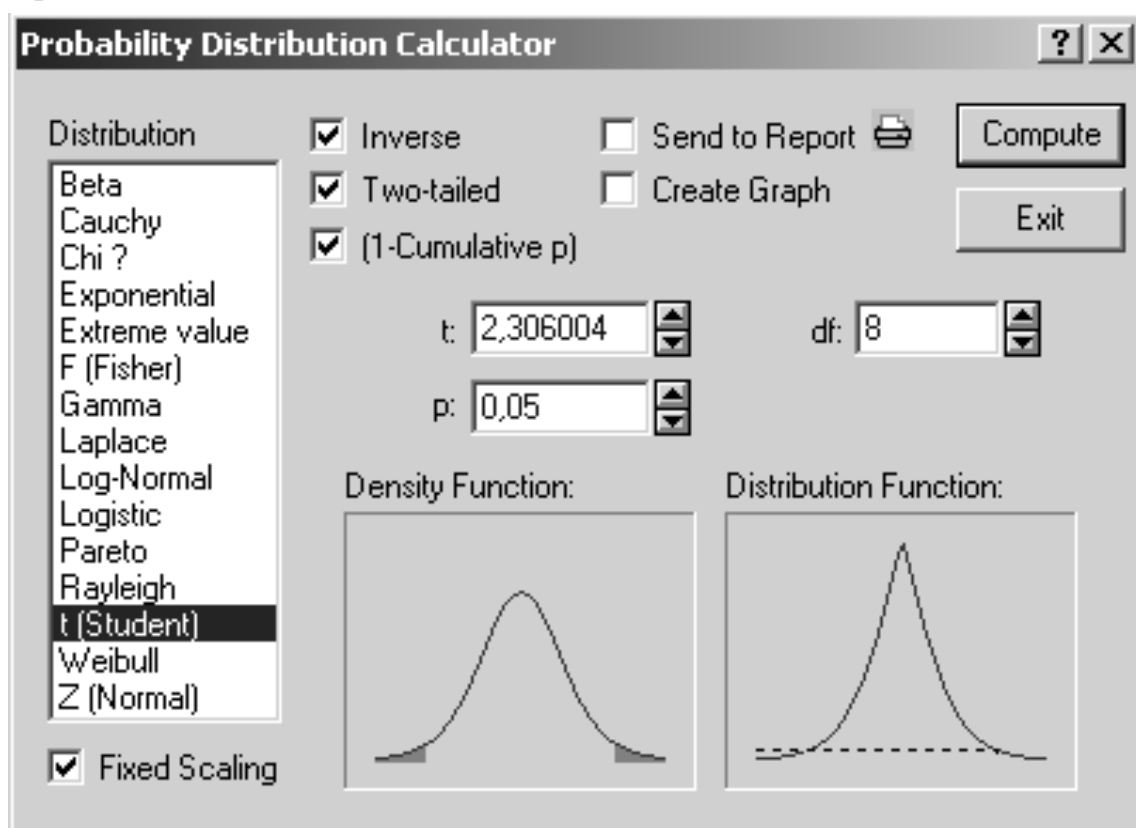


Рисунок 32

У віконце df внести число ступенів вільності 8 і у віконце p внести рівень значущості, який дорівнює 0,05, натиснути Compute (підрахунок).

5) Визначаємо статистичну значущість коефіцієнтів рівняння лінійної регресії b_0 і b_1 . Тому що спостережувальні значення критерію Стюдента для кожного коефіцієнта $t_{\text{набл}}(b_0) = 8,657$ і $t_{\text{набл}}(b_1) = 3,564$

більше критичного значення $t(8) = 2,306$, то коефіцієнти $b_0 = 1,265$ і $b_1 = 0,573$ статистично значущі.

б) Знайдемо критичне значення критерію Фишера з рівнем значущості $\alpha = 0,05$ (рис. 33): **Statistics – Probability Calculator – Distributions – F (Fisher)**(статистика - підрахунок імовірності – розподілу – F(Fisher)).

У віконця df1, df2 внести числа степенів вільності 1 і 8, у віконце р внести рівень значущості гіпотези – 0,05, натиснути Compute (підрахунок).

$$F(1,8)=5,317.$$

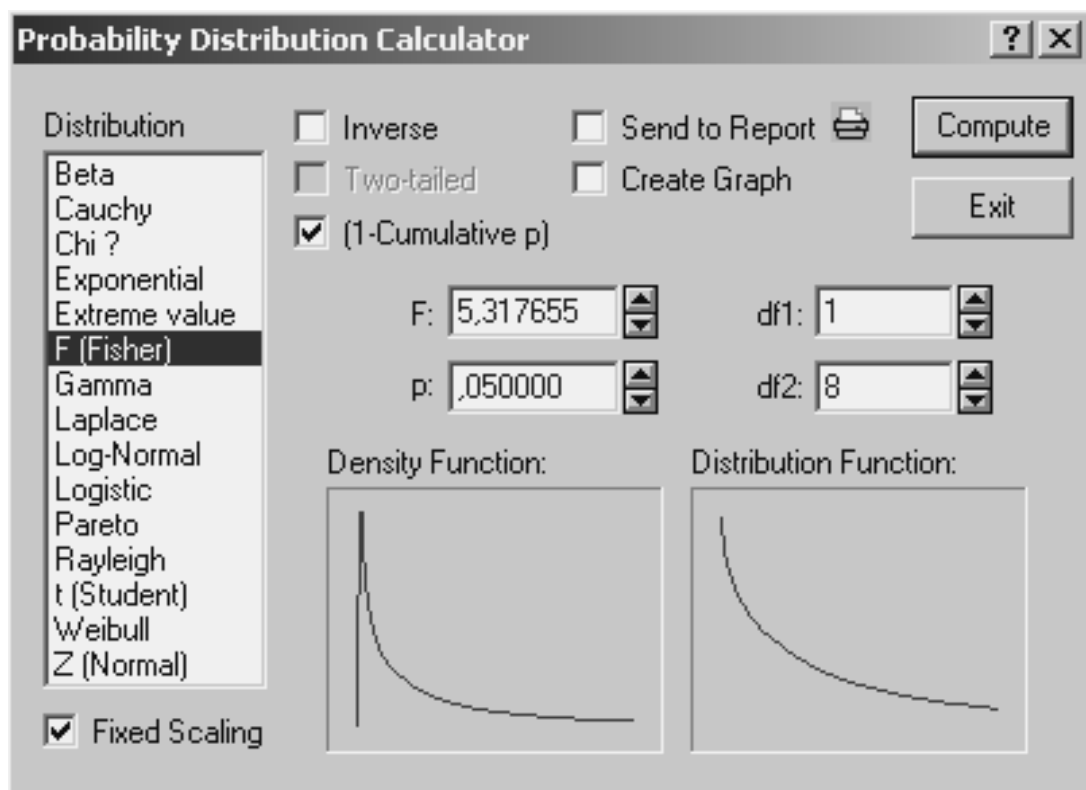


Рисунок 33

7) Перевірка лінійної моделі на адекватність за допомогою критерію Фишера. Тому що спостережувальне значення критерію Фишера $F_{\text{набл}} = (F(1, 8))=12,7$ більше критичного значення $F(1,8) = 5,317$, то лінійна модель адекватна.

8) Висновок про близькість зв'язку до лінійного. Коефіцієнт кореляції $R = 0,783$ належить до діапазону (0,6; 0,9). Лінійний зв'язок достатній.

Примітка. У звіт рисунки 15 і 16 можна не включати.

4.6 Висновки

1) Статистичні характеристики вибірки беремо з таблиці (рис. 31): коефіцієнт кореляції $(R)=0,783$, коефіцієнт детермінації $(R^2)=0,613$, значення критерію Фішера, що спостерігаються $F_{\text{спост}}=(F(1, 8))=12,7$, число степенів вільності критерію Фішера $k_1=1$ і $k_2=8$, число степенів вільності критерію Стьюдента $(t(8))$ $k=8$.

2) Коефіцієнти лінійної регресії b_0 і b_1 і значення критерію Стьюдента, що спостерігаються для кожного коефіцієнта, беремо у стовпцях В і $t(8)$ таблиці (рис. 31): $b_0=1,265$; $b_1=0,573$; $t_{\text{спост}}(b_0)=8,657$; $t_{\text{спост}}(b_1)=3,564$. Критичне значення критерію Стьюдента з рівнем значущості $\alpha=0,05$ знаходимо за допомогою імовірнісного калькулятора (Probability Calculator): $t(8)=2,306004$. Тому що значення критерію Стьюдента, що спостерігаються, для кожного коефіцієнта більше критичного значення, коефіцієнти b_0 і b_1 статистично значущі.

3) Критичне значення критерію Фішера з рівнем значущості $\alpha=0,05$ знаходимо за допомогою імовірнісного калькулятора ($F_{\text{кр}}= F(1,8)=5,317$) і порівнюємо зі значенням критерію Фішера, що спостерігається: $F_{\text{спост}} = F(1, 8)=12,7$. Тому що значення критерію Фішера, що спостерігається, більше критичного значення, лінійна модель адекватна.

4) Виконаний статистичний аналіз показує, що залежність обсягу випуску металургійної продукції Y (мільйонів тонн) від капітальних витрат X (мільйонів гривень) відбувається за лінійним законом $Y=1,265+1,573X$. При цьому всі коефіцієнти рівняння статистично значущі, а саме рівняння адекватне.

5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4

Тема: Прогноз на підставі лінійної регресії. Точність прогнозу.

5.1 Стислі теоретичні відомості

Рівняння лінійної регресії $y = b_0 + b_1x$ знаходиться за даними вибірки методом найменших квадратів. На рисунку 17 це похила пряма, зображена лінією. Точна лінійна залежність між x і y : $y = \beta_0 + \beta_1x + \varepsilon$, де ε – випадковий член, невідома. Можна тільки стверджувати, що вона з імовірністю γ розташована в довірчій області, обмеженій лініями гіперболи (рис. 34).

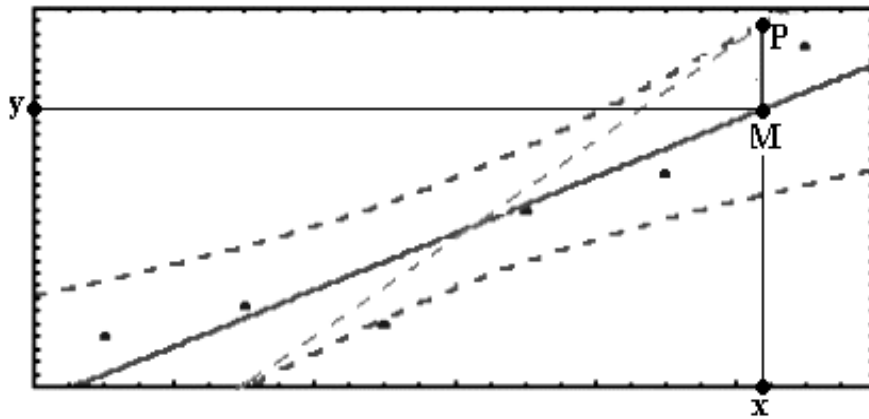


Рисунок 34

Імовірність γ називається *рівнем довіри*. Звичайно $\gamma=0,95$ або $\gamma=0,99$. Точна лінія регресії $y = \beta_0 + \beta_1x + \varepsilon$ зображена на рисунку 34 пунктирною прямою. Прогноз y в точці x роблять за рівнянням $y = b_0 + b_1x$. Точне значення прогнозу може з імовірністю γ відповідати будь-якій точці довірчого інтервалу PQ (рис. 35).

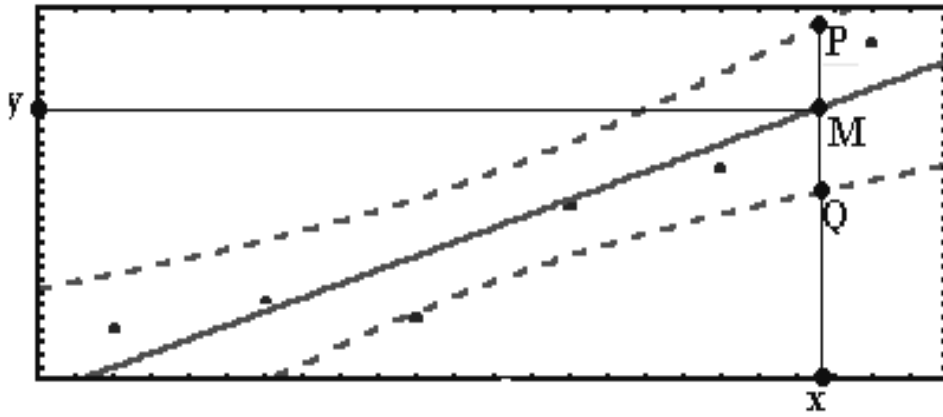


Рисунок 35

Напівширина довірчого інтервалу $\delta = MP = MQ$ обчислюється за формулою

$$\delta = \sigma_{\varepsilon} t_{\gamma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - x_{cp})^2}{\sum_i (x - x_{cp})^2}},$$

де σ_{ε} – середньоквадратична помилка залишків;

t_{γ} – критична точка розподілу Стюдента, що відповідає рівню довіри γ (рис. 36, площа виділеної області дорівнює рівню довіри γ);

n – обсяг вибірки;

x_{cp} – середнє значення фактору x .

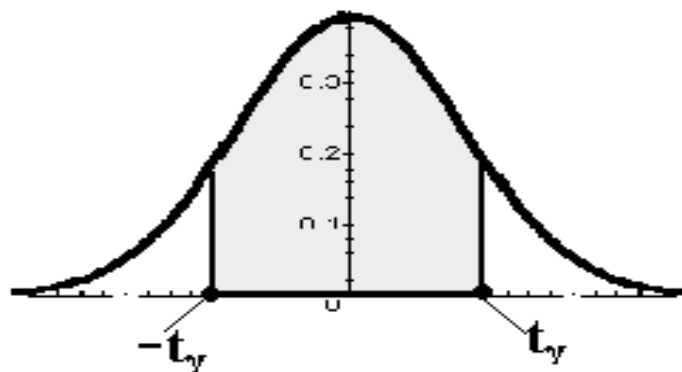


Рисунок 36

5.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути придбані наступні вміння:

- 1) побудування довірчого інтервалу для прогнозу. Пояснення розходження в ширині довірчих областей в залежності від рівня довіри;
- 2) розрахунку максимальної відносної помилки прогнозу.

Мають бути засвоєні наступні поняття: довірча область, довірчий інтервал, рівень довіри, напівширина довірчого інтервалу, формула напівширини довірчого інтервалу, зміст параметрів, що входять до формули.

Робота розрахована на 4 години.

5.3 Завдання до лабораторної роботи

Використовуючи дані з лабораторної роботи 1, виконати такі завдання:

- 1) Знайти рівняння лінійної регресії.
- 2) Побудувати графіки лінії регресії з 80, 95 і 99%-ми довірчими областями.
- 3) Розрахувати напівширину довірчого інтервалу для всіх точок вибірки, а також для двох будь-яких точок з області прогнозів для всіх трьох значень коефіцієнта довіри (80, 95 і 99%).
- 4) Оцінити максимальну відносну помилку прогнозу (у відсотках) для всіх трьох значень коефіцієнта довіри (80, 95 і 99%).

5.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

- 1) Тему роботи, завдання.
- 2) Роздрук таблиць і графіків.
- 3) Пояснення отриманих значень коефіцієнтів з погляду економетрії.
- 4) Прогноз для двох точок з області прогнозу для всіх трьох коефіцієнтів довіри і висновок про зміну помилки прогнозу в залежності від коефіцієнта довіри.

5.5 Приклад виконання лабораторної роботи в пакеті Statistica6

Економічні дані

Економічні дані взяті з лабораторної роботи 1.

Вихідна таблиця даних (рис. 37) вставляється у звіт так само, як у лабораторній роботі 1.

	1	2
	X	Y
1	1,033	1,83
2	0,012	0,58
3	0,045	1,34
4	0,243	1,34
5	0,266	1,64
6	0,302	1,65
7	0,451	1,91
8	1,041	1,96
9	1,423	2,08
10	1,914	2,18

Рисунок 37

Виконання завдання

1) Побудова графіків лінійної регресії з 80%, 95% і 99% довірчими областями. **Graphs – 2D Graphs – Scatterplots – Variables (X, Y) – Ok** - далі на вкладці **Advanced** (рис. 38) відмітити опції **Regular – Linear - Confidence level – 0,8 – Ok** (Графіки – 2D графіки – Графіки розсіювання – Змінні (X, Y) – Ok, Регулярний – Лінійний – Рівень довіри – 0,8 – Ok).

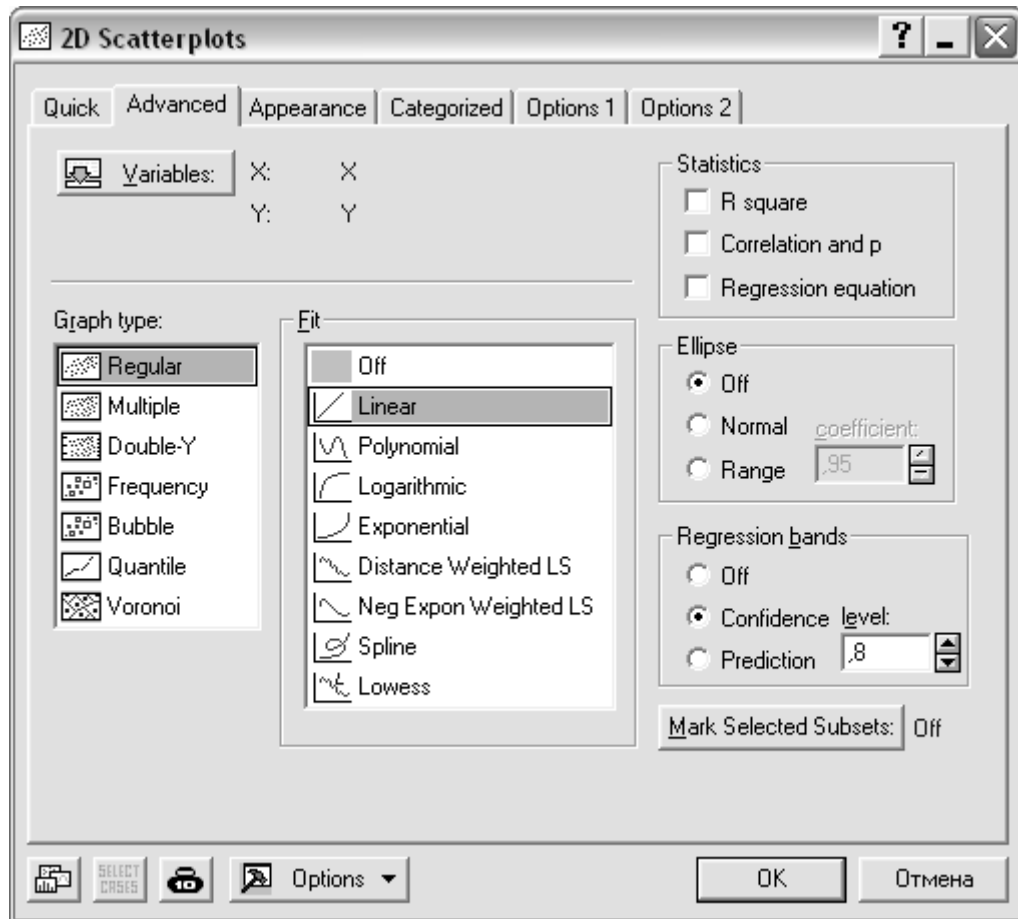


Рисунок 38

Аналогічно будемо довірчі області з рівнями довіри 0,95 і 0,99.

Одержимо три графіки.

Рівень довіри 80% (рис. 39).

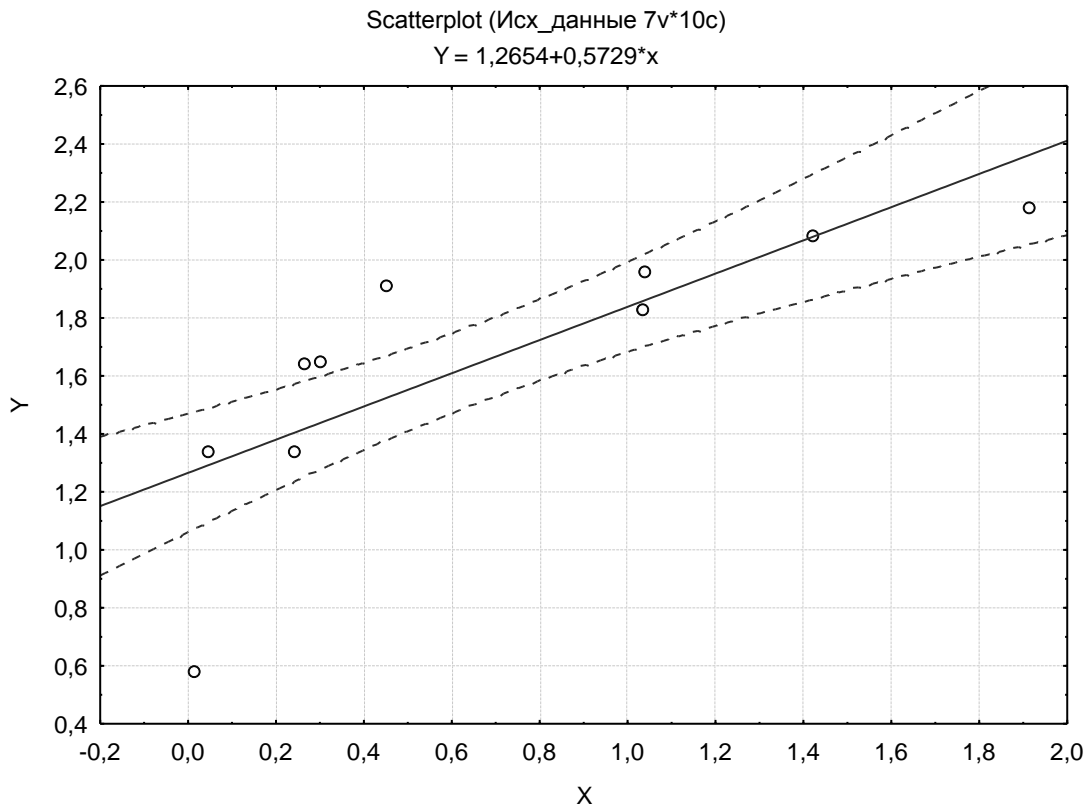


Рисунок 39

Рівень довіри 95% (рис. 40).

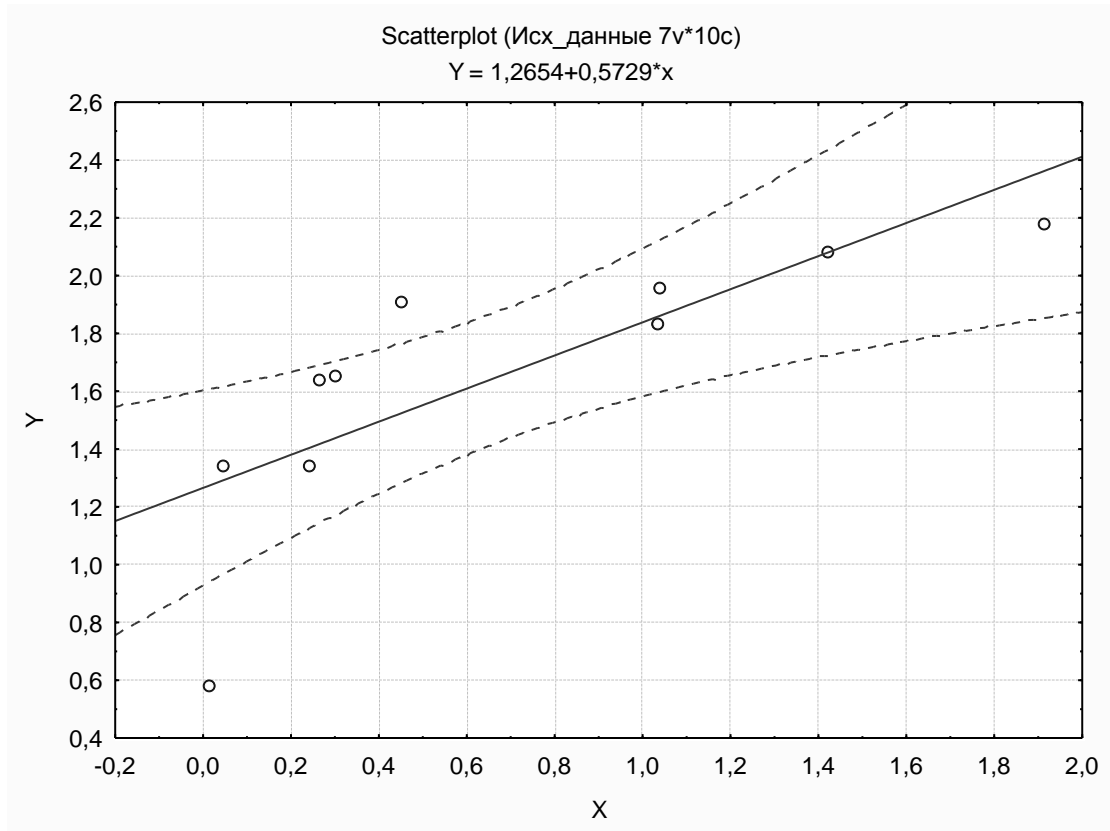


Рисунок 40

Рівень довіри 99% (рис. 41).

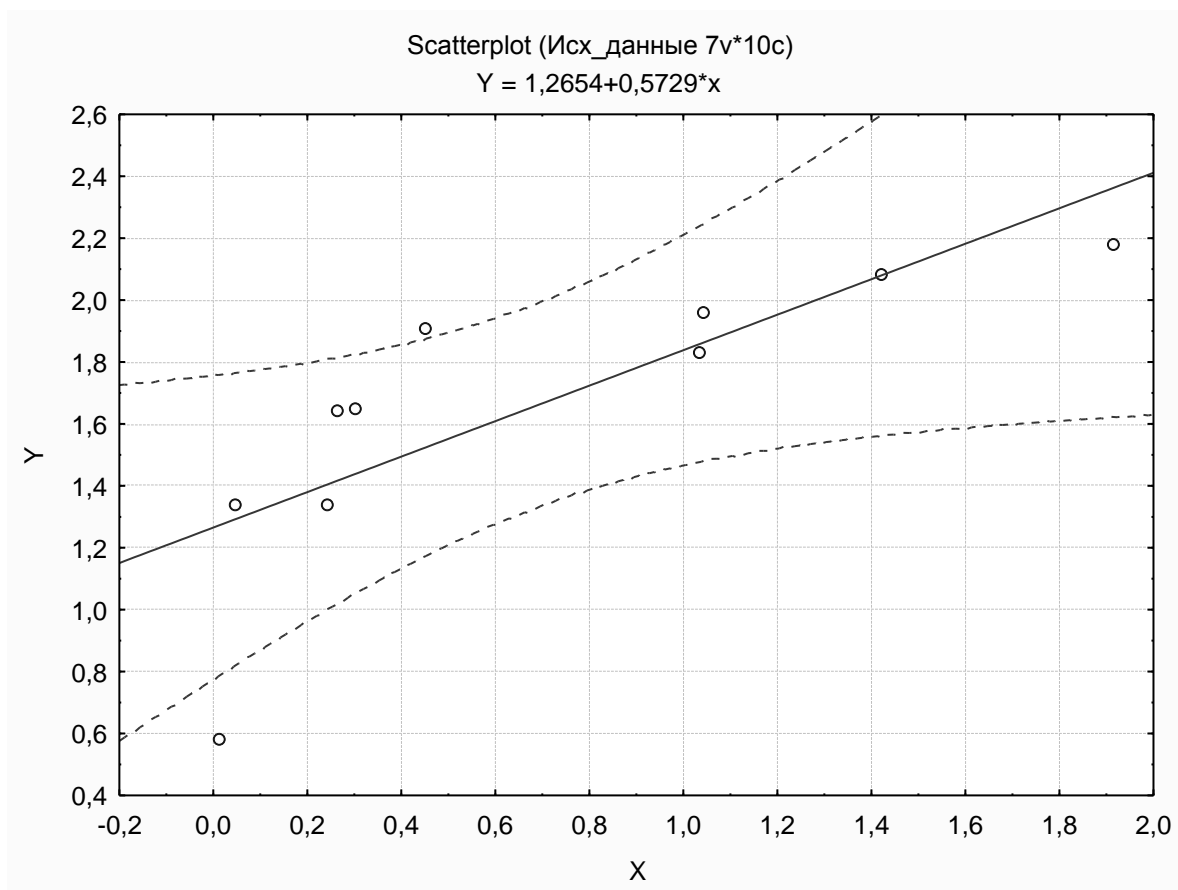


Рисунок 41

2) Визначаємо величини параметрів, необхідних для розрахунку напівширини довірчого інтервалу в точці x .

Напівширина δ довірчого інтервалу в точці x розраховується за формулою

$$\delta = \sigma_{\varepsilon} t_{\gamma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - x_{cp})^2}{\sum_i (x - x_{cp})^2}}$$

Визначаємо величину параметрів, що входять до формули для напівширини довірчого інтервалу:

а) t_{γ} – критична точка розподілу Стьюдента, що відповідає рівню довіри γ (рис. 42) **Statistics – Probability Calculator – Distributions – t (Student)** (статистика – імовірнісний калькулятор – розподілу – t-розподіл).

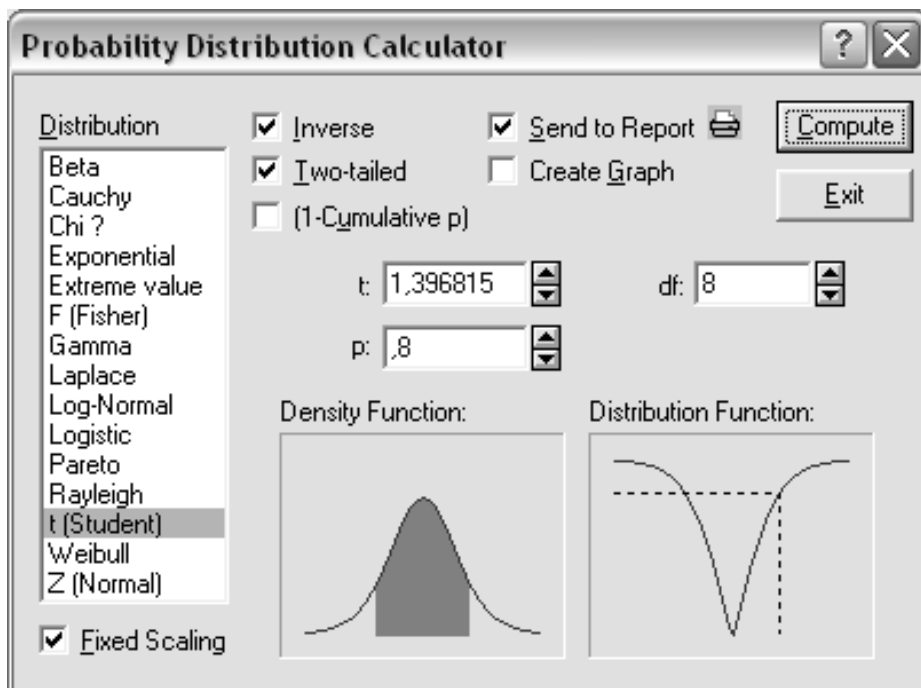


Рисунок 42

У віконце df внести число ступенів волі $=n-2$ і у віконце p внести рівень значущості, який дорівнює 0,05, натиснути Compute.

Для рівнів довіри $\gamma=0,95$ і $\gamma=0,99$ аналогічно:

$$t(8)=1,396815 \quad p=0,8,$$

$$t(8)=2,306004 \quad p=0,95,$$

$$t(8)=3,355385 \quad p=0,99.$$

б) Значення σ_{ε} (середньоквадратична погрішність залишків) беремо з таблиці Regression Summary (підсумки регресійного аналізу) (див. лабораторну роботу 3 – Std.Error of estimate = $\sigma_{\varepsilon} = 0,31$);

в) n – обсяг вибірки, $n=10$;

г) Значення x_{cp} (середнє значення фактора x) було знайдено в лабораторній роботі 1: $x_{cp}=0,673$.

Для кожного значення фактора x знаходимо квадрат відхилення від середнього значення $(x-x_{cp})^2$. Для цього додаємо новий стовпець: подвійним щикликом по заголовку входимо у вікно властивостей, даємо заголовок, наприклад, KV, у вікні Long Name уводимо формулу $= (x-0,673)^2$ (x – незалежний фактор, 0,673 – середнє значення).

Знаходимо суми значень $(x-x_{cp})^2$ (суми значень стовпця KV):
Statistics – Basic Statistics/Tables – Descriptive Statistics – Variables
 (KV) – **Ok** – на вкладці **Advanced** – залишити прапорець тільки в опції
 Sum - Summary (рис. 43).

Descriptive Statistics (Исх_данные)	
Variable	Sum
KV	3,736384

Рисунок 43

Отже, $\Sigma((x-x_{cp})^2)=3,73$.

3) Знаходимо прогноз у точках вибірки і двох додаткових точках. У вихідну таблицю додамо дві точки з області прогнозів, наприклад, 0,6 і 1,8. Для цього додаємо два випадки, використовуючи кнопку Cases. Також додаємо стовпці: Y_REGR – прогноз за моделлю (див. лабораторну роботу1), DELTA – напівширина довірчого інтервалу і POGR – максимальна помилка прогнозу. Для кожного рівня довіри ($\gamma=0,80$, $\gamma=0,95$, $\gamma=0,99$) розраховуємо окрему таблицю.

Для розрахунку DELTA при $\gamma=0,80$ у вікно Long Name вводим формулу $=1,397*0,31*(1+1/10+KV/3,73)^{0,5}$.

4) Оцінюємо максимальну відносну помилку прогнозу (у відсотках) для всіх трьох значень коефіцієнта довіри (80, 95 і 99%).

Максимальна помилка прогнозу POGR у відсотках розраховується за формулою $= DELTA/abs(Y_REGR)*100$. Для $\gamma=0,80$ отримуємо таблицю (рис. 44).

	1 X	2 Y	3 Y_REGR	4 KV	5 DELTA	6 POGR
1	1,033	1,830	1,857	0,130	0,461	24,844
2	0,012	0,580	1,272	0,437	0,478	37,565
3	0,045	1,340	1,291	0,394	0,476	36,841
4	0,243	1,340	1,404	0,185	0,464	33,066
5	0,266	1,640	1,417	0,166	0,463	32,685
6	0,302	1,650	1,438	0,138	0,462	32,110
7	0,451	1,910	1,523	0,049	0,457	29,993
8	1,041	1,960	1,861	0,135	0,462	24,800
9	1,423	2,080	2,080	0,562	0,484	23,281
10	1,914	2,180	2,362	1,540	0,533	22,554
11	0,600		1,6088	0,005	0,455	28,251
12	1,800		2,2964	1,270	0,520	22,634

Рисунок 44

Потім перераховуємо стовпець DELTA для $\gamma=0,95$:
 $=2,306*0,31*(1+1/10+KV/3,73)^{0,5}$ (для перерахування максимальної помилки прогнозу) **Vars – Recalculate – All variables** (змінні - перерахування – всі змінні). Вносимо отриману таблицю в автозвіт.

Для $\gamma=0,95$ отримаємо таблицю (рис. 45).

	1 X	2 Y	3 Y_REGR	4 KV	5 DELTA	6 POGR
1	1,033	1,830	1,857	0,130	0,762	41,009
2	0,012	0,580	1,272	0,437	0,789	62,008
3	0,045	1,340	1,291	0,394	0,785	60,812
4	0,243	1,340	1,404	0,185	0,766	54,582
5	0,266	1,640	1,417	0,166	0,765	53,953
6	0,302	1,650	1,438	0,138	0,762	53,004
7	0,451	1,910	1,523	0,049	0,754	49,510
8	1,041	1,960	1,861	0,135	0,762	40,936
9	1,423	2,080	2,080	0,562	0,799	38,430
10	1,914	2,180	2,362	1,540	0,879	37,230
11	0,600		1,6088	0,005	0,750	46,633
12	1,800		2,2964	1,270	0,858	37,362

Рисунок 45

Аналогічно перераховуємо стовпець DELTA для $\gamma=0,99$:
 $=3,36*0,31*(1+1/10+KV/3,73)^{0,5}$.

Для $\gamma=0,99$ отримаємо таблицю (рис. 46).

	1 X	2 Y	3 Y_REGR	4 KV	5 DELTA	6 POGR
1	1,033	1,830	1,857	0,130	1,110	59,753
2	0,012	0,580	1,272	0,437	1,149	90,350
3	0,045	1,340	1,291	0,394	1,144	88,608
4	0,243	1,340	1,404	0,185	1,117	79,529
5	0,266	1,640	1,417	0,166	1,114	78,613
6	0,302	1,650	1,438	0,138	1,111	77,231
7	0,451	1,910	1,523	0,049	1,099	72,139
8	1,041	1,960	1,861	0,135	1,110	59,647
9	1,423	2,080	2,080	0,562	1,165	55,996
10	1,914	2,180	2,362	1,540	1,281	54,247
11	0,600		1,6088	0,005	1,093	67,948
12	1,800		2,2964	1,270	1,250	54,439

Рисунок 46

5.6 Висновки

Побудовано довірчі області для лінійної регресії $y=1,265+0,573x$ для трьох рівнів довіри 80, 95 і 99%. Розраховано прогноз за лінійною регресією у всіх точках вибірки і в двох додаткових точках з області прогнозів $x=0,6$ і $x=1,8$, а також розраховані відносні помилки прогнозів.

З порівняння відносних похибок прогнозів видно, що підвищення рівня довіри з 80 до 99%, знижує точність прогнозу. Оцінюємо приблизно, в скільки разів знижується точність прогнозу. Для цього можна порівняти відносні похибки для того самого x , наприклад, $x=1,800$: $POGR_{80}=27,166$; $POGR_{95}=44,843$; $POGR_{99}=65,242$.

З наведених значень помилок видно, що підвищення рівня довіри з 80 до 99% знижує точність прогнозу в 2,4 рази.

6 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 5

Тема: Перевірка факторів на мультиколінеарність. Вибір моделі багатофакторної регресії

6.1 Стислі теоретичні відомості

Нехай ми маємо n спостережень для трифакторної регресійної моделі $Y = F(X_1, X_2, X_3)$, де X_1, X_2, X_3 – фактори, y – відклик. Спостереження зведені в таблиці 3.

Таблиця 3

№ п/п	X_1	X_2	X_3	Y
1	x_{11}	x_{21}	x_{31}	y_1
2	x_{12}	x_{22}	x_{32}	y_2
...
...
n	x_{1n}	x_{2n}	x_{3n}	y_n

Числа, що записані у стовпцях, можна витлумачувати як координати n -мірних векторів:

$$\bar{X}_i = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \dots \\ \dots \\ x_{1n} \end{pmatrix}, \quad i=1,2,3; \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Колінеарність двох векторів означає, що один з них можна виразити через інший множенням на постійний, відмінний від нуля множник, наприклад: $\bar{X}_1 = k \bar{X}_2, k \neq 0$.

Мультиколінеарність декількох векторів означає, що один з них можна виразити через лінійну комбінацію інших, наприклад: $\bar{X}_1 = k_2 \bar{X}_2 + k_3 \bar{X}_3$, причому не всі множники k_i дорівнюють нулю.

Колінеарність двох векторів \bar{X}_i і \bar{X}_j перевіряється за модулем коефіцієнта їхньої кореляції r_{ij} : якщо $r_{ij} = 1$, то вектори колінеарні. У випадку колінеарності двох векторів рівняння лінійної регресії за методом найменших квадратів знайти неможливо. На практиці звичайно зустрічається неточна колінеарність, коли r_{ij} близьке до одиниці. У випадку неточної колінеарності двох векторів рівняння лінійної регресії за методом найменших квадратів знайти можна, але точність визначення його коефіцієнтів низька. Крім того, критерії Фішера і Стюдента в цьому випадку працюють погано.

Мультиколінеарність за коефіцієнтами парної кореляції r_{ij} перевірити не можна. Застосовують інші, більш складні, методи перевірки. Але наслідки мультиколінеарності такі ж, як і при колінеарності.

6.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути придбані наступні вміння:

- 1) побудування лінійної і нелінійної моделей для багатofакторної регресії;
- 2) перевірка факторів на колінеарність і мультиколінеарність;
- 3) знаходження еластичності відносно кожного з факторів.

Мають бути засвоєні наступні поняття: колінеарність і мультиколінеарність, їхні наслідки; часткова еластичність, її економічний зміст.

Робота розрахована на 4 години.

6.3 Завдання до лабораторної роботи

- 1) Перевірити фактори x_1 і x_2 на мультиколінеарність.
- 2) Побудувати дві моделі: лінійну і степеневу модель Кобба-Дугласа. При рівні значущості $\alpha = 0,05$ перевірити коефіцієнти рівнянь на значущість; перевірити моделі на адекватність.
- 3) За мінімумом суми квадратів залишків вибрати оптимальну модель.

4) Знайти еластичність моделі відносно змінних x_1 і x_2 і пояснити її економічний зміст.

6.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

- 1) Тему роботи, завдання.
- 2) Роздрук таблиць і графіків.
- 3) Пояснення отриманих значень коефіцієнтів з погляду економетрики.
- 4) Пояснення вибору моделі і змісту еластичності.

6.5 Приклад виконання лабораторної роботи у пакеті Statistica6

Економічні дані

Реальний обсяг випуску продукції (Y, млн т) і рівні факторів, її формувальних, – капітальних витрат (X1, млн грн) і питомої ваги простоїв устаткування (X2, %) по металургійних підприємствах країни за минулий рік задані в таблиці 4.

Таблиця 4

№	X1	X2	Y
1	1,033	1,45	1,83
2	0,012	4,295	0,58
3	0,045	3,553	1,34
4	0,243	1,568	1,34
5	0,266	1,52	1,64
6	0,302	0,512	1,65
7	0,451	0,457	1,91
8	1,041	1,822	1,96
9	1,423	0,442	2,08
10	1,914	0,498	2,18

Вихідна таблиця даних (рис. 47) вставляється у звіт так само, як у попередніх роботах.

	1 X1	2 X2	3 Y
1	1,033	1,45	1,830
2	0,012	4,295	0,580
3	0,045	3,553	1,340
4	0,243	1,568	1,340
5	0,266	1,52	1,640
6	0,302	0,512	1,650
7	0,451	0,457	1,910
8	1,041	1,822	1,960
9	1,423	0,442	2,080
10	1,914	0,498	2,180

Рисунок 47

Виконання завдання

1) Перевіряємо фактори на мультиколінеарність.

Тому що факторів всього два, їх варто перевіряти на колінеарність за значенням парного коефіцієнта кореляції $r_{x_1x_2}$. Для цього створюємо кореляційну таблицю (рис. 48): активуємо таблицю даних – **Statistics – Basic Statistics/Tables – Correlation matrices – ОК – Two lists(rect.matrix) – X1 – X2 – ОК – Summary: Correlation matrix.**

Correlations (lab5)	
Marked correlations are significant at p < ,05000	
N=10 (Casewise deletion of missing data)	
Variable	X2
X1	-0,58

Рисунок 48

Парний коефіцієнт кореляції $r_{x_1x_2} = -0,58$. Визначимо за допомогою критерію Стюдента, чи є це значення коефіцієнта статистично значущим.

Знаходимо спостережуване значення критерію Стюдента $t_{\text{набл}} = r_{x_1x_2} ((n-2)/(1-r_{x_1x_2}^2))^{0,5} = -2,014$. Критичне значення $t_{\text{кр}}$ визначається за допомогою імовірнісного калькулятора при рівні значущості $\alpha=0,05$ і числі ступенів волі $n-2=8$ (див. лаб. роботу 3): $t(8)=2,306004$; $p=0,05$.

Отже, $t_{\text{кр}} = 2,3$.

Тому що $\text{abs}(t_{\text{спост}}) < t_{\text{кр}}$, коефіцієнт кореляції статистично не значущий. Отже, фактори x_1 і x_2 неколінеарні.

2) Будуємо дві моделі: лінійну $y=b_0+b_1x_1+b_2x_2$ і степеневу модель Кобба-Дугласа $y=AX_1^{a_1}X_2^{a_2}$. Перевіримо коефіцієнти рівнянь на значущість. Перевіримо моделі на адекватність.

Спочатку знайдемо рівняння лінійної регресії.

Для оцінки коефіцієнтів лінійної регресії b_0 , b_1 і b_2 треба виділити таблицю даних – **Statistics - Multiple Regression (Множинна регресія) – Variables** – (dependent Y - independent X1, X2) – **Ok – Ok – Summary: Regression results** (вибір змінних Y,X1,X2 – **Ok – Ok – Підсумки регресійного аналізу**) ((рис. 49).

У стовпці B таблиці, що з'явилася, взяти параметри b_0 , b_1 і b_2 .

Regression Summary for Dependent Variable: Y (lab5)						
R= ,91924017 R^2= ,84500249 Adjusted R^2= ,80071749						
F(2,7)=19,081 p<,00147 Std.Error of estimate: ,21039						
N=10	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(7)	p-level
Intercept			1,768423	0,184378	9,59128	0,000028
X1	0,440721	0,182668	0,322369	0,133614	2,41269	0,046589
X2	-0,590613	0,182668	-0,207469	0,064167	-3,23327	0,014387

Рисунок 49

Перевіримо параметри b_0 , b_1 і b_2 на значущість. Для цих параметрів значення критерію Стюдента, що спостерігаються, задані в стовпці t(7): $t_{\text{спост}}(b_0)=9,59128$, $t_{\text{спост}}(b_1)=2,41269$, $t_{\text{спост}}(b_2)= -3,23327$. Критичне значення критерію Стюдента при рівні значущості $\alpha=0,05$ і числі ступенів вільності $k=7$ знаходимо за допомогою імовірнісного калькулятора (див. лаб. роботу 3): $t_{\text{кр}}(7)=2,364624$. Тому що для всіх трьох коефіцієнтів b_0 , b_1 і

$b_2 \text{ abs}(t_{\text{спост}}) > t_{\text{кр}}$, всі три коефіцієнти значущі. Лінійне рівняння регресії:
 $y = 1,768 + 0,322x_1 - 0,207x_2$.

Для перевірки рівняння на адекватність у шапці таблиці зчитуємо значення критерію Фішера, що спостерігається, $F_{\text{спост}} = F(2,7) = 19,081$, число степенів вільності критерію Фішера: $k_1 = 2$ і $k_2 = 7$. $F_{\text{кр}}$ знаходимо при рівні значущості $\alpha = 0,05$, використовуючи імовірнісний калькулятор: $F_{\text{кр}} = F(2;7) = 4,737416$ (див. лабораторну роботу 3). Тому що $F_{\text{спост}} > F_{\text{кр}}$, рівняння лінійної регресії адекватно.

Знайдемо рівняння нелінійної (степеневі) регресії.

Щоб знайти рівняння степеневі моделі потрібно:

а) зробити лінеаризацію вибірки за формулами: $V = \ln(Y)$, $U_1 = \ln(X_1)$, $U_2 = \ln(X_2)$;

б) знайти рівняння лінійної регресії для змінних: V , U_1 , U_2 ;

в) повернутися до вихідних змінних: Y , X_1 , X_2 .

Лінеаризуємо вибірку. Додаємо нові змінні і обчислюємо їхні значення за наведеними формулами (рис. 50). У пакеті Statistica натуральний логарифм $\ln(x)$ записується: $\log(x)$.

	1	2	3	4	5	6
	X1	X2	Y	U1	U2	V
1	1,033	1,45	1,830	0,032	0,372	0,604
2	0,012	4,295	0,580	-4,423	1,457	-0,545
3	0,045	3,553	1,340	-3,101	1,268	0,293
4	0,243	1,568	1,340	-1,415	0,450	0,293
5	0,266	1,52	1,640	-1,324	0,419	0,495
6	0,302	0,512	1,650	-1,197	-0,669	0,501
7	0,451	0,457	1,910	-0,796	-0,783	0,647
8	1,041	1,822	1,960	0,040	0,600	0,673
9	1,423	0,442	2,080	0,353	-0,816	0,732
10	1,914	0,498	2,180	0,649	-0,697	0,779

Рисунок 50

Побудування рівняння лінійної регресії для змінних V , U_1 , U_2 виконується так само, як для змінних Y , X_1 , X_2 : виділити таблицю даних – **Statistics – Multiple Regression** (Множинна регресія) – **Variables –** (dependent V – independent U_1 , U_2) – **Ok – Ok – Summary: Regression**

results (вибір змінних Y, X1, X2 – Ok – Ok – Підсумки регресійного аналізу) (рис. 51).

У стовпці В таблиці 28, що з'явилася, взяти параметри b_0 , b_1 і b_2 .

Regression Summary for Dependent Variable: V (lab5)						
R= ,92416891 R ² = ,85408818 Adjusted R ² = ,81239908						
F(2,7)=20,487 p<,00119 Std.Error of estimate: ,16738						
N=10	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(7)	p-level
Intercept			0,683253	0,071070	9,613774	0,000028
U1	0,846927	0,213443	0,204528	0,051545	3,967924	0,005407
U2	-0,101413	0,213443	-0,045885	0,096574	-0,475127	0,649163

Рисунок 51

Два коефіцієнти b_0 і b_1 значущі при рівні значущості $\alpha=0,05$, тому що для них $abs(t_{\text{спост}}) > t_{\text{кр}}$: $9,613774 > 2,364624$, $3,967924 > 2,364624$, а коефіцієнт b_2 не значущий, тому що для нього $abs(t_{\text{набл}}) < t_{\text{кр}}$: $0,475127 < 2,364624$. Проте, якщо рівняння лінійної регресії $V=0,683+0,204U_1-0,045U_2$ адекватне, член $-0,045U_2$ у цьому рівнянні варто зберегти, тому що вилученням доданка $-0,045U_2$ може порушитися специфікація моделі.

Перевіряємо лінеаризовану модель на адекватність. Значення критерію Фішера, що спостерігається, $F_{\text{спост}}=20,487$, число степенів вільності критерію Фішера $k_1=2$ і $k_2=7$. $F_{\text{кр}}$ знаходимо при рівні значущості $\alpha=0,05$, використовуючи імовірнісний калькулятор: $F(2;7)=4,737416$.

Тому що $F_{\text{спост}} > F_{\text{кр}}$, лінеаризована модель адекватна.

в) Повертаємося до вихідних змінних:

$$A = e^b, \quad b_1 = a_1, \quad b_2 = a_2,$$

$$y = 1,97X_1^{0,204} X_2^{-0,045}.$$

3) Виберемо оптимальну модель за мінімумом суми квадратів залишків.

Суму квадратів залишків лінійної моделі знаходимо, як у лабораторній роботі 2: Analysis of Variance (аналіз залишків) і в таблиці,

що з'явилася (рис. 52), у рядку Residual (залишок) вибираємо суму квадратів залишків 0,309854.

Analysis of Variance; DV: Y (lab5)					
Effect	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	1,689236	2	0,844618	19,0801	0,001466
Residual	0,309854	7	0,044265		
Total	1,999090				

Рисунок 52

Для розрахунку квадратів залишків для степеневі моделі доповнюємо таблицю двома стовпцями: $Y_NELIN = 1,97 * X1^{0,204} * X2^{(-0,046)}$ і $KV_OST_NELIN = (Y_NELIN - Y)^2$ (рис. 53).

	1	2	3	4	5	6	7	8
	X1	X2	Y	U1	U2	V	Y_NELIN	KV_OST_NELIN
1	1,033	1,45	1,830	0,032	0,372	0,673	1,960	0,017
2	0,012	4,295	0,580	-4,423	1,457	-0,285	0,752	0,030
3	0,045	3,553	1,340	-3,101	1,268	-0,007	0,993	0,120
4	0,243	1,568	1,340	-1,415	0,450	0,374	1,454	0,013
5	0,266	1,52	1,640	-1,324	0,419	0,394	1,483	0,025
6	0,302	0,512	1,650	-1,197	-0,669	0,469	1,598	0,003
7	0,451	0,457	1,910	-0,796	-0,783	0,556	1,743	0,028
8	1,041	1,822	1,960	0,040	0,600	0,664	1,943	0,000
9	1,423	0,442	2,080	0,353	-0,816	0,792	2,207	0,016
10	1,914	0,498	2,180	0,649	-0,697	0,847	2,332	0,023

Рисунок 53

Суму квадратів залишків степеневі моделі знаходимо, як у лабораторній роботі 2: **Statistics – Basic Statistics/Tables – Descriptive Statistics – Advanced** – залишити прапорці тільки в опції Sum – виділити змінну KV_OST_NELIN – **Summary** (рис. 54).

Descriptive Statistics (lab5)	
Variable	Sum
KV_OST_NELIN	0,274381

Рисунок 54

Для степеневі моделі сума квадратів залишків менше, ніж для лінійної: $0,27 < 0,31$. Отже, вибираємо степеневу модель.

4) Визначаємо еластичність моделі.

Еластичність моделі Y відносно змінних розраховується за формулами: $E_{x_1} = \frac{x_1}{y} y'_{x_1}$ $E_{x_2} = \frac{x_2}{y} y'_{x_2}$.

Додаємо в таблицю дві змінні: E_{x_1} і E_{x_2} . Знаходимо вираз для еластичності і вписуємо розрахункові формули в поле Long Name для кожної змінної (рис. 55).

11 E_{x_1}	12 E_{x_2}
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046

Рисунок 55

6.6 Висновки

Тому що факторів всього два, перевірку на колінеарність виконуємо за значенням парного коефіцієнта кореляції $r_{x_1x_2}$. Парний коефіцієнт кореляції $r_{x_1x_2} = -0,58$. За допомогою критерію Стьюдента визначаємо статистичну значущість коефіцієнта: при рівні значущості $\alpha = 0,05$ $\text{abs}(t_{\text{спост}}) = 2,01$.

Тому що $\text{abs}(t_{\text{спост}}) < t_{\text{кр}}$, коефіцієнт кореляції статистично не значущий, отже, фактори x_1 і x_2 неколінеарні.

Побудовані дві моделі: лінійна $y = 1,768 + 0,322X_1 - 0,207X_2$ і степенева модель Кобба-Дугласа $y = 1,97X_1^{0,204}X_2^{-0,046}$.

Коефіцієнти обох моделей перевірені на статистичну значущість. При рівні значущості $\alpha = 0,05$ всі коефіцієнти лінійної моделі статистично значущі. Для моделі Кобба-Дугласа $y = AX_1^{a_1}X_2^{a_2}$ коефіцієнти $A = 1,97$ і $a_1 = 0,204$ статистично значущі, а коефіцієнт $a_2 = -0,046$ статистично не значущий.

При рівні значущості $\alpha = 0,05$ обидва рівняння адекватні.

Суми квадратів залишків для лінійної й статичної моделей рівні, відповідно, 0,31 і 0,27. Тому що для степеневі моделі сума квадратів залишків менше, ніж для лінійної, $0,27 < 0,31$, оптимальною є степенева модель.

Для степеневі моделі Кобба-Дугласа часткова еластичність відносно кожного з факторів дорівнює показнику степеня при відповідній змінній: $E_{x_1} = 0,204$, $E_{x_2} = -0,046$. Отже, при збільшенні капітальних витрат (X_1 , млн грн) на 1% випуск продукції (Y , млн т) по металургійних підприємствах країни збільшиться на 0,204%, а при збільшенні питомої ваги простоїв устаткування (X_2 , %) на 1% випуск продукції (Y , млн т) по металургійних підприємствах країни зменшиться на 0,046%. Незначний вплив ваги простоїв устаткування на випуск продукції впливає також з результатів статистичного аналізу коефіцієнтів рівняння Кобба-Дугласа: показник $a_2 = -0,046$ при змінній x_2 статистично не значущий.

7 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 6

Тема: Аналіз часових рядів.

7.1 Стислі теоретичні відомості

Часовий ряд – ряд послідовних значень, що характеризують зміну показника за часом.

Лаг – економічний показник, що відбиває відставання в часі одного економічного показника в порівнянні з іншим, зв'язаним з ним. Якщо показник x відстає на s періодів, то він записується x_{t-s} . *Дистрибутивно-лагові моделі* економічних процесів, що протікають у часі, мають вид

$y_t = a_0 + b_0x_t + b_1x_{t-1} + b_2x_{t-2} + \dots + u_t$, де u_t – випадковий член.

Модель є *авторегресійною*, якщо вона містить відклик із запізнюванням. Авторегресійні моделі можуть мати вид:

$$y_t = a_0 + b_0x_t + b_1y_{t-1} + u_t,$$

$$y_t = a_0 + b_1y_{t-1} + u_t,$$

$$y_t = a_0 + b_0y_t + b_1y_{t-1} + b_2y_{t-2} + \dots + u_t.$$

Дистрибутивно-лагові моделі можна перетворити в авторегресійні. Дистрибутивно-лагові й авторегресійні моделі описують часові ряди.

Тренд – тривала тенденція зміни економічних показників. Це основна складова прогнозованого часового ряду, на яку накладаються сезонні коливання. Якщо сезонні коливання сумуються з трендом, то модель називається дистрибутивною. Якщо сезонні коливання перемножуються з трендом, то модель називається *мультиплікативною*.

Метод ковзного середнього і метод експоненціального згладжування – методи, що застосовуються при аналізі часових рядів. *Метод ковзного середнього* полягає в тому, що кілька значень часового ряду, які йдуть один за одним, замінюються їхнім середнім значенням, наприклад, $(x_t + x_{t-1} + x_{t-2})/3$. Потім усереднюються доданки, починаючи з x_{t-1} і т.д. *Метод експоненціального згладжування* також полягає в тому, що усереднюються кілька значень часового ряду, які йдуть один за одним, але з вагами $(w_1x_t + w_2x_{t-1} + w_3x_{t-2})$, $w_1 + w_2 + w_3 = 1$. Ваги w_1, w_2, w_3 беруться у вигляді експоненціальних функцій.

У пакеті STATISTICA використовуються два методи припасування моделі часового ряду: ARIMA і Exponential Smoothing & Forecasting. Метод ARIMA використовує ковзні середні, метод Exponential Smoothing & Forecasting – експоненціальне згладжування. При методі ARIMA контроль за якістю моделі відбувається автоматично, при методі Exponential Smoothing & Forecasting контроль за якістю моделі дослідник повинний робити сам за графіками залишків. Метод Exponential Smoothing & Forecasting (експоненціальне згладжування і прогноз) не будує довірчих інтервалів для зробленого прогнозу. Отже, неможливо розрахувати ризик

при використанні прогнозу. Контроль якості прогнозу ведеться непрямими методами. Для того, щоб прогноз мав 90%-ий довірчий інтервал, необхідно, щоб залишки задовольняли трьом вимогам:

1) У графіку залишків не має бути розгойдування (тобто систематичного зростання амплітуди), як на рисунку 56.

2) Між залишками не має бути залежності (залишки не повинні корелювати один з одним). При кореляції залишків за групою негативних залишків впливає група позитивних залишків, потім знову група негативних залишків і т.д. (рис. 57).

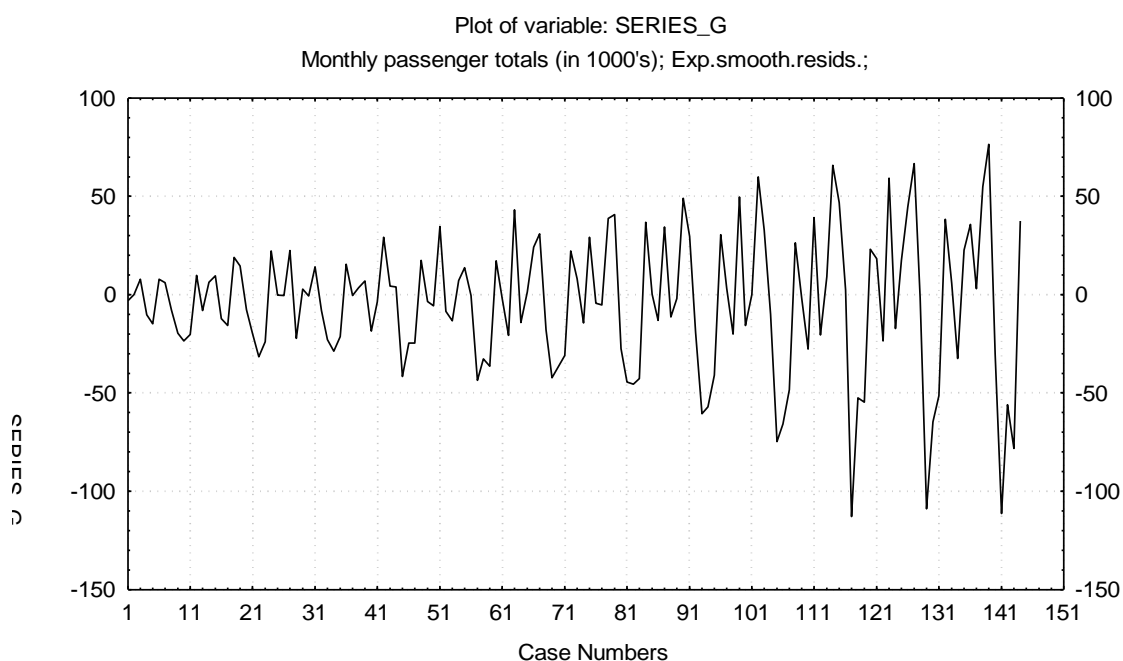


Рисунок 56

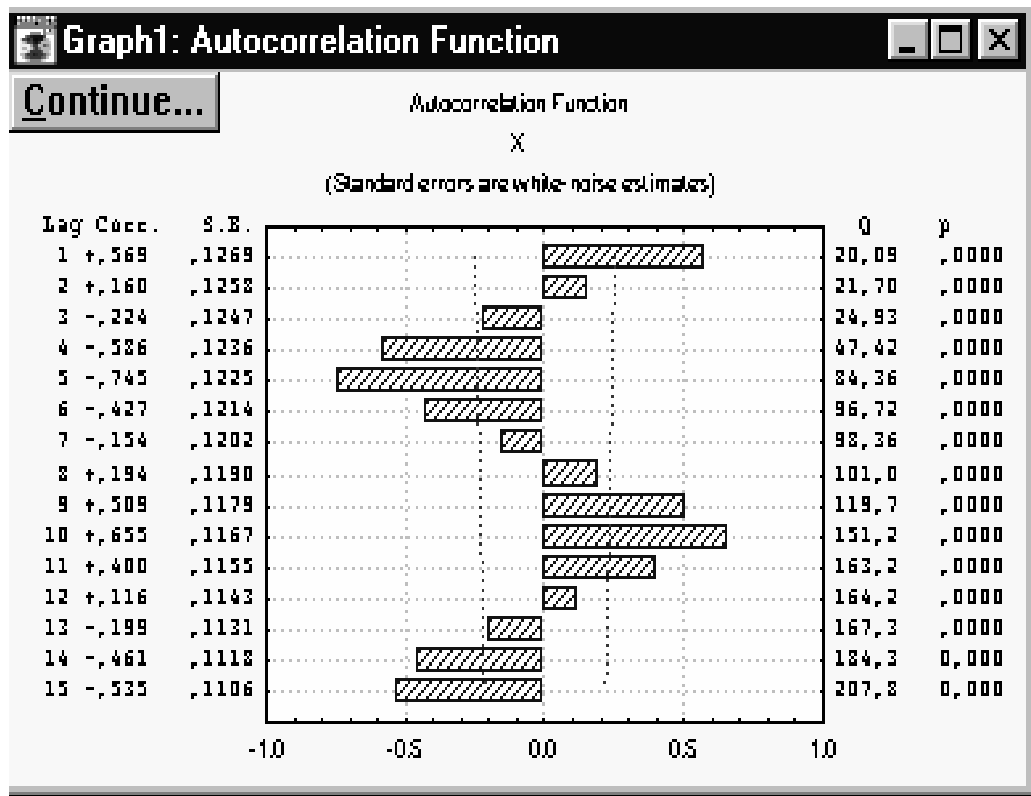


Рисунок 57

При правильно припасованій моделі графік автокореляції залишків повинний мати вид, як на рисунку 58: знаки залишків випадково чергуються, і графік автокореляції не виходить за межі вертикальних пунктирних ліній.

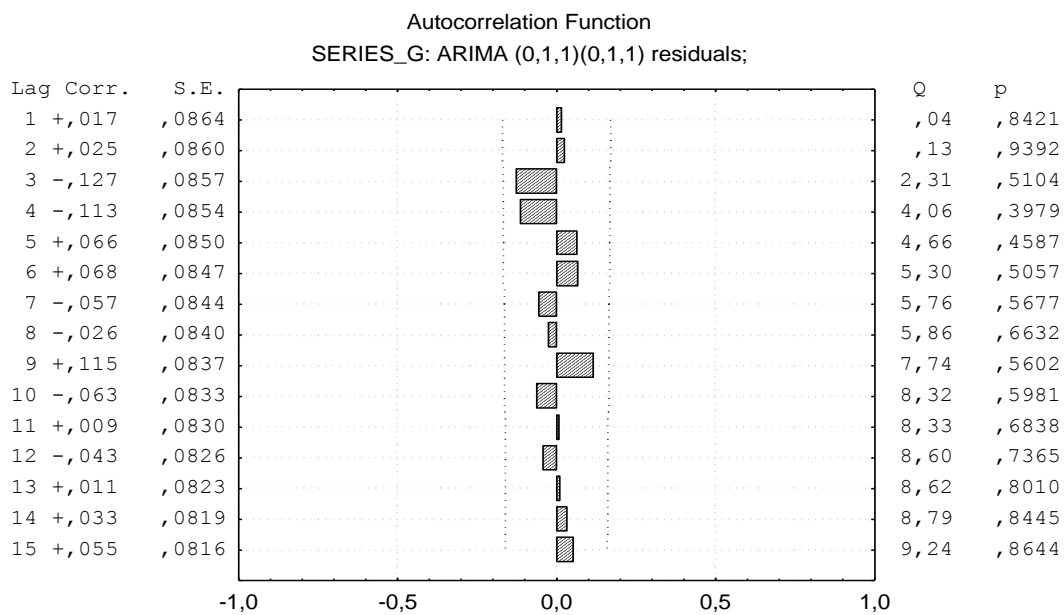


Рисунок 58

3) Залишки повинні мати нормальний розподіл: нормально розподілені залишки на імовірнісному папері лягають на пряму лінію, як показано на рисунку 59.

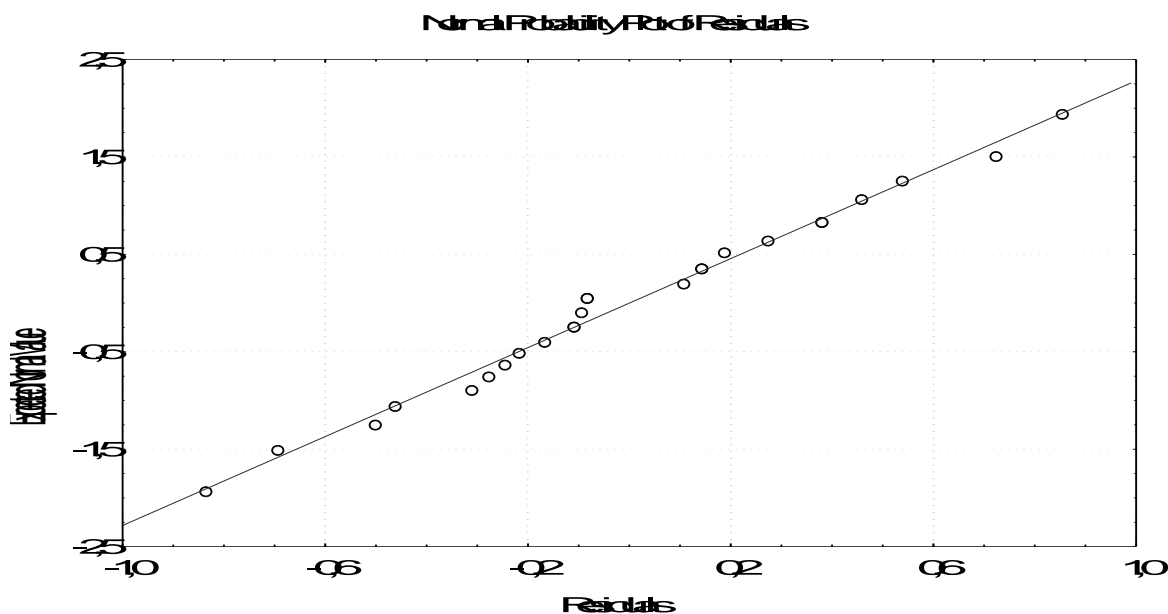


Рисунок 59

Прогноз за моделлю, припасованою методом ARIMA, можливий на будь-яку кількість пунктів уперед із заданим рівнем довіри. На графіку прогнозу показані довірчі інтервали.

Прогноз за моделлю, припасованою методом Exponential Smoothing & Forecasting, робиться завжди на 10 пунктів уперед. На графіку прогнозу довірчі інтервали не показані.

Більш якісний прогноз за методом ARIMA вимагає більш великих обсягів вибірки: мінімальний обсяг вибірки – 97. Для прогнозу за методом Exponential Smoothing & Forecasting досить мати вибірку, що містить 61 точку. Exponential Smoothing & Forecasting – метод першого, досить грубого наближення. Його застосовують або при першому дослідженні, або в тому випадку, коли інші методи застосувати не можна.

7.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути придбані наступні вміння:

1) за даними файла даних визначити, яка часова модель може бути

використана для прогнозу;

2) з декількох припустимих моделей вибрати кращу на підставі аналізу графіків залишків, графіка автокореляції залишків і графіка залишків на нормальному папері;

3) за остаточно обраною моделлю зробити прогноз і оцінити довірчий інтервал для нього.

Мають бути засвоєні наступні поняття: часовий ряд, лаг, дистрибутивно-лагові моделі, авторегресійні моделі, тренд, дистрибутивні і мультиплікативні моделі, метод ковзного середнього, метод експоненціального згладжування, методи припасування моделі часового ряду в пакеті STATISTICA, їхня порівняльна характеристика, аналіз залишків, прогноз.

Робота розрахована на 6 годин.

7.3 Завдання до лабораторної роботи

1) За даними таблиці 5 визначити, яка часова модель може бути використана для прогнозу.

2) З попередньо обраних моделей вибрати кращу на підставі аналізу трьох графіків: графіку залишків, графіку автокореляції залишків і графіку залишків на нормальному папері.

3) На підставі обраної моделі зробити прогноз на півроку вперед. Узяти лаг часового ряду рівним 12 місяцям.

7.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

- 1) Тему роботи, завдання.
- 2) Роздрук таблиць і графіків.
- 3) Пояснення вибору моделі з погляду економетрики.
- 4) Прогноз.

7.5 Приклад виконання лабораторної роботи в пакеті Statistica6

Економічні дані

Відомості про щомісячні перевезення вугілля за період із січня 1995 р. по січень 2000 р.(млн т/міс.) задані в таблиці 5.

За даними треба визначити, яка часова модель може бути використана для прогнозу, зробити прогноз на півроку за обраною моделлю.

Тому що обсяг вибірки недостатній для використання методу ARIMA, застосовуємо метод Exponential Smoothing & Forecasting.

Таблицю початкових даних вставляємо в звіт (1 змінна, 61 випадок):

Таблиця 5

№	x	№	x	№	x
1	2	3	1	2	3
1	14	21	29	41	114
2	28	22	10	42	125
3	25	23	36	43	138
4	17	24	41	44	106
5	31	25	46	45	87
6	44	26	74	46	68
7	44	27	59	47	90
8	32	28	68	48	92
9	15	29	74	49	92
10	14	30	95	50	132
11	14	31	95	51	131
12	11	32	80	52	125
13	22	33	58	53	139
14	37	34	42	54	160
15	31	35	62	55	168
16	21	36	67	56	133
17	45	37	76	57	107
18	66	38	89	58	76
19	66	39	77	59	97

Продовження таблиці 5

1	2	3	1	2	3
20	54	40	79	60	100
				61	84

Модель знаходимо методом експоненціального згладжування.

Виконання завдання

1) Вибір групи моделей. Щоб вибрати модель, потрібно побудувати графік вихідних даних: **Statistics**(Статистика) – **Advanced Linear/Nonlinear Models** (Додатково лінійні/нелінійні моделі) – **Time Series/Forecasting** (Часові ряди/Прогноз) – потім нажимати кнопку в правому верхньому куті діалогових вікон, що послідовно з'являються, – **Ok** (transformations, autocorrelations, ...plots) , **Ok** (Transform selected series). З'явиться графік змінної X+0.000 (рис. 60).

Вертаємося у вікно «Time series Analysis:...», вибираємо кнопку Exponential smoothing & forecasting, вкладку **Advanced** на стартову панель і порівнюємо вид цього графіка із пропонуваними моделями. У діалоговому вікні, що з'явилося (рис. 62) пропонується 12 моделей тимчасових рядів.



Рисунок 60

З порівняння рисунків моделей із графіком змінної видно, що можуть підійти 4 моделі: дві адитивні з лінійним і експонентним трендом і дві мультиплікативні з лінійним і експонентним трендом.

2) Вибір кращої моделі із групи моделей. Перевірка обраних моделей за залишками.

Щоб перевірити за залишками якість обраної моделі, потрібно виконати наступні дії:

1) **Statistics**(Статистика) – **Advanced Linear/Nonlinear Models** (Додатково лінійні/нелінійні моделі) – **Time Series/Forecasting** (Прогноз/серія часу) – **Exponential smoothing & forecasting – Advanced**.

2) Вибрати потрібну модель. Для нашої задачі встановити лаг, який дорівнює 12 (опція праворуч угорі над рисунками моделей (див.рис. 62)).

3) Натиснути кнопку Grid search.

4) У вікні, що з'явилося, **Seasonal and Non-Seasonal Exponential Smoothing**, натиснути кнопку Perform grid search. STATISTICA6 розрахує три параметри – Alpha, Delta, Gamma, необхідні для побудови прогнозу. У таблиці, що з'явилася, вони займають верхній рядок (рис. 61).

Parameter grid search (Smallest abs. errors are highlighted) (lab_6)									
Model: Linear trend, add.season (12); SO=9,542 TO=2,076									
X									
Model Number	Alpha	Delta	Gamma	Mean Error	Mean Abs Error	Sums of Squares	Mean Squares	Mean % Error	Mean Abs % Error
487	0,700000	0,100000	0,100000	-0,723808	6,633651	4911,390	80,51459	-0,000000	-0,000000
568	0,800000	0,100000	0,100000	-0,660097	6,784163	4952,425	81,18729	-0,000000	-0,000000
406	0,600000	0,100000	0,100000	-0,807494	6,727871	4952,531	81,18904	-0,000000	-0,000000
649	0,900000	0,100000	0,100000	-0,610889	7,035930	5054,889	82,86703	-0,000000	-0,000000
577	0,800000	0,200000	0,100000	-0,664250	6,867598	5062,114	82,98547	-0,000000	-0,000000
496	0,700000	0,200000	0,100000	-0,729406	6,735157	5064,980	83,03246	-0,000000	-0,000000
407	0,600000	0,100000	0,200000	-0,735348	6,842459	5077,036	83,23011	-0,000000	-0,000000
488	0,700000	0,100000	0,200000	-0,646265	6,878996	5099,700	83,60164	-0,000000	-0,000000
658	0,900000	0,200000	0,100000	-0,613270	7,076913	5114,272	83,84052	-0,000000	-0,000000
325	0,500000	0,100000	0,100000	-0,916076	6,998098	5117,252	83,88937	-0,000000	-0,000000

Рисунок 61

5) Значення Alpha=0,7, Delta=0,1, Gamma=0,1 потрібно ввести у відповідні віконця у вікні **Seasonal and Non-Seasonal Exponential Smoothing**, вкладка **Advanced** (рис. 62).

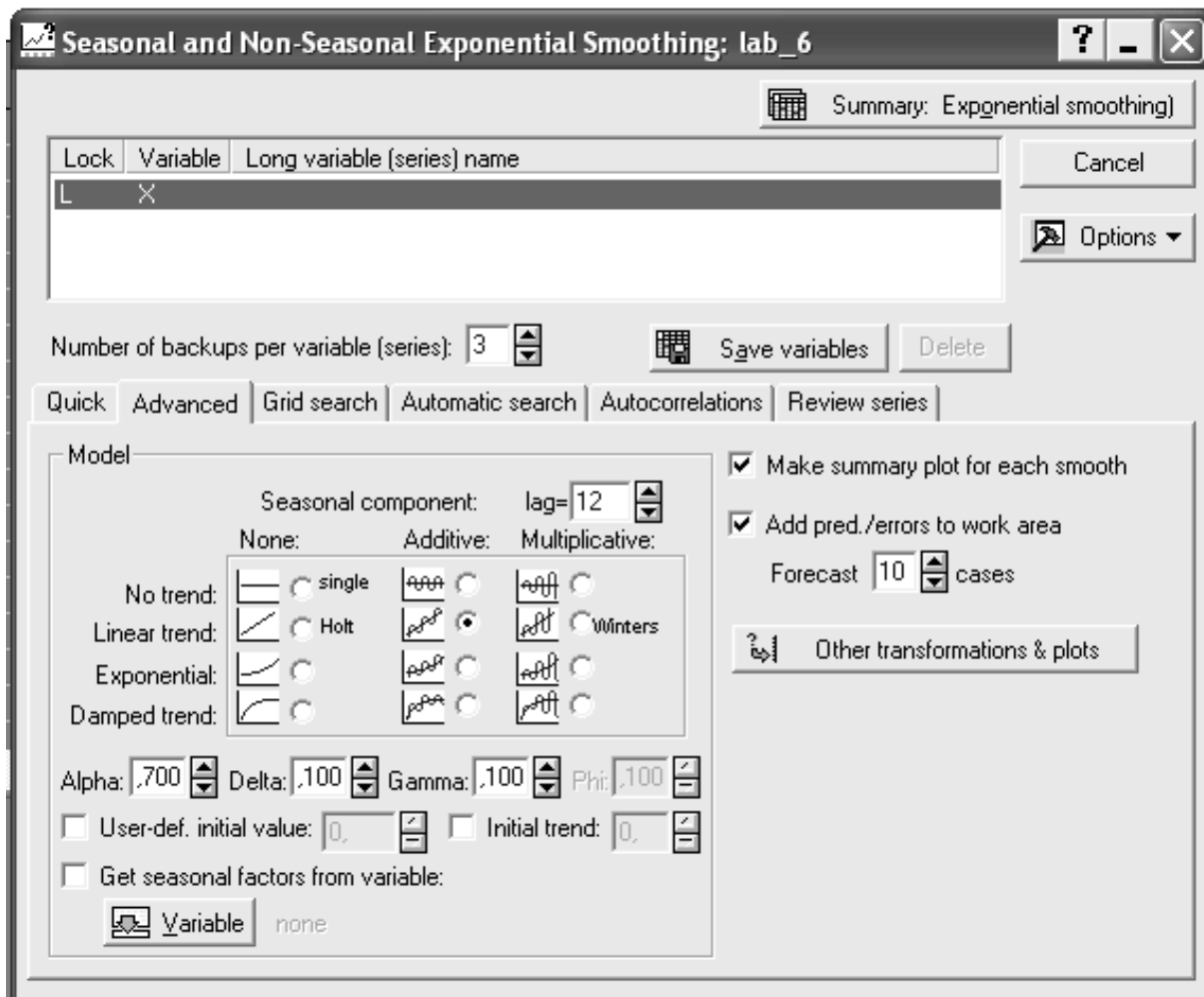


Рисунок 62

6) Натиснути праву верхню кнопку **Summary: Exponential smoothing**. STATISTICA6 роздрукує прогноз і залишки в таблиці Exp. Smoothing (експонентний прогноз), а також графік, на якому суцільною лінією нанесені вихідні дані, пунктирною – прогноз, а точковою – графік залишків.

7) Щоб одержати можливість надрукувати потрібні нам графіки для залишків, повернемося у вікно **Seasonal and Non-Seasonal Exponential Smoothing** (сезонне й несезонне експонентне згладжування). Вибираємо змінну x Exp.smooth.resids, після чого можна побудувати кожний з потрібних графіків:

а) щоб побудувати графік залишків, натиснути Review series, верхню кнопку Plot (графік) (рис. 63);

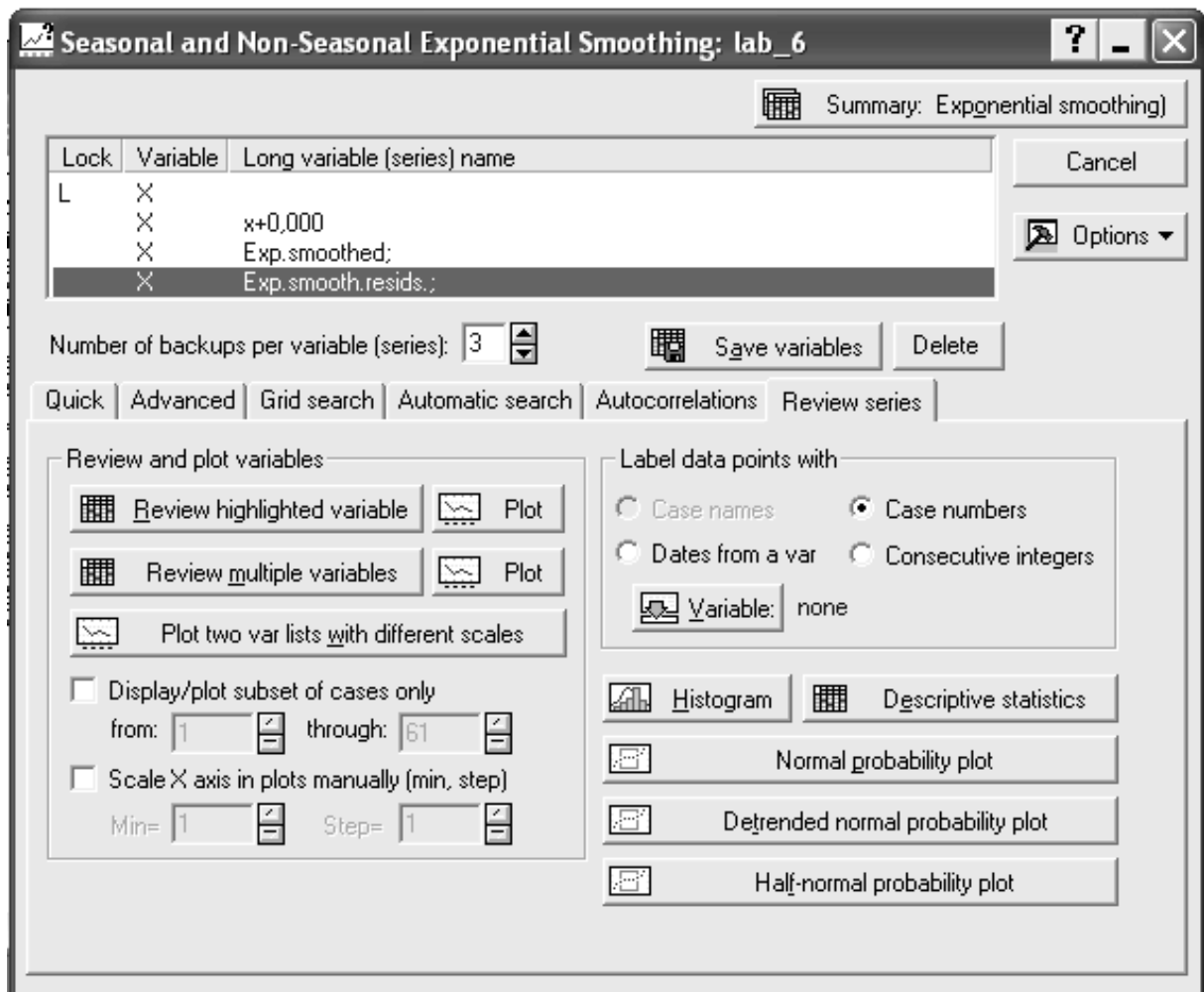


Рисунок 63

б) щоб побудувати графік автокореляції, натиснути кнопки Autocorrelations (автокореляція), Autocorrelations (рис. 64);

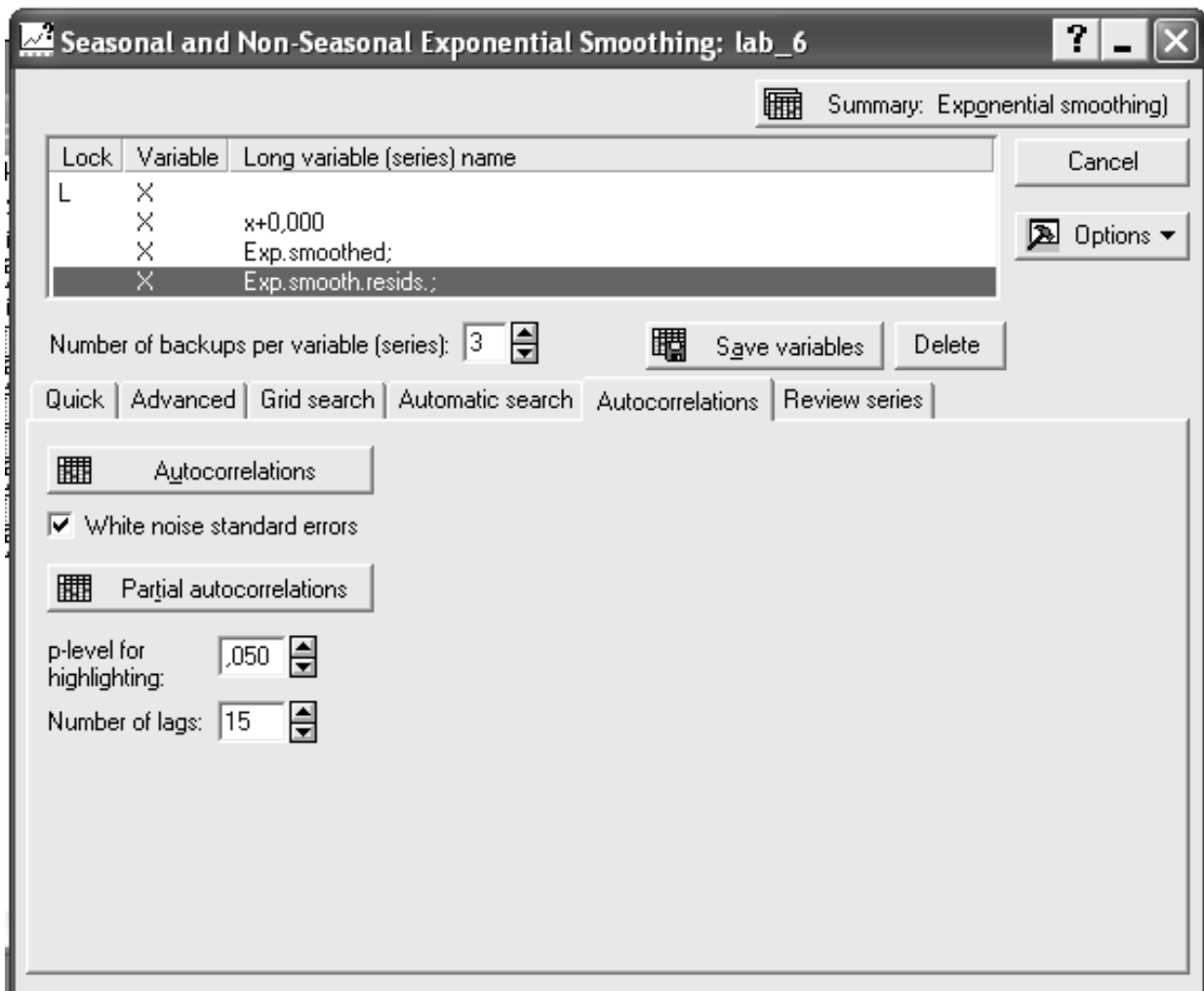


Рисунок 64

в) щоб побудувати графік на нормальному папері, натиснути кнопки Review series, Normal probability plot (нормальний графік) (див. рис. 63).

У такий спосіб потрібно перевірити кожен із чотирьох моделей, проходячи заново шлях .1) – 7).

Перевірка обраних моделей 1- 4 за графіками залишків

Модель 1: адитивна, тренд лінійний, зростаючий.

Графік залишків показаний на рисунку 65.

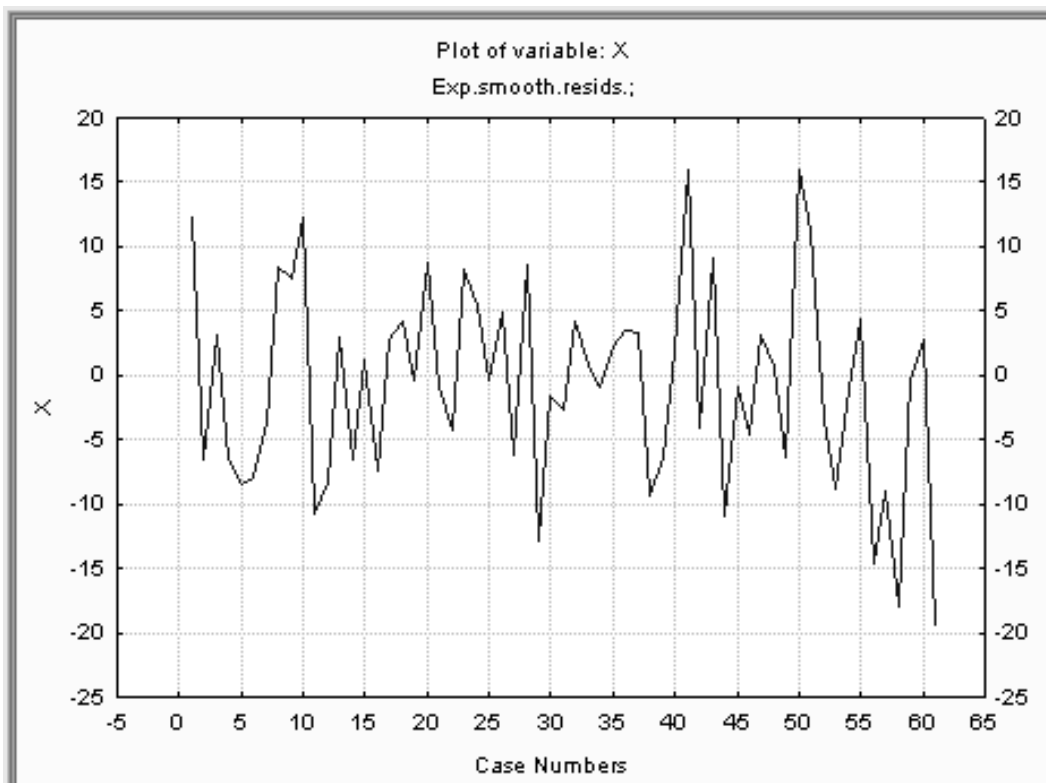


Рисунок 65

Графік автокореляційної функції показаний на рисунку 66.

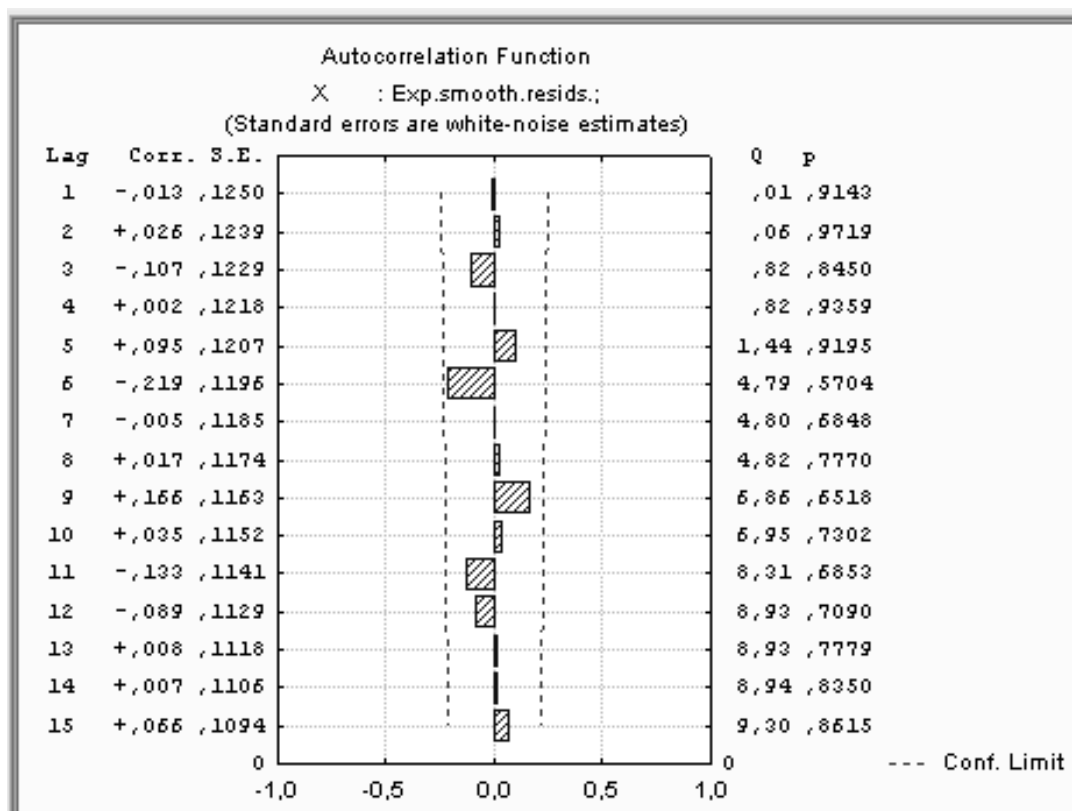


Рисунок 66

Графік на нормальному папері показаний на рисунку 67.

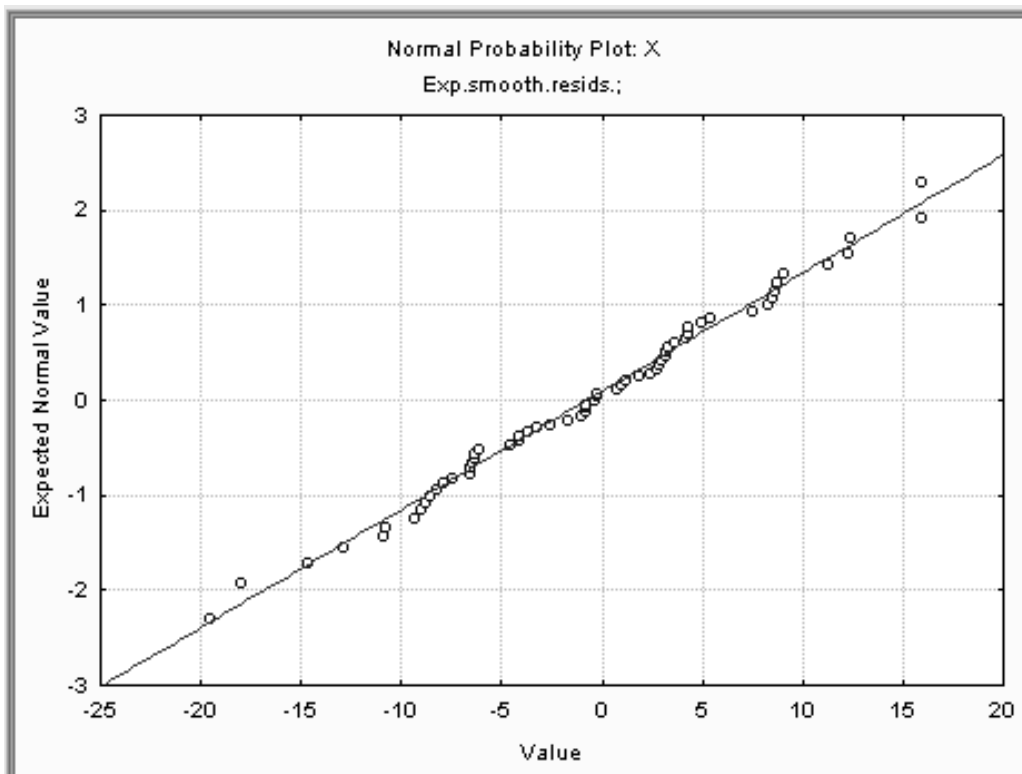


Рисунок 67

Модель2: аддитивна, тренд експонентний, зростаючий.

Графік залишків показаний на рисунку 68.

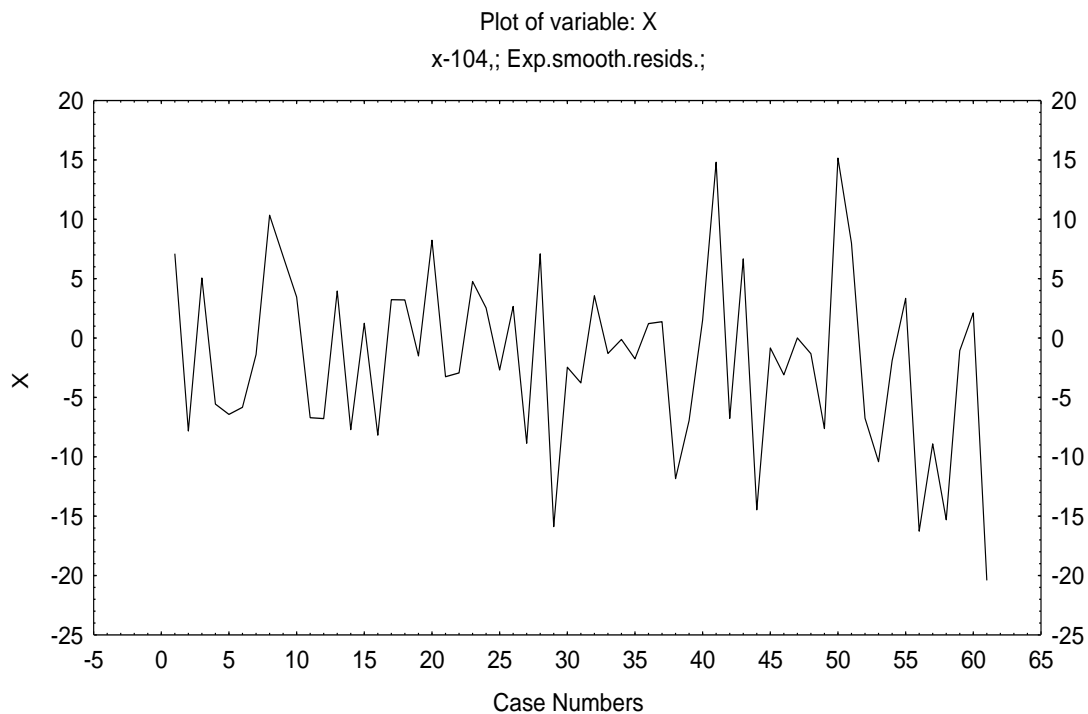


Рисунок 68

Графік автокореляційної функції показаний на рисунку 69.

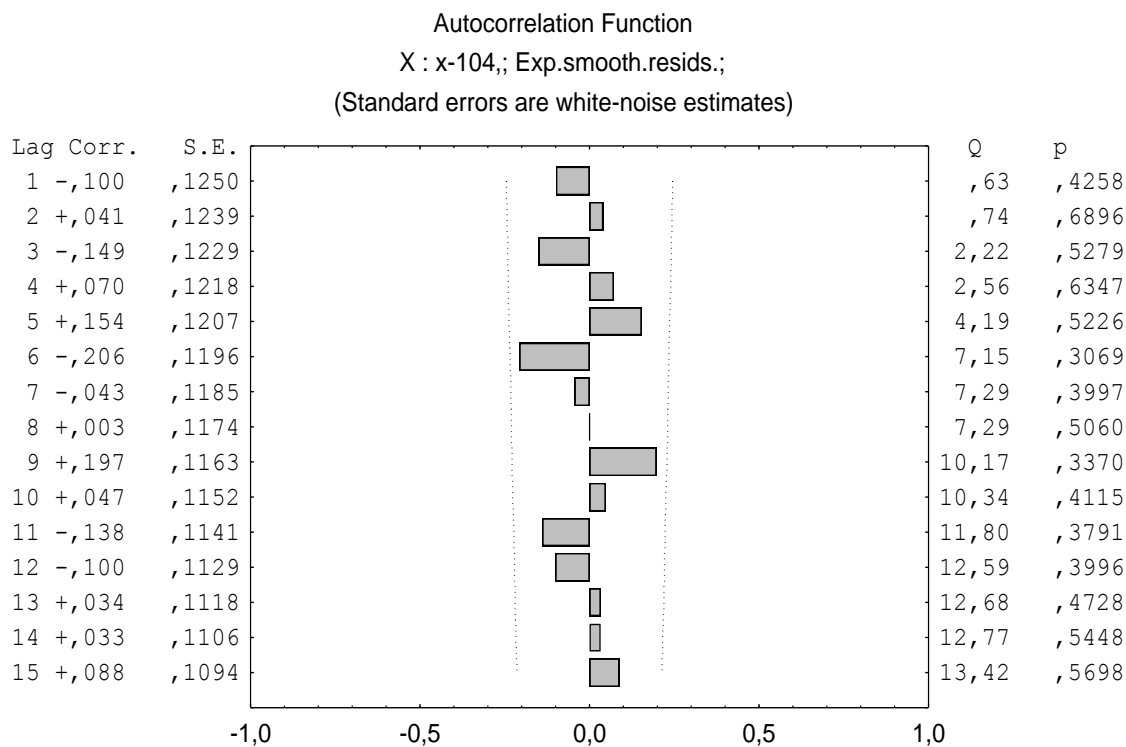


Рисунок 69

Графік на нормальному папері показаний на рисунку 70.

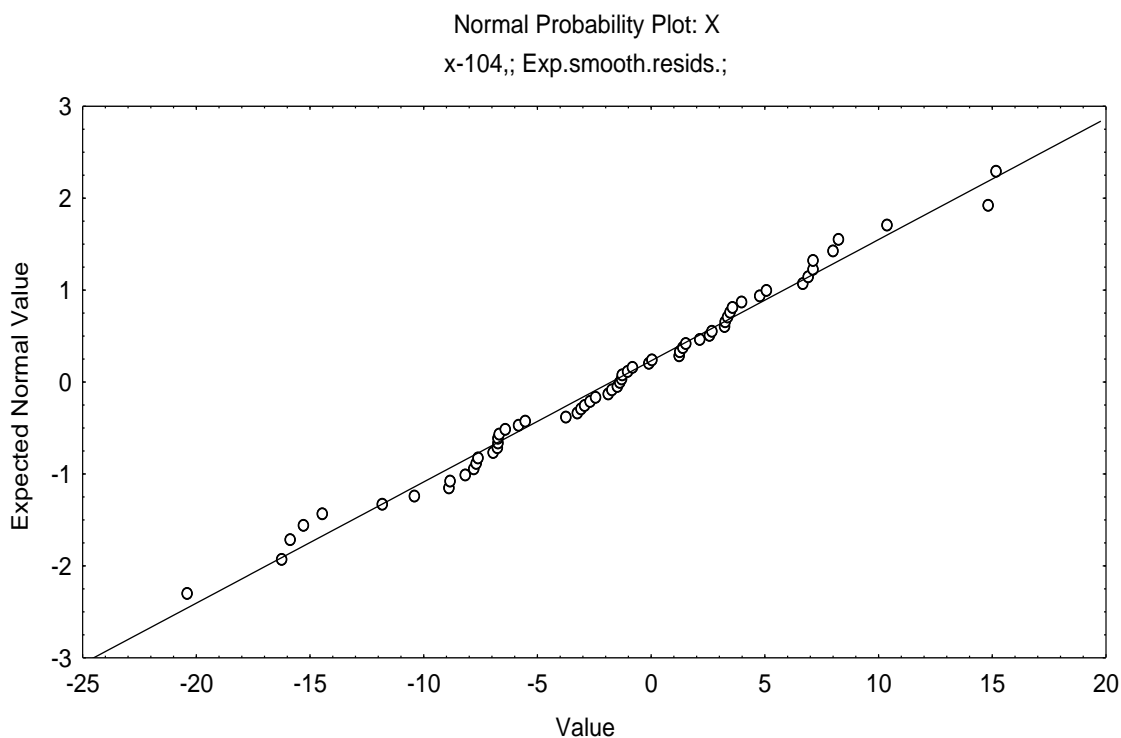


Рисунок 70

Модель 3: мультиплікативна, тренд лінійний, зростаючий.

Графік залишків показаний на рисунку 71.

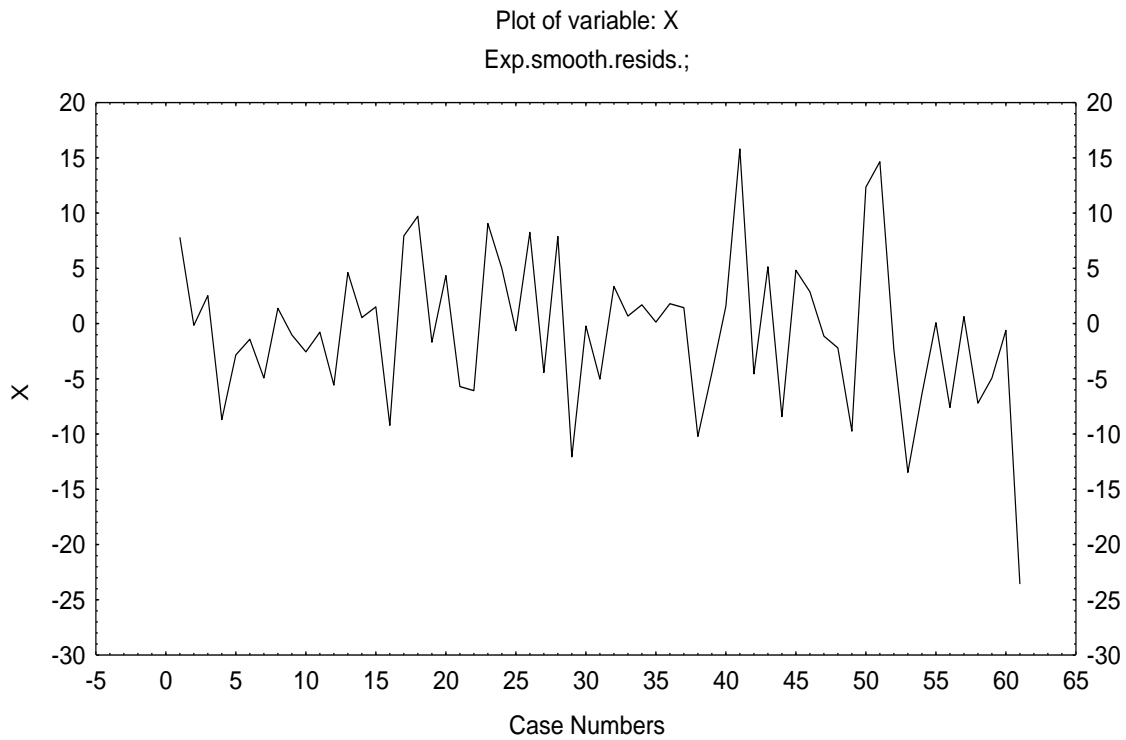


Рисунок 71

Графік автокореляційної функції показаний на рисунку 72.

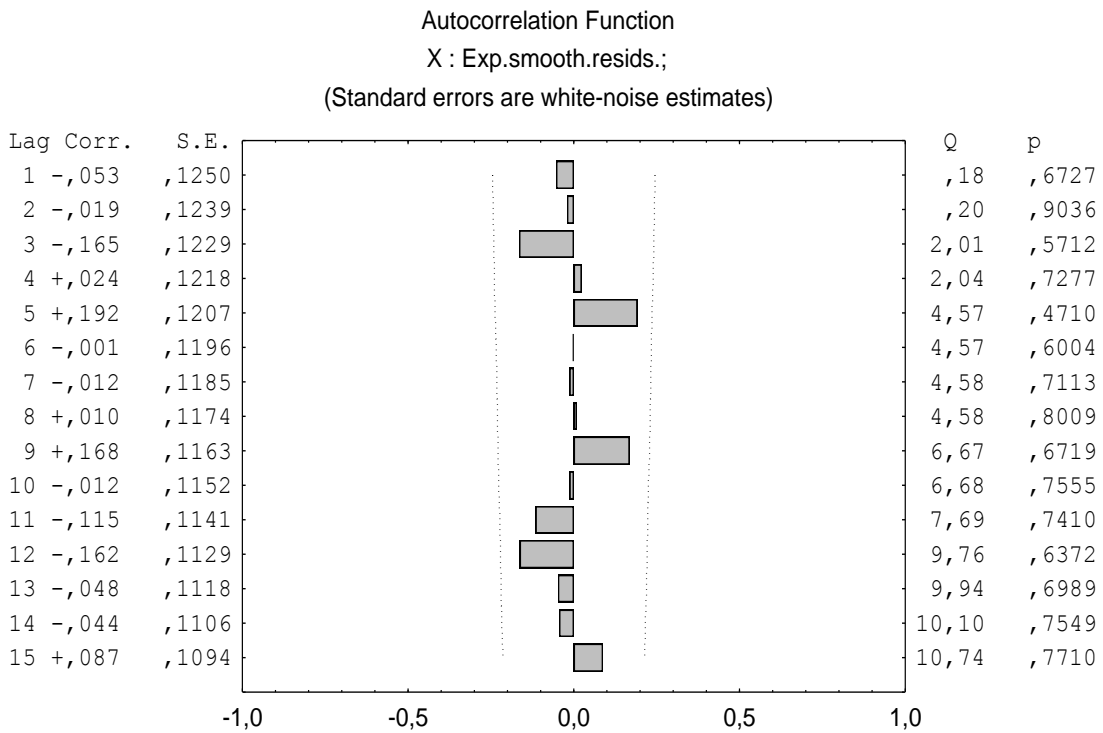


Рисунок 72

Графік на нормальному папері показаний на рисунку 73.

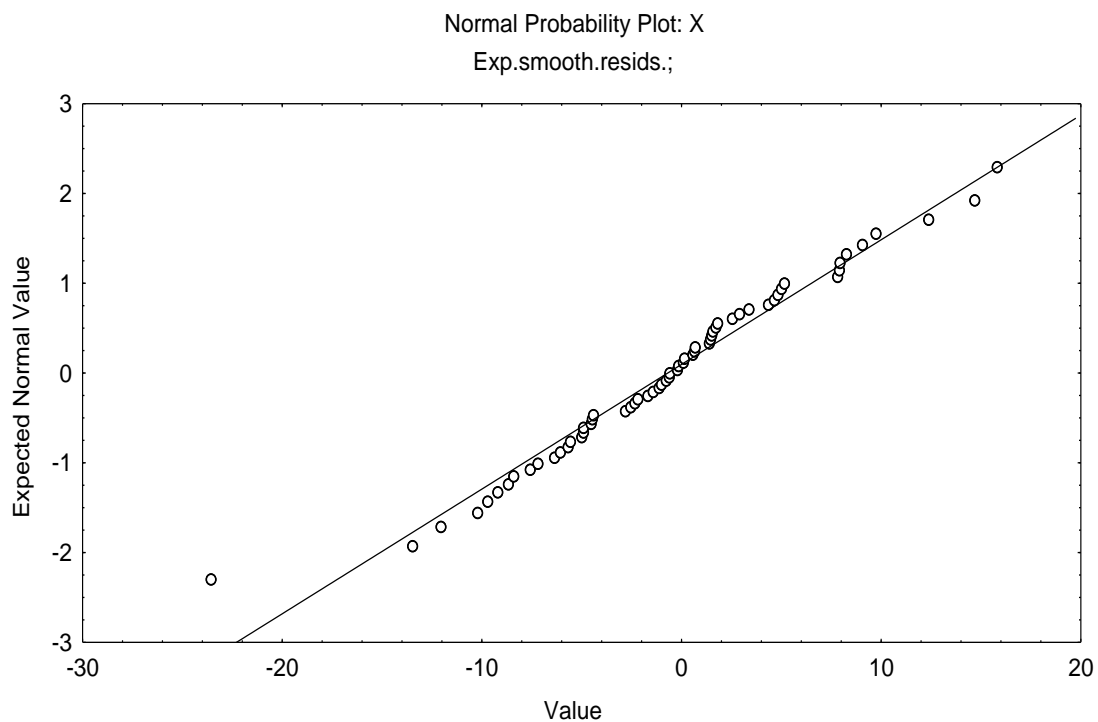


Рисунок 73

Модель 4: мультиплікативна, тренд експонентний, зростаючий.

Графік залишків показаний на рисунку 74.

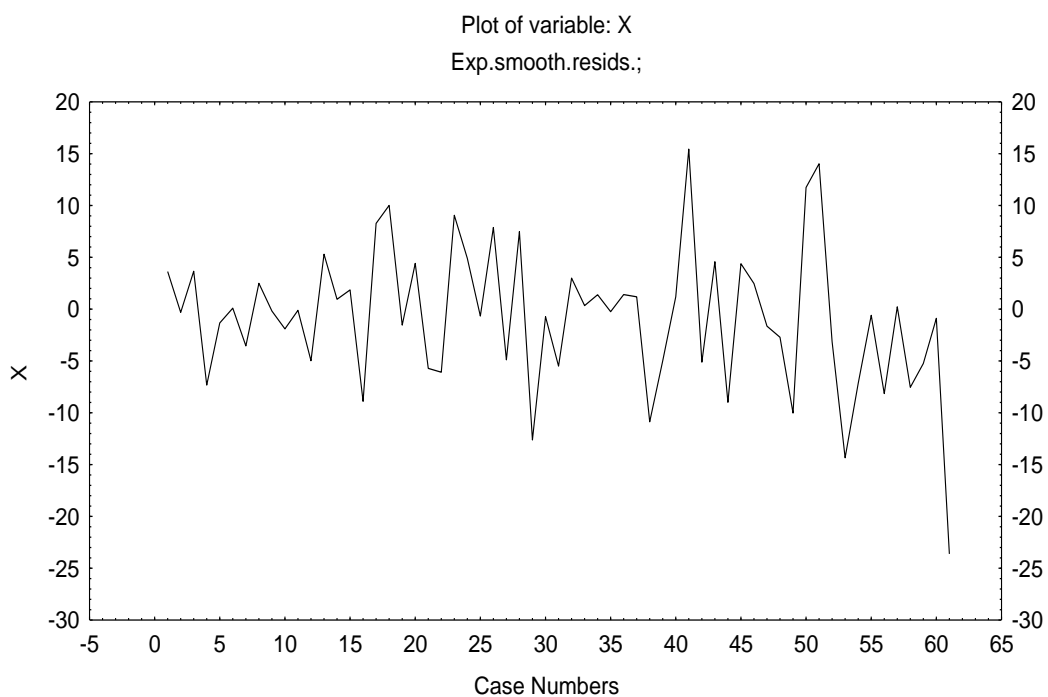


Рисунок 74

Графік автокореляційної функції показаний на рисунку 75.

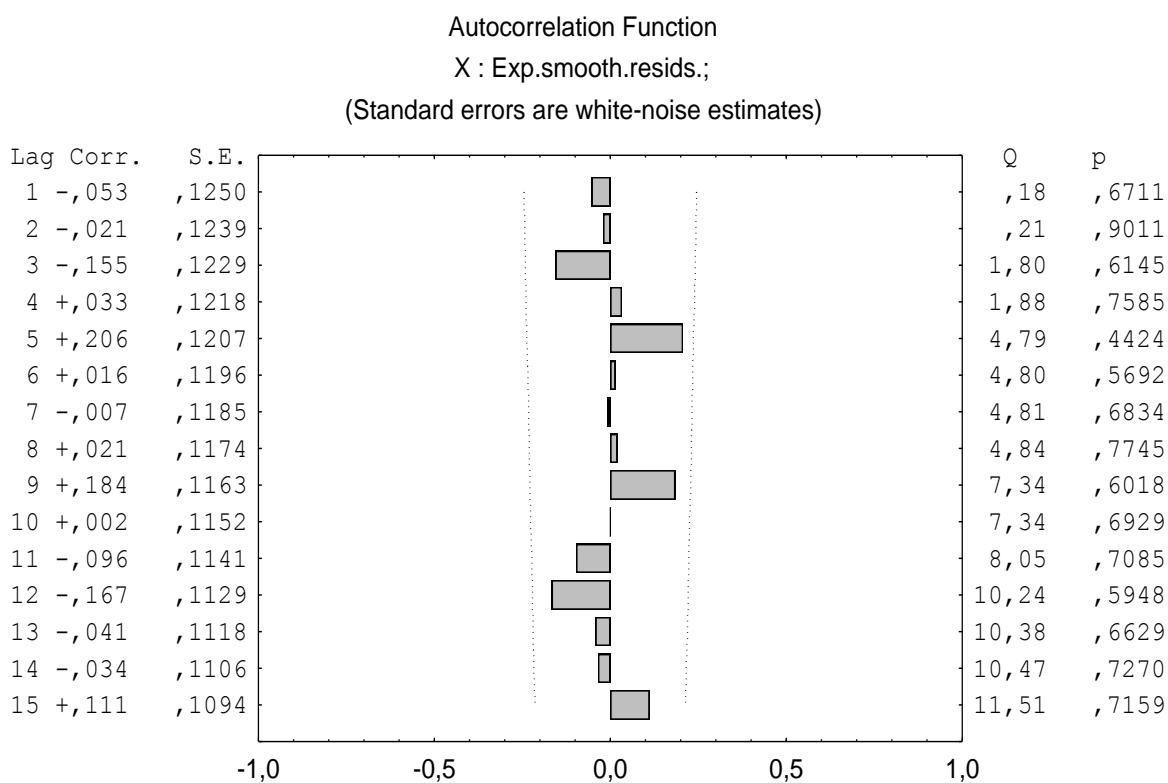


Рисунок 75

Графік на нормальному папері показаний на рисунку 76.

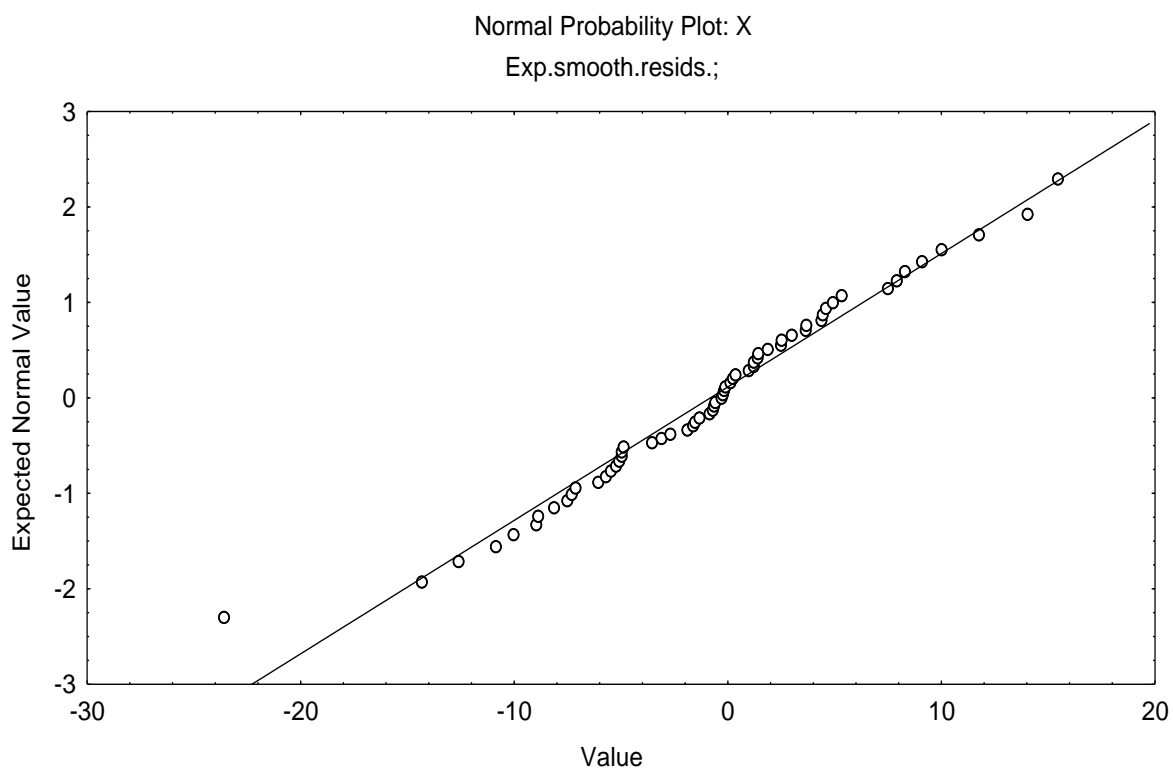


Рисунок 76

У моделях 3 і 4 амплітуда залишків незначно зростає, тому для подальшого аналізу залишаємо тільки моделі 1 і 2.

Перевірка моделей 1 і 2 за автокореляційними функціями

Моделі 1 і 2 мають практично однакові автокореляційні функції, які не виходять за пунктирну смугу, що не дає можливості зробити вибір між цими двома моделями.

Перевірка моделей 1 і 2 на нормальність розподілу залишків

В обох моделях точки досить добре лягають на пряму, але в 2-й моделі відхилення від нормального розподілу на деяких ділянках більше, ніж в 1-й.

Вибираємо 1-у модель – адитивну з лінійним трендом.

3) Прогноз за обраною моделлю. Після вибору моделі беремо з автозвіту таблицю із прогнозом. У першому стовпці перебувають значення x , у другому – прогноз за експонентним згладжуванням, у третьому – залишки y у четвертому – сезонний компонент (табл. 6).

Таблиця 6

	X	Sm oothed	R esids	Se asonal
	2	3	4	5
	14 ,0000	1,0 014	12 ,9986	- 11,6288
	28 ,0000	34, 4843	- 6,4843	9, 7878
	25 ,0000	21, 8544	3, 1456	- 0,8163
	17 ,0000	23, 6231	- 6,6231	- 3,9830
	31 ,0000	39, 4235	- 8,4235	14 ,1837

	44 ,0000	51, 9781	- 7,9781	30 ,9545
	44 ,0000	47, 9402	- 3,9402	31 ,3795
	32 ,0000	23, 6613	8, 3387	9, 0128
	15 ,0000	7,6 614	7, 3386	- 14,2538
0	0, 0000	- 4,7166	4, 7166	- 33,7122

Продовження таблиці 6

	2	3	4	5
1	14 ,0000	19, 1085	- 5,1085	- 15,4622
2	11 ,0000	17, 4485	- 6,4485	- 15,4622
3	22 ,0000	18, 6224	3, 3776	
4	37 ,0000	43, 5198	- 6,5198	
5	31 ,0000	29, 8852	1, 1148	
6	21 ,0000	28, 5284	- 7,5284	
7	45 ,0000	42, 1668	2, 8332	
8	66 ,0000	61, 9282	4, 0718	
9	66 ,0000	66, 6035	- 0,6035	
	54	45,	8,	

0	,0000	4195	5805	
1	29 ,0000	29, 9665	- 0,9665	
2	10 ,0000	11, 5227	- 1,5227	
3	36 ,0000	30, 0751	5, 9249	
4	41 ,0000	36, 2602	4, 7398	
5	46 ,0000	46, 5058	- 0,5058	
6	74 ,0000	69, 0612	4, 9388	
7	59 ,0000	65, 1521	- 6,1521	
8	68 ,0000	59, 4159	8, 5841	
9	74 ,0000	86, 7385	- 12,7385	
0	95 ,0000	96, 6414	- 1,6414	
1	95 ,0000	97, 7819	- 2,7819	
2	80 ,0000	75, 8007	4, 1993	
3	58 ,0000	57, 1399	0, 8601	
4	42 ,0000	40, 2313	1, 7687	
5	62 ,0000	61, 8149	0, 1851	

6	67 ,0000	64, 0485	2, 9515	
Продовження таблиці 6				
	2	3	4	5
7	76 ,0000	72, 8617	3, 1383	
8	89 ,0000	98, 3632	- 9,3632	
9	77 ,0000	83, 3406	- 6,3406	
0	79 ,0000	77, 1321	1, 8679	
1	11 4,0000	97, 8610	16 ,1390	
2	12 5,0000	129 ,0799	- 4,0799	
3	13 8,0000	129 ,0773	8, 9227	
4	10 6,0000	116 ,9161	- 10,9161	
5	87 ,0000	87, 9337	- 0,9337	
6	68 ,0000	70, 0305	- 2,0305	
7	90 ,0000	88, 8750	1, 1250	
8	92 ,0000	91, 8832	0, 1168	
9	92 ,0000	98, 5529	- 6,5529	
	13	116	15	

0	2,0000	,0523	,9477	
1	13 1,0000	119 ,7666	11 ,2334	
2	12 5,0000	128 ,2649	- 3,2649	
3	13 9,0000	147 ,6285	- 8,6285	
4	16 0,0000	160 ,9693	- 0,9693	
5	16 8,0000	163 ,8177	4, 1823	
6	13 3,0000	147 ,6948	- 14,6948	
7	10 7,0000	116 ,0540	- 9,0540	
8	76 ,0000	91, 5524	- 15,5524	
9	97 ,0000	99, 1984	- 2,1984	
0	10 0,0000	97, 7895	2, 2105	
1	84 ,0000	103 ,8108	- 19,8108	
2		109 ,8628		
Продовження таблиці 6				
	2	3	4	5
3		98, 3140		
4		93, 7693		

5		110 ,7414		
6		126 ,4398		
7		126 ,2770		
8		102 ,5232		
9		78, 2296		
0		57, 3963		
1		74, 9437		

Відповідно до умови задачі випадки 1...61 відповідають періоду із січня 1995 р. по січень 2000 р. Отже, випадки 62...67 відповідають періоду з лютого 2000 р. по липень 2000 р.

Прогноз на лютий – липень 2000 р., рівень довіри 90% (установлено з порівняння результатів аналізу методами ARIMA і Exponential Smoothing & Forecasting), даний у таблиці 7.

Таблиця 7

Лютий	109,8628
Березень	98,3140
Квітень	93,7693
Травень	110,7414
Червень	126,4398
Липень	126,2770

Відомо, що для тимчасових рядів довірчий інтервал практично симетричний щодо прогнозу. Його напівширина для рівня довіри 90% становить 20...30% від прогнозу. Беручи напівширину довірчого інтервалу

рівною 25% прогнозу, одержуємо, наприклад, на липень такий прогноз: перевезення вугілля будуть укладені в межах $126,27 \cdot (1 - 0,25) \dots 126,27 \cdot (1 + 0,25)$, що дає 94,70 ... 157,83 млн т.

Графік прогнозу показаний на рисунку 77.

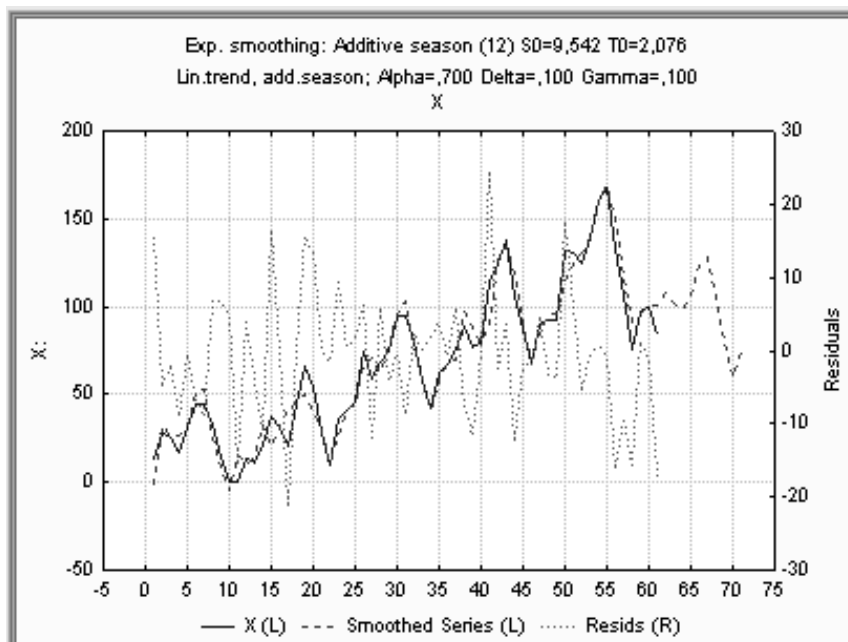


Рисунок 77

На цьому графіку суцільною лінією показаний графік тимчасового ряду, пунктирною лінією – графік прогнозу, точковою лінією – графік залишків. Масштаб для графіків тимчасового ряду й прогнозу заданий на лівій вертикальній осі, масштаб для графіка залишків – на правій вертикальній осі. З порівняння графіків тимчасового ряду й прогнозу видно їхній гарний збіг на всьому протязі графіка тимчасового ряду.

7.6 Висновки

На підставі аналізу залишків тимчасового ряду для припасування моделі обрана лінійна дистрибутивна модель. Прогноз на підставі цієї моделі наведений у таблиці 8.

Таблиця 8

Місяць	Прогноз	90% довірчий інтервал
1	2	3

Лютий	109,8628	82,3971 – 137,328
-------	----------	-------------------

Продовження таблиці 8

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Березень	98,3140	73,74 – 122,89
Квітень	93,7693	70,33 – 117,21
Травень	110,7414	83,06 – 138,43
Червень	126,4398	94,83 – 158,05
Липень	126,2770	94,71 – 157,85

8 САМОСТІЙНА РОБОТА

Тема: Вибір нелінійної моделі однофакторної регресії. Прогноз і довірчий інтервал для нелінійної моделі. Еластичність.

8.1 Мета самостійної роботи

Мають бути придбані наступні вміння:

- 1) побудування нелінійної моделі;
- 2) перевірки адекватності нелінійної моделі;
- 3) побудування довірчого інтервалу для прогнозу за нелінійною моделлю.

Мають бути засвоєні наступні поняття: лінеаризація, перевірка нелінійної моделі на адекватність, прогноз і довірчий інтервал для нелінійної моделі, причина несиметричності довірчої області, еластичність.

8.2 Завдання до самостійної роботи

- 1) За видом кореляційного поля вибрати модель із трьох моделей: степеневі $y = Ax^b$, показові $y = Ae^{bx}$ чи логарифмічної $y = A + b \ln x$.
- 2) Лінеаризувати вибірку відповідно до обраної нелінійної моделі.
- 3) Знайти рівняння лінійної регресії для лінеаризованої вибірки.

4) Перевірити лінійну регресію на адекватність з рівнем значущості $\alpha = 0,05$.

5) Знайти з рівнем довіри 95% напівширину довірчих інтервалів для лінеаризованої моделі.

6) Знайти прогнозовані значення y і довірчі інтервали в точках вибірки.

7) Нанести на графік вибіркові точки, прогноз для них і кінці довірчих інтервалів.

8) Обчислити максимальну відносну помилку прогнозу в точках вибірки; пояснити значення помилок, що спостерігаються.

9) Обчислити коефіцієнт еластичності в кожній точці вибірки.

10) Зробити висновки за отриманими результатами.

8.3 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

1) Тему роботи, завдання.

2) Роздрук таблиць і графіків.

3) Пояснення отриманих таблиць і графіків з погляду економетрики.

8.4 Приклад виконання самостійної роботи в пакеті Statistica 6

Економічні дані

У якості вихідних даних беремо наступні дані в таблиці (рис. 78).

	1	2
	x	y
1	309,95	37,7
2	260	23,7
3	264,03	26,8
4	306,74	28,4
5	288,72	43,2
6	287,5	38
7	267,34	33,9
8	444,84	61,1
9	287,77	29,8
10	456,84	62
11	255,8	19,6
12	413,8	53,8
13	271,71	27,4
14	351,94	53,6
15	499,39	62,1

Рисунок 78

Виконання завдання:

1) Вибрати модель. Будемо кореляційне поле: **Graphs – Scatterplots – Variables – (X,Y) – Ok – Advanced – Regular – Off – Ok** (рис. 79).

Виберемо залежність виду $y = A + b \ln x$.

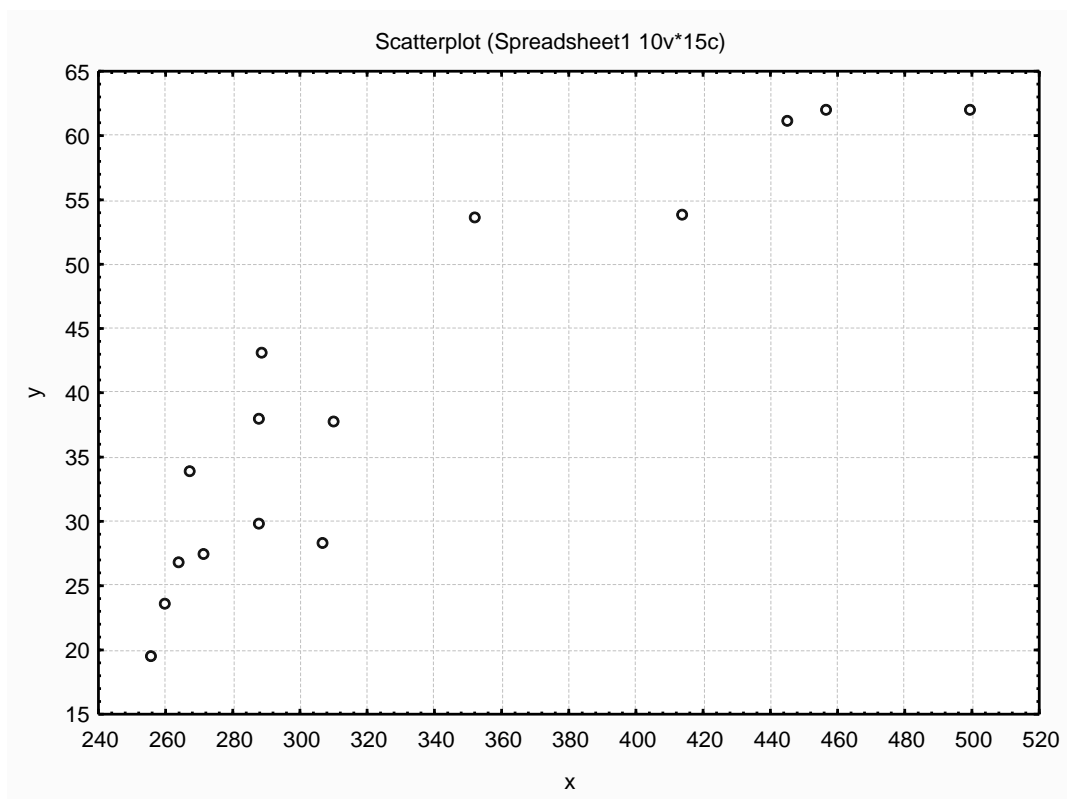


Рисунок 79

2) Лінеаризуємо вибірку відповідно до обраної нелінійної моделі.

Для даної моделі перехід до нових змінних виконується за формулами: $U = \ln(x)$, $V = y$.

Додамо в таблиці дві змінні: U і V. Виділимо U подвійним щигликом і у вікні Long Name впишемо формулу $=\ln(x)$. Так само для змінної V у вікні Long Name впишемо формулу $=y$ (рис 80).

	1 x	2 y	3 U	4 V
1	309,95	37,7	5,736411	37,7
2	260	23,7	5,560682	23,7
3	264,03	26,8	5,576063	26,8
4	306,74	28,4	5,726	28,4
5	288,72	43,2	5,665457	43,2
6	287,5	38	5,661223	38
7	267,34	33,9	5,588521	33,9
8	444,84	61,1	6,097715	61,1
9	287,77	29,8	5,662162	29,8
10	456,84	62	6,124333	62
11	255,8	19,6	5,544396	19,6
12	413,8	53,8	6,025383	53,8
13	271,71	27,4	5,604735	27,4
14	351,94	53,6	5,863461	53,6
15	499,39	62,1	6,213387	62,1

Рисунок 80

3) Знайдемо рівняння лінійної регресії для лінеаризованої вибірки

Будуємо графік лінійної моделі (див. лаб. роботу 1) **Graphs – Scatterplots – Variables – (U,V) – Ok – Advanced – Regular – Linear – Ok** (рис. 14).

Над графіком записане рівняння лінійної регресії для змінних (U,V) $V = -311,737 + 60,9 * U$ (рис. 81).

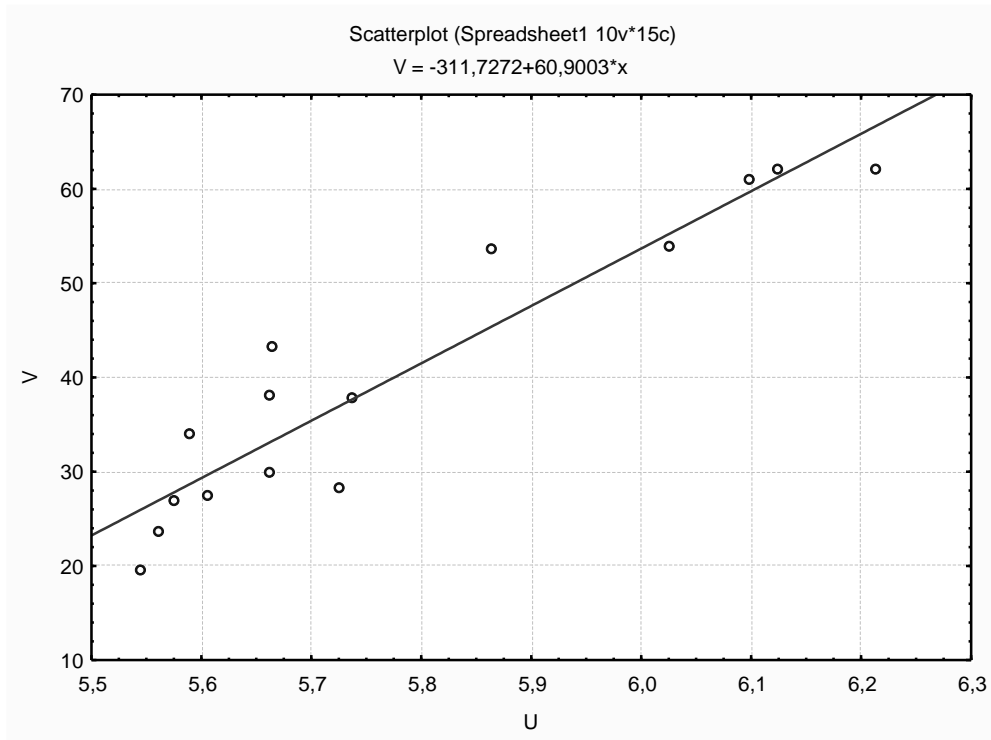


Рисунок 81

4) Перевіримо лінійну регресію на адекватність (див. лаб. роб. 3) .

Statistics – Multiple Regression (Множинна регресія) – **Variables –** (dependent V – independent U) – **Ok – Ok – Regression Summary** (вибір змінних U, V – Ok – Ok – Підсумки регресійного аналізу) (рис. 82).

Regression Summary for Dependent Variable: V (sam_rab_24)						
R= ,93589879 R ² = ,87590654 Adjusted R ² = ,86636089						
F(1,13)=91,760 p<,00000 Std.Error of estimate: 5,4426						
N=15	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(13)	p-level
Intercept			-311,727	36,75260	-8,48177	0,000001
U	0,935899	0,097702	60,900	6,35760	9,57913	0,000000

Рисунок 82

Коефіцієнт кореляції $r_{uv} \approx 0,94$, коефіцієнт детермінації $R^2 \approx 0,876$, значення критерію Фішера, що спостерігається, $F_{набл} = 91,76$, число степенів вільності критерію Фішера $k_1 = 1$ і $k_2 = 13$.

Знайдемо критичне значення критерію Фішера з рівнем значущості 0,05: $F(1;13)=4,667$, $p=0,05$.

5) В точках вибірки знайдемо напівширину довірчого інтервалу для лінеаризованої моделі з рівнем довіри 0,95 (див. лаб. роб. 4).

t_γ – критична точка розподілу Стюдента: $t(13)=2,16$ $p=0,95$.

σ_e – середньоквадратична помилка залишків: Std.Error of estimate = $\sigma_e = 5,4426$.

n – обсяг вибірки, $n=10$.

\bar{u} – середнє значення фактора U, $\bar{U} = 5,777$ (рис.83).

Variable	Descriptive Statistics
	Mean
U	5,776667

Рисунок 83

Для кожного значення фактора U знаходимо квадрат відхилення від середнього значення $(u_i - \bar{u})^2$. Додаємо новий стовпець, подвійним щигликом по заголовку входимо у вікно властивостей, даємо заголовок, наприклад KV, у вікні Long Name вводимо формулу: $=(u-5,777)^2$.

Знаходимо значення суми $\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2$, це сума значень стовпця KV

(рис. 84).

Variable	Descriptive Statistics
	Sum
KV	0,732850

Рисунок 84

Отже, сума дорівнює 0,733.

У вихідну таблицю додаємо стовпці: V_REGR – прогноз за моделлю в точках вибірки, DELTA – напівширина довірчого інтервалу. У вікно Long Name стовпця DELTA вводимо формулу: $=5,443*2,16*(1+1/15+KV/0,733)^{0,5}$ (рис. 85).

	1	2	3	4	5	6
	x	y	U	V	KV	DELTA
1	309,95	37,7	5,736411	37,7	0,00162	12,15413
2	260	23,7	5,560682	23,7	0,046648	12,49851
3	264,03	26,8	5,576063	26,8	0,04024	12,45008
4	306,74	28,4	5,726	28,4	0,002567	12,16147
5	288,72	43,2	5,665457	43,2	0,012366	12,2372
6	287,5	38	5,661223	38	0,013326	12,24459
7	267,34	33,9	5,588521	33,9	0,035397	12,41336
8	444,84	61,1	6,097715	61,1	0,103075	12,91711
9	287,77	29,8	5,662162	29,8	0,01311	12,24293
10	456,84	62	6,124333	62	0,120875	13,04638
11	255,8	19,6	5,544396	19,6	0,053948	12,55345
12	413,8	53,8	6,025383	53,8	0,061862	12,61274
13	271,71	27,4	5,604735	27,4	0,029559	12,36894
14	351,94	53,6	5,863461	53,6	0,007534	12,19992
15	499,39	62,1	6,213387	62,1	0,190729	13,54174

Рисунок 85

б) Знайдемо прогнозовані значення Y і довірчі інтервали в точках вибірки.

Зворотне перетворення для цієї моделі: $y = V$.

Параметри моделі: $A=b_0=-311,727$, $b=b_1=60,9$.

Вид отриманої моделі: $y = -311,727 + 60,9 \ln x$.

Таблицю доповнюємо стовпцями: $V_MAX (=V_REGR+DELTA)$, $V_MIN (=V_REGR-DELTA)$, $Y_REGR=V_REGR$, $Y_MIN=V_MIN$, $Y_MAX =V_MAX$ (рис. 86).

7	8	9	10	11	12
V REGR	V MIN	V MAX	Y REGR	Y MIN	Y MAX
37,62043	25,4663	49,77456	37,62043	25,4663	49,77456
26,91851	14,42	39,41702	26,91851	14,42	39,41702
27,85522	15,40514	40,3053	27,85522	15,40514	40,3053
36,98643	24,82496	49,1479	36,98643	24,82496	49,1479
33,29935	21,06215	45,53656	33,29935	21,06215	45,53656
33,04147	20,79688	45,28607	33,04147	20,79688	45,28607
28,61394	16,20059	41,0273	28,61394	16,20059	41,0273
59,62382	46,70671	72,54094	59,62382	46,70671	72,54094
33,09864	20,85571	45,34157	33,09864	20,85571	45,34157
61,24489	48,19851	74,29127	61,24489	48,19851	74,29127
25,92671	13,37326	38,48016	25,92671	13,37326	38,48016
55,21881	42,60607	67,83155	55,21881	42,60607	67,83155
29,60138	17,23244	41,97032	29,60138	17,23244	41,97032
45,35776	33,15784	57,55768	45,35776	33,15784	57,55768
66,66829	53,12655	80,21003	66,66829	53,12655	80,21003

Рисунок 86

7) Наносимо на графік вибіркові точки, прогноз для них і кінці довірчих інтервалів: **Graphs – 2D Graphs – Scatterplots – Variables: (x - y, Y_REGR, Y_MIN, Y_MAX) – Ok – Advanced – Multiple – Distance Weighted LS – Ok** (рис. 87).

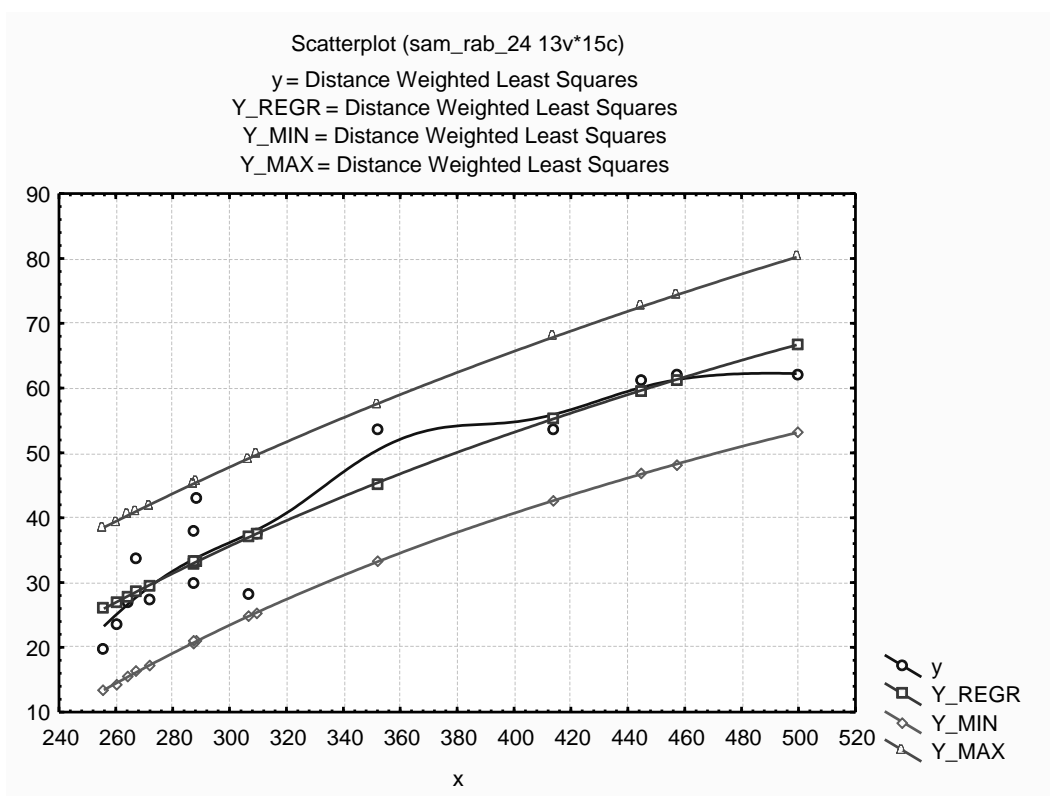


Рисунок 87

Графік можна відкоригувати у вікні stg, клацнувши двічі на потрібному об'єкті. Лінія Y, що апроксимує точки вибірки, не потрібна. Тому у вікні Workbook виділяємо її, клацнув на ній двічі мишею. У вікні, що з'явиться (рис. 88), клацнути кнопку Delete, потім – ОК.

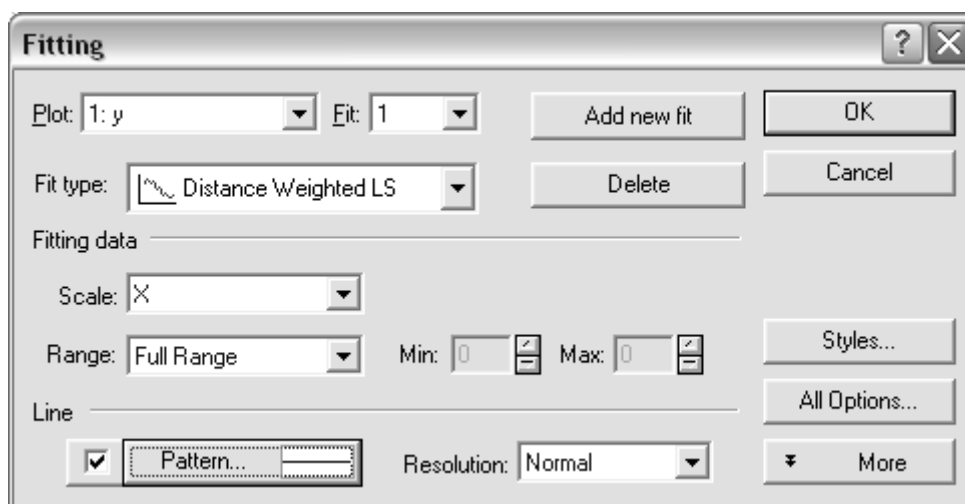


Рисунок 88

Отримали графік довірчої області (рис. 89). Кінці довірчих інтервалів розташовані на лініях Y_MIN і Y_MAX.

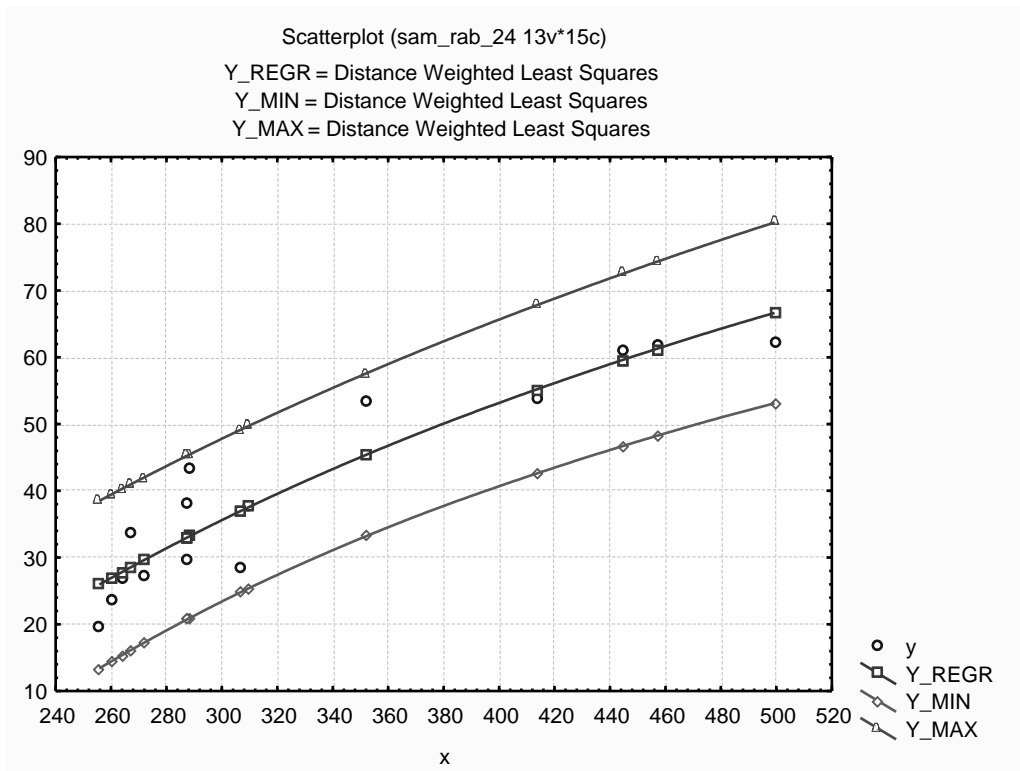


Рисунок 89

8) Обчислимо максимальну відносну похибку прогнозу в точках вибірки.

Для цього доповнюємо таблицю POGR. Максимальну помилку у відсотках розраховуємо за формулою: $POGR = (Y_MAX - Y_REGR) / Y_REGR * 100$ (рис. 90).

14
POGR
32,30727
46,4309
44,69569
32,88091
36,74907
37,05826
43,3822
21,66435
36,98923
21,30199
48,41898
22,84139
41,78501
26,89709
20,31211

Рисунок 90

9) Обчислимо коефіцієнт еластичності в кожній точці вибірки.

Знаходимо формулу для розрахунку коефіцієнта еластичності для моделі: $y = -311,727 + 60,9 \ln x$.

$$E_x = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{x}{-311,727 + 60,9 \ln x} \cdot (-311,727 + 60,9 \ln x)' =$$

$$= \frac{x}{-311,727 + 60,9 \ln x} \cdot \left(\frac{60,9}{x}\right) = \frac{60,9}{-311,727 + 60,9 \ln x}$$

Додаємо стовпець $E_x = \frac{60,9}{Y_REGR}$. Результат – у таблиці (рис. 91).

13 E _x
1,618801
2,262384
2,186305
1,64655
1,828864
1,843138
2,128333
1,021404
1,839955
0,994369
2,348929
1,102885
2,057336
1,342659
0,913478

Рисунок 91

Будуємо графік еластичності: **Graphs – Scatterplots – Variables:** (x - E_x) – **Ok – Advanced – Regular – Distance Weighted LS – Ok** (рис. 92).

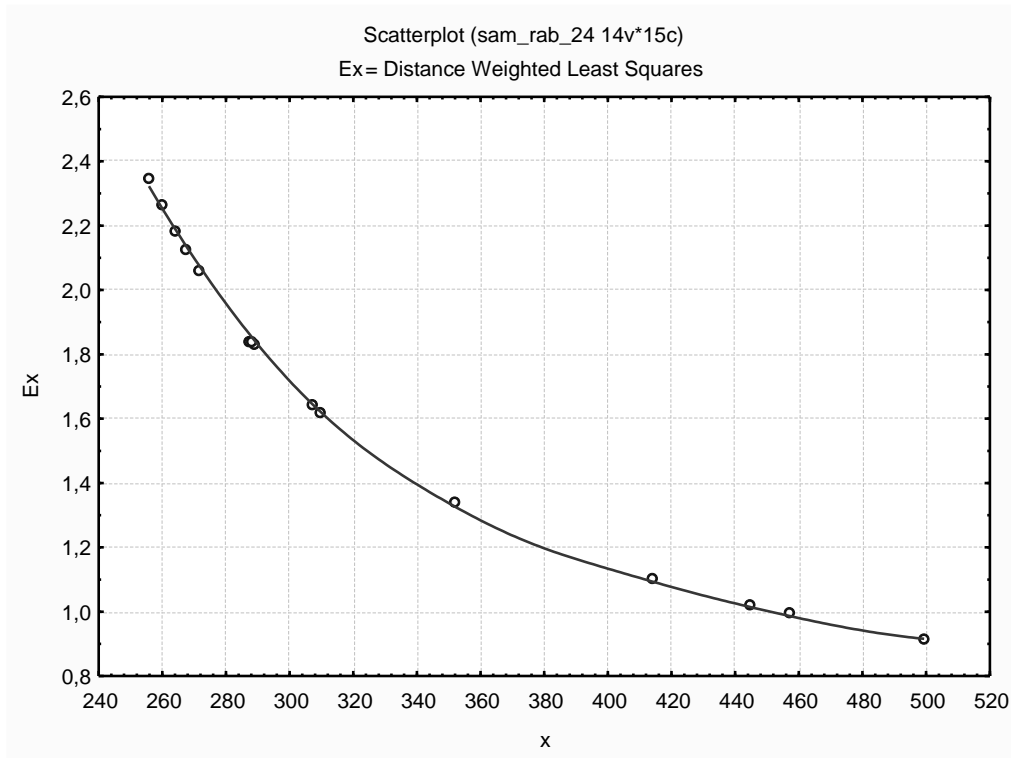


Рисунок 92

8.5 Висновки (для даного прикладу)

1) Для отриманої моделі довірча область майже симетрична щодо лінії регресії.

2) Максимальна відносна погрішність 48,42% відповідає $x = 255,8$, мінімальна відносна погрішність 20,31% відповідає $x = 499,39$.

3) Еластичність моделі позитивна, тобто підвищення рівня фактору x приводить до підвищення відгуку y . Максимальна за модулем еластичність 2,35% у точці $x = 255,8$, мінімальна еластичність 0,91% – у точці $x = 499,39$.

9 ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ 1-5

Варіант 1

Продуктивність праці, фондівдача і рівень рентабельності по плодоовочевих консервних заводах області за рік характеризуються наступними даними (табл. 9).

Таблиця 9

Номер заводу	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Продуктивність праці, грн	Фондовіддача, грн	Рівень рентабельності, %
1	8540	1,24	38,34
2	2911	0,63	44,69
3	6630	1,18	39,4
4	8492	1,12	38,93
5	2901	0,44	46,96
6	5410	1,19	39,48
7	1920	0,48	46,07
8	2569	0,65	43,5
9	3520	0,26	50,11
10	2340	0,75	42,79
11	6921	1,03	40,15
12	7671	0,89	40,44
13	1586	0,16	60,76
14	3223	0,67	42,99
15	7224	0,9	40,69

Варіант 2

Відомі наступні дані (табл. 10) про збитковість виробництва яловичини по КСП адміністративних районів області за рік.

Таблиця 10

Номер району	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Середньодобовий приріст, грн	Собівартість 1 ц, грн	Рівень збитковості, %
1	249	138,99	37,7
2	231	105,86	29,7
3	245	114,19	26,8
4	242	131,73	28,4
5	250	139,86	43,2
6	190	141,52	48
7	283	118,9	33,9
8	273	133,26	29,1
9	290	143,7	29,8
10	150	221,88	66
11	294	102,4	19,6
12	196	149,06	48,8
13	241	135,5	27,4
14	214	178,17	53,6
15	188	229,36	62,1

Варіант 3

Продуктивність праці, фондівдача і рівень рентабельності по плодоконсервних заводах області за рік характеризуються наступними даними (табл. 11).

Таблиця 11

Номер заводу	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Фондовіддача, грн	Продуктивність праці, грн	Рівень рентабельності, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	1,12	7343	20,1
2	1,05	3991	20
3	0,99	5760	18
4	0,7	3000	11,7
5	0,98	5241	17,9
6	1,04	4500	16,8
7	1,03	4300	15,6
8	1,35	7500	24,3
9	1,03	6743	18,1
10	0,89	5234	17,8
11	0,78	2500	13
12	0,87	3930	14,2
13	1,43	7433	24,2
14	1,03	6980	20
15	1,05	6740	19,3

Варіант 4

Продуктивність праці, фондівдача і рівень рентабельності по хлібозаводах області за рік характеризуються наступними даними (табл. 12).

Таблиця 12

Номер заводу	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Фондовіддача, грн	Продуктивність праці з розрахунку на 1 працівника, грн	Рівень рентабельності, %
1	2	3	4
1	33,4	3447	14,3
2	29,1	3710	14,7
3	25,3	2827	11,9
4	27,1	2933	12,1
5	43,3	5428	22,3

Продовження таблиці 12

1	2	3	4
6	47,2	5001	23,1
7	49,3	6432	24,3
8	35,7	4743	18,3
9	45,8	7321	27,6
10	52,4	6432	25,3
11	42,1	6003	25,1
12	40,1	5342	20,2
13	33,3	4341	15,7
14	41,2	5040	19,9
15	39,7	4493	17,2

Варіант 5

У таблиці 13 наведені дані про питому вагу робітників із спеціальною технічною підготовкою, питому вагу механізованих робіт і продуктивність праці по плодоовочевих заводах області за рік.

Таблиця 13

Номер заводу	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Питома вага робітників з технічною підготовкою, %	Питома вага механізованих робіт, %	Продуктивність праці, грн
1	64	84	4300
2	61	83	4150
3	49	68	3000
4	52	67	3300
5	53	69	3300
6	54	78	4300
7	57	77	4280
8	61	81	4100
9	56	77	3700
10	52	72	3500
11	60	74	4000
12	59	85	4450
13	63	83	4270
14	50	70	3300
15	65	81	4500

Варіант 6

У таблиці 14 наведені дані про відносний рівень витрат обігу, продуктивність праці і рівень рентабельності по магазинах промислових товарів за рік.

Таблиця 14

Номер магазину	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Відносний рівень витрат обігу, %	Продуктивність праці, грн	Рівень рентабельності, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	9,17	14789	6,9
2	6,5	21100	11,1
3	6,81	19343	10,2
4	7,89	17646	8,9
5	7,01	18172	8,3
6	8,91	17477	7,8
7	6,17	22110	13,1
8	10,11	14331	4,9
9	5,98	24111	13,3
10	6,1	19393	10,7
11	5,9	25445	13,4
12	6,13	19378	10,8
13	9,01	13137	4,7
14	10,41	13177	3,9
15	8,13	17010	7,6

Варіант 7

У таблиці 15 наведені дані про рівень технічної підготовки робітників, стаж їх роботи і рівень заробітної платні по цукрових заводах області за рік.

Таблиця 15

Номер заводу	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Питома вага робітників з технічною підготовкою, %	Питома вага робітників із стажем понад 10 років, %	Заробітна плата за місяць, грн
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	35	37	152,2
2	33	40	180,33
3	37	43	204,2

Продовження таблиці 15

1	2	3	4
4	39	57	229,95
5	37	42	204,37
6	41	42	199,8
7	49	44	220,11
8	38	48	218,33
9	58	67	263,3
10	43	49	222,72
11	56	63	239,39
12	47	46	217,01
13	44	47	223,4
14	55	62	237,87
15	54	62	234,2

Варіант 8

Продуктивність праці, фондівдача і рівень рентабельності по плодоконсервних заводах області за рік характеризуються наступними даними (табл. 16).

Таблиця 16

Номер заводу	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Фондовіддача, грн	Продуктивність праці, грн	Рівень рентабельності, %
1	5,46	3842,9	37,6
2	5,53	3457,7	37,9
3	7,05	3066,4	32,1
4	7,29	3011,9	32,1
5	7,4	3013,3	31,9
6	7,1	3164,3	33,4
7	6,25	3289,1	31,3
8	8,64	4320,3	39,3
9	5,18	2829,3	29,8
10	1,81	2562,2	20
11	2,3	2402,6	25,5
12	5,53	3636,7	37,6
13	2,22	2227,8	20,3
14	3,54	2725,8	29,1
15	3,23	2710,8	27,7

Варіант 9

У таблиці 17 наведені дані про питому вагу рілля, лугів і пасовищ в сільськогосподарських угіддях і рівень збитковості продукції тваринництва по районах області за рік.

Таблиця 17

Номер району	Фактор X₁	Фактор X₂	Показник Y
	Питома вага рілля в сільськогосподарських угіддях, %	Питома вага лугів і пасовищ, %	Рівень збитковості продукції тваринництва, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	80	20	20
2	87,2	12,8	37,5
3	90,8	9,2	43,4
4	94,7	11,3	45,6
5	81,4	18,6	23,4
6	79,2	10,8	25
7	71,3	28,7	17,2
8	86,2	13,8	33,3
9	71,4	28,6	15
10	77,7	22,9	18,7
11	75,4	14	24,8
12	77,9	13	34,5
13	87,2	12,8	33,1
14	68,1	25	19,2
15	86,2	13,8	31,8

Варіант 10

У таблиці 18 наведені дані про питому вагу в товарообігу споживацької кооперації продукції власного виробництва, питому вагу переробленої продукції і рівень рентабельності підприємств області за рік.

Таблиця 18

Номер підприємства	Фактор X₁	Фактор X₂	Показник Y
	Питома вага продукції власного виробництва, %	Питома вага переробленої продукції, %	Рівень рентабельності, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	25,2	20,5	11,8
2	58,2	28,4	19,8
3	42,2	20,4	14,8
4	46,8	29,1	19,4

Продовження таблиці 18

1	2	3	4
5	60,5	30,9	21,4
6	66,1	31,4	20,4
7	26,5	24,1	15,4
8	59,9	28,1	20,7
9	43,2	24,6	16,4
10	47,8	25,7	18,4
11	61,8	28,7	19,7
12	68,1	32,4	22,4
13	32	20,1	13,7
14	60,2	27,1	22,4
15	44,2	23,4	16,7

Варіант 11

Продуктивність праці, фондівдача і рівень рентабельності по м'ясокомбінатах області за рік характеризуються наступними даними (табл. 19).

Таблиця 19

Номер заводу	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Фондовіддача, грн	Продуктивність праці, грн	Рівень рентабельності, %
1	1,25	5396	9,2
2	2,32	10583	13,7
3	1,71	8675	11,3
4	1,64	7392	10
5	1,38	3088	6,1
6	1,18	5138	9,1
7	1,44	5867	9,8
8	1,17	4154	6,4
9	1,72	13182	14,2
10	2,21	12351	13,8
11	1,64	13000	13,2
12	1,73	9519	11,4
13	1,17	4286	8,1
14	1,39	5000	9
15	2,07	7419	11,1

Варіант 12

Збитковість вирощування овочів в сільськогосподарських підприємствах і рівні факторів (збір овочів з 1 га і собівартість 1 ц), її формувальних, характеризуються наступними даними за рік (табл. 20).

Таблиця 20

Номер району	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Збір овочів з 1га, ц	Собівартість 1 ц, грн	Рівень збитковості, %
1	2	3	4
1	52,8	31,84	31,4
2	72,6	32,3	30,9
3	50,4	32,21	37,1
4	33,4	48,95	45,7
5	31,5	42,48	57,7
6	54,6	35,38	46,7
7	54,3	29,11	33,3
8	36,6	67,06	63,8
9	15,6	65,52	68,8
10	73,2	21,26	29,8
11	65,9	31,29	39,4
12	44,6	33,63	46,2
13	23,7	73,35	68,8
14	64,6	40,12	34
15	25,6	43,63	47,6

Варіант 13

Збитковість вирощування овочів в сільськогосподарських підприємствах і рівні факторів (збір овочів з 1 га, ц, і витрати праці, людино-годин на 1 ц), її формувальних характеризуються наступними даними за рік (табл. 21).

Таблиця 21

Номер району	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Збір овочів з 1га, ц	Витрати праці на 1 ц, люд-год	Рівень збитковості, %
1	2	3	4
1	93,2	2,3	8,8
2	65,9	26,8	39,4
3	44,6	22,8	26,2
4	18,7	56,6	78,8
5	64,6	16,4	34
6	25,6	26,5	47,6
7	47,2	26	43,7
8	48,2	12,4	23,6
9	64,1	10	19,9

Продовження таблиці 21

1	2	3	4
10	30,3	41,7	50
11	28,4	47,9	63,1
12	47,8	32,4	44,2
13	101,3	20,2	11,2
14	31,4	39,6	52,8
15	67,6	18,4	20,2

Варіант 14

Збитковість вирощування овочів в сільськогосподарських підприємствах і рівні факторів, її формувальних, характеризуються наступними даними за рік (табл. 22).

Таблиця 22

Номер району	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Збір овочів з 1га, ц	Собівартість 1 ц, грн	Рівень збитковості, %
1	52,8	31,84	31,4
2	72,6	32,3	20,9
3	50,4	32,21	37,1
4	33,4	48,95	45,7
5	31,5	42,48	57,7
6	54,6	35,38	46,7
7	54,3	29,11	33,3
8	36,6	67,06	63,8
9	15,6	65,52	68,8
10	73,2	21,26	12,8
11	65,9	31,29	39,4
12	44,6	33,63	26,2
13	23,7	73,35	68,8
14	64,6	40,12	34
15	25,6	43,63	47,6

Варіант 15

Рівень збитковості вирощування овочів в сільськогосподарських підприємствах і факторів, які її формують, характеризуються наступними даними за рік (табл. 23).

Таблиця 23

Номер району	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Собівартість 1 ц, грн	Збір овочів з 1 га, ц	Рівень збитковості, %
1	2	3	4
1	21,26	73,2	10,8
2	31,29	65,9	29,4
3	33,63	44,6	26,2
4	73,35	23,7	68,8
5	40,12	64,6	31,1
6	43,63	25,6	47,6
7	32,2	47,2	43,7
8	49,85	38,2	43,6
9	39,02	64,1	25,9
10	41,7	30,3	50
11	49,53	28,4	43,1
12	38	47,8	34,2
13	17,14	101,3	8,2
14	44,17	41,4	52,8
15	31,4	67,6	20,2

Варіант 16

Збитковість вирощування овочів в сільськогосподарських підприємствах і рівні чинників, її формувальних, характеризуються наступними даними за рік (табл. 24).

Таблиця 24

Номер району	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Собівартість 1 ц, грн	Витрати на 1 га посівів, грн	Рівень збитковості, %
1	2	3	4
1	31,84	1549	31,4
2	32,3	1694	40,9
3	32,21	1807	47,1
4	48,95	1615	45,7
5	52,48	1926	57,7
6	35,38	1542	46,7
7	20,11	1309	13,3
8	67,06	2093	63,8
9	63,52	1836	58,8

Продовження таблиці 24

1	2	3	4
10	21,26	1449	22,8
11	31,29	1601	39,4
12	23,63	1560	26,2
13	73,35	2213	68,8
14	40,12	2028	63
15	65,52	2136	68,8

Варіант 17

Рівень рентабельності і показники господарської діяльності торгових підприємств характеризуються наступними даними за рік (табл. 25).

Таблиця 25

Номер підприємства	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Товарообіг на душу населення, грн	Відносний рівень витрат обігу, %	Рівень рентабельності, %
1	27	17,2	3,62
2	29	20,74	2,02
3	24	17,73	2,77
4	21	21,2	2,01
5	33	16,56	4,33
6	28	17,01	4,01
7	23	19,77	2,12
8	28	17,1	3,73
9	30	16,35	3,92
10	25	18,34	2,87
11	22	22,2	2,11
12	34	16,06	4,39
13	31	16,1	4,11
14	22	18,7	2,13
15	29	17,4	3,2

Варіант 18

Збитковість вирощування овочів у сільськогосподарських підприємствах і рівні факторів, її формувальних, характеризуються наступними даними за рік (табл. 26).

Таблиця 26

Номер району	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Собівартість 1 ц, грн	Ціна реалізації 1 ц, грн	Рівень збитковості, %
1	2	3	4
1	31,84	21,83	31,4
2	32,3	19,09	40,9
3	32,21	20,26	37,1
4	48,95	20,57	45,7
5	42,48	17,96	57,7
6	35,38	15,32	46,7
7	29,11	29,19	13,3
8	67,06	11,26	63,8
9	65,52	10,47	68,8
10	21,26	29,67	12,8
11	31,29	18,95	39,4
12	33,63	24,81	26,2
13	73,35	12,92	68,8
14	40,12	26,49	34
15	43,63	22,83	47,6

Варіант 19

У таблиці 27 наведені дані про питому вагу робітників із спеціальною технічною підготовкою, питому вагу механізованих робіт і продуктивність праці по плодоовочевих заводах області за рік.

Таблиця 27

Номер заводу	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Питома вага робітників з технічною підготовкою, %	Питома вага механізованих робіт, %	Продуктивність праці, грн
1	2	3	4
1	52	67	3300
2	65	81	4500
3	49	68	3000
4	64	84	4300
5	53	69	3300
6	50	70	3300

Продовження таблиці 27

1	2	3	4
7	57	77	4280
8	61	81	4100
9	56	77	3700
10	52	72	3500
11	60	74	4000
12	59	85	4450
13	63	83	4270
14	54	78	4300
15	61	83	4150

Варіант 20

У таблиці 28 наведені дані про відносний рівень витрат обігу, продуктивність праці і рівень рентабельності по магазинах промислових товарів за рік.

Таблиця 28

Номер магазину	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Відносний рівень витрат обігу, %	Продуктивність праці, грн	Рівень рентабельності, %
1	7,89	17646	8,9
2	10,41	13177	3,9
3	6,81	19343	10,2
4	9,17	14789	6,9
5	7,01	18172	8,3
6	8,91	17477	7,8
7	6,17	22110	13,1
8	10,11	14331	4,9
9	5,98	24111	13,3
10	6,1	19393	10,7
11	5,9	25445	13,4
12	8,13	17010	7,6
13	9,01	13137	4,7
14	6,5	21100	11,1
15	6,13	19378	10,8

Варіант 21

Відомі наступні дані про збитковість виробництва яловичини по КСП адміністративних районів області за рік (табл. 29).

Таблиця 29

Номер району	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Середньодобовий приріст, грн	Собівартість 1 ц, грн	Рівень збитковості, %
1	249	138,99	37,7
2	231	105,86	29,7
3	245	114,19	26,8
4	242	131,73	28,4
5	250	139,86	43,2
6	190	141,52	48
7	283	118,9	33,9
8	273	133,26	29,1
9	290	143,7	29,8
10	150	221,88	66
11	294	102,4	19,6
12	196	149,06	48,8
13	241	135,5	27,4
14	214	178,17	53,6
15	188	229,36	62,1

Варіант 22

Продуктивність праці, фондівдача і рівень рентабельності по плодоконсервних заводах області за рік характеризуються наступними даними (табл. 30).

Таблиця 30

Номер заводу	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Фондовіддача, грн	Продуктивність праці, грн	Рівень рентабельності, %
1	1,12	7343	20,1
2	1,05	3991	20
3	0,99	5760	18
4	0,7	3000	11,7
5	0,98	5241	17,9
6	1,04	4500	16,8
7	1,03	4300	15,6
8	1,35	7500	24,3
9	1,03	6743	18,1
10	0,89	5234	17,8
11	0,78	2500	13
12	0,87	3930	14,2
13	1,43	7433	24,2
14	1,03	6980	20
15	1,05	6740	19,3

Варіант 23

Продуктивність праці, фондівдача і рівень рентабельності по плодоконсервних заводах області за рік характеризуються наступними даними (табл. 31).

Таблиця 31

Номер заводу	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Фондовіддача, грн	Продуктивність праці, грн	Рівень рентабельності, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	5,46	3842,9	37,6
2	5,53	3457,7	37,9
3	7,05	3066,4	32,1
4	7,29	3011,9	32,1
5	7,4	3013,3	31,9
6	7,1	3164,3	33,4
7	6,25	3289,1	31,3
8	8,64	4320,3	39,3
9	5,18	2829,3	29,8
10	1,81	2562,2	20
11	2,3	2402,6	25,5
12	5,53	3636,7	37,6
13	2,22	2227,8	20,3
14	3,54	2725,8	29,1
15	3,23	2710,8	27,7

Варіант 24

Продуктивність праці, фондівдача і рівень рентабельності по м'ясокомбінатах області за рік характеризуються наступними даними (табл. 32).

Таблиця 32

Номер заводу	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Фондовіддача, грн	Продуктивність праці, грн	Рівень рентабельності, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	1,25	5396	9,2
2	2,32	10583	13,7
3	1,71	8675	11,3
4	1,64	7392	10

Продовження таблиці 32

1	2	3	4
5	1,38	3088	6,1
6	1,18	5138	9,1
7	1,44	5867	9,8
8	1,17	4154	6,4
9	1,72	13182	14,2
10	2,21	12351	13,8
11	1,64	13000	13,2
12	1,73	9519	11,4
13	1,17	4286	8,1
14	1,39	5000	9
15	2,07	7419	11,1

Варіант 25

Збитковість вирощування овочів в сільськогосподарських підприємствах і рівні факторів (збір овочів з 1 га, ц; витрати праці, людино-годин на 1 ц), її формувальних, характеризуються наступними даними за рік (табл. 33).

Таблиця 33

Номер району	Фактор X ₁	Фактор X ₂	Показник Y
	Збір овочів з 1га, ц	Витрати праці на 1 ц, люд-год	Рівень збитковості,%
1	93,2	2,3	8,8
2	65,9	26,8	39,4
3	44,6	22,8	26,2
4	18,7	56,6	78,8
5	64,6	16,4	34
6	25,6	26,5	47,6
7	47,2	26	43,7
8	48,2	12,4	23,6
9	64,1	10	19,9
10	30,3	41,7	50
11	28,4	47,9	63,1
12	47,8	32,4	44,2
13	101,3	20,2	11,2
14	31,4	39,6	52,8
15	67,6	18,4	20,2

10 ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ 6

Варіант 1

Попит на бензин (січень 1990 – січень 1995 р.), тис. т/міс.

Таблиця 34

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	112	16	135	31	199	46	191
2	118	17	125	32	199	47	172
3	132	18	149	33	184	48	194
4	129	19	170	34	162	49	196
5	121	20	170	35	146	50	196
6	135	21	158	36	166	51	236
7	148	22	133	37	171	52	235
8	148	23	114	38	180	53	229
9	136	24	140	39	193	54	243
10	119	25	145	40	181	55	264
11	104	26	150	41	183	56	272
12	118	27	178	42	218	57	237
13	115	28	163	43	230	58	211
14	126	29	172	44	242	59	180
15	141	30	178	45	209	60	201
						61	204

Варіант 2

Витрата електроенергії (січень 1995 – січень 2000р.), тис.кВт/год.

Таблиця 35

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	148	16	133	31	171	46	235
2	148	17	114	32	180	47	229
3	136	18	140	33	193	48	243
4	119	19	145	34	181	49	264
5	104	20	150	35	183	50	272
6	118	21	178	36	218	51	237
7	115	22	163	37	230	52	211
8	126	23	172	38	242	53	180
9	141	24	178	39	209	54	201
10	135	25	199	40	191	55	204
11	125	26	199	41	172	56	188
12	148	27	184	42	194	57	235
13	170	28	162	43	196	58	227
14	170	29	145	44	196	59	234
15	158	30	166	45	236	60	264
						61	302

Варіант 3

Попит на карамель (серпень 1995 – серпень 2000 р.), т/міс.

Таблиця 36

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	118	16	178	31	218	46	273
2	115	17	163	32	230	47	211
3	126	18	172	33	242	48	180
4	141	19	178	34	209	49	201
5	135	20	199	35	191	50	204
6	125	21	199	36	172	51	188
7	149	22	184	37	194	52	235
8	170	23	162	38	196	53	227
9	170	24	146	39	196	54	234
10	158	25	166	40	236	55	264
11	133	26	171	41	235	56	302
12	114	27	180	42	229	57	293
13	140	28	193	43	243	58	259
14	145	29	181	44	264	59	229
15	150	30	183	45	272	60	203
						61	229

Варіант 4

Обсяг залізничних перевезень (січень 1995 – січень 2000 р.), млн.т/міс.

Таблиця 37

№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг
1	278	16	356	31	435	46	463
2	284	17	348	32	491	47	407
3	277	18	355	33	505	48	362
4	317	19	422	34	404	49	405
5	313	20	465	35	359	50	417
6	318	21	467	36	310	51	391
7	374	22	404	37	337	52	419
8	413	23	347	38	360	53	461
9	405	24	305	39	342	54	472
10	355	25	336	40	406	55	535
11	306	26	340	41	396	56	622
12	271	27	318	42	420	57	606
13	306	28	362	43	472	58	508
14	315	29	348	44	548	59	461
15	301	30	363	45	559	60	390
						61	432

Варіант 5

Витрата газу в котельні (листопад 1995 – листопад 2000 р.), тис.м³/міс.

Таблиця 38

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	274	16	315	31	348	46	548
2	237	17	301	32	363	47	559
3	278	18	356	33	435	48	463
4	284	19	348	34	491	49	407
5	277	20	355	35	505	50	362
6	317	21	422	36	404	51	405
7	313	22	465	37	359	52	417
8	318	23	467	38	310	53	391
9	374	24	404	39	337	54	419
10	413	25	347	40	360	55	461
11	405	26	305	41	342	56	472
12	355	27	336	42	406	57	535
13	306	28	340	43	396	58	622
14	271	29	318	44	420	59	606
15	306	30	362	45	472	60	508
						61	461

Варіант 6

Обсяг автомобільних перевезень між двома містами (травень 1995 – травень 2000р.), т*км/міс.

Таблиця 39

№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг
1	270	16	405	31	305	46	342
2	315	17	355	32	336	47	406
3	364	18	306	33	340	48	396
4	347	19	271	34	318	49	420
5	312	20	306	35	362	50	472
6	274	21	315	36	348	51	548
7	237	22	301	37	363	52	559
8	278	23	356	38	435	53	463
9	284	24	348	39	491	54	407
10	277	25	355	40	505	55	362
11	317	26	422	41	404	56	405
12	313	27	465	42	359	57	417
13	318	28	467	43	310	58	391
14	374	29	404	44	337	59	419
15	413	30	347	45	360	60	461
						61	472

Варіант 7

Виробництво молока молочними фермами області (липень 1992 – липень 1997р.), т/міс.

Таблиця 40

№ п/п	Вироб-ництво	№ п/п	Вироб-ництво	№ п/п	Вироб-ництво	№ п/п	Вироб-ництво
1	302	16	274	31	315	46	348
2	293	17	237	32	301	47	363
3	259	18	278	33	356	48	435
4	229	19	284	34	348	49	491
5	203	20	277	35	355	50	505
6	229	21	317	36	422	51	404
7	242	22	313	37	465	52	359
8	233	23	318	38	467	53	310
9	267	24	374	39	404	54	337
10	269	25	413	40	347	55	360
11	270	26	405	41	305	56	342
12	315	27	355	42	336	57	406
13	364	28	306	43	340	58	396
14	347	29	271	44	318	59	420
15	312	30	306	45	362	60	472
						61	548

Варіант 8

Витрати на будівництво і модернізацію автодорожніх об'єктів (січень 1995 – січень 2000р.), тис.грн/міс.

Таблиця 41

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	229	16	317	31	422	46	404
2	242	17	313	32	465	47	359
3	233	18	318	33	467	48	310
4	267	19	374	34	404	49	337
5	269	20	413	35	347	50	360
6	270	21	405	36	305	51	342
7	315	22	355	37	336	52	406
8	364	23	306	38	340	53	396
9	347	24	271	39	318	54	420
10	312	25	306	40	362	55	472
11	274	26	315	41	348	56	548
12	237	27	301	42	363	57	559
13	278	28	356	43	435	58	463
14	284	29	348	44	491	59	407
15	277	30	355	45	505	60	362
						61	405

Варіант 9

Замовлення на цеглу (серпень 1995 – серпень 2000 р.), млн шт./міс.

Таблиця 42

№ п/п	Замовлення	№ п/п	Замовлення	№ п/п	Замовлення	№ п/п	Замовлення
1	293	16	237	31	301	46	363
2	259	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	447	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	447	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Варіант 10

Попит на лісоматеріали (січень 1995 – січень 2000р.), тис.м³/міс.

Таблиця 43

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	204	16	269	31	412	46	347
2	188	17	270	32	405	47	305
3	235	18	315	33	355	48	336
4	227	19	364	34	306	49	340
5	234	20	347	35	271	50	318
6	264	21	312	36	306	51	362
7	302	22	274	37	315	52	348
8	293	23	237	38	301	53	363
9	259	24	278	39	256	54	435
10	229	25	284	40	348	55	491
11	203	26	277	41	355	56	505
12	229	27	317	42	422	57	404
13	242	28	313	43	465	58	359
14	233	29	318	44	467	59	310
15	267	30	374	45	404	60	337
						61	360

Варіант 11

Споживання газу в місті (серпень 1994 – серпень 1999 р.), тис. м³/міс.

Таблиця 44

№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання
1	293	16	273	31	301	46	363
2	259	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	347	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	347	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Варіант 12

Попит на телевізійний кабель (травень 1995 – травень 2000р.), тис.м/міс.

Таблиця 45

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	229	16	293	31	237	46	301
2	243	17	259	32	278	47	356
3	264	18	229	33	284	48	348
4	272	19	203	34	277	49	355
5	237	20	229	35	317	50	422
6	211	21	242	36	313	51	465
7	180	22	233	37	318	52	467
8	201	23	267	38	374	53	404
9	204	24	269	39	413	54	347
10	188	25	270	40	405	55	305
11	235	26	315	41	355	56	336
12	227	27	364	42	306	57	340
13	234	28	347	43	271	58	318
14	264	29	312	44	306	59	362
15	302	30	274	45	315	60	348
						61	363

Варіант 13

Попит на мазут (січень 1995 – січень 2000 р.), тис. т/міс.

Таблиця 46

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	196	16	227	31	364	46	306
2	196	17	234	32	347	47	271
3	236	18	264	33	312	48	306
4	235	19	302	34	274	49	315
5	229	20	293	35	237	50	301
6	243	21	259	36	278	51	356
7	264	22	229	37	284	52	348
8	272	23	203	38	277	53	355
9	237	24	229	39	317	54	422
10	211	25	242	40	313	55	465
11	180	26	233	41	318	56	467
12	201	27	267	42	374	57	404
13	204	28	269	43	413	58	347
14	188	29	270	44	405	59	305
15	235	30	315	45	355	60	336
						61	340

Варіант 14

Попит на цукор (липень 1994 – липень 1999р.), тис.т/міс.

Таблиця 47

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	264	16	229	31	284	46	348
2	272	17	203	32	277	47	355
3	237	18	229	33	317	48	422
4	211	19	242	34	313	49	465
5	180	20	233	35	318	50	467
6	201	21	267	36	374	51	404
7	204	22	269	37	413	52	347
8	188	23	270	38	405	53	305
9	235	24	315	39	355	54	336
10	227	25	364	40	306	55	340
11	234	26	347	41	271	56	318
12	264	27	312	42	306	57	362
13	302	28	274	43	315	58	348
14	293	29	237	44	301	59	363
15	259	30	278	45	356	60	435
						61	491

Варіант 15

Попит на солярку (січень 1995 – січень 2000 р.), тис. т/міс.

Таблиця 48

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	113	16	135	31	199	46	191
2	119	17	125	32	199	47	172
3	133	18	149	33	184	48	194
4	130	19	170	34	162	49	196
5	121	20	170	35	146	50	196
6	135	21	158	36	166	51	236
7	148	22	133	37	171	52	235
8	148	23	114	38	180	53	229
9	136	24	140	39	193	54	243
10	119	25	145	40	181	55	264
11	104	26	150	41	183	56	272
12	118	27	178	42	218	57	237
13	115	28	163	43	230	58	211
14	126	29	172	44	242	59	180
15	141	30	178	45	209	60	201
						61	204

Варіант 16

Витрата електроенергії (січень 1996 – січень 2001р.), тис.кВт/год.

Таблиця 49

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	149	16	133	31	171	46	235
2	148	17	114	32	180	47	229
3	137	18	140	33	193	48	243
4	120	19	145	34	181	49	264
5	104	20	150	35	183	50	272
6	118	21	178	36	218	51	237
7	115	22	163	37	230	52	211
8	126	23	172	38	242	53	180
9	141	24	178	39	209	54	201
10	135	25	199	40	191	55	204
11	125	26	199	41	172	56	188
12	148	27	184	42	194	57	235
13	170	28	162	43	196	58	227
14	170	29	145	44	196	59	234
15	158	30	166	45	236	60	264
						61	302

Варіант 17

Попит на цукор (серпень 1995 – серпень 2000 р.), т/міс.

Таблиця 50

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	118	16	178	31	218	46	273
2	115	17	163	32	230	47	211
3	126	18	172	33	242	48	180
4	141	19	178	34	209	49	201
5	135	20	199	35	191	50	204
6	125	21	199	36	172	51	188
7	149	22	184	37	194	52	235
8	170	23	162	38	196	53	227
9	170	24	146	39	196	54	234
10	158	25	166	40	236	55	264
11	133	26	171	41	235	56	302
12	114	27	180	42	229	57	293
13	140	28	193	43	243	58	259
14	145	29	181	44	264	59	229
15	150	30	183	45	272	60	203
						61	229

Варіант 18

Обсяг залізничних перевезень (січень 1996 – січень 2001 р.), млн т/міс.

Таблиця 51

№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг
1	279	16	356	31	435	46	463
2	285	17	348	32	491	47	407
3	278	18	355	33	505	48	362
4	316	19	422	34	404	49	405
5	313	20	465	35	359	50	417
6	318	21	467	36	310	51	391
7	374	22	404	37	337	52	419
8	413	23	347	38	360	53	461
9	405	24	305	39	342	54	472
10	355	25	336	40	406	55	535
11	306	26	340	41	396	56	622
12	271	27	318	42	420	57	606
13	306	28	362	43	472	58	508
14	315	29	348	44	548	59	461
15	301	30	363	45	559	60	390
						61	432

Варіант 19Витрата газу в котельні (листопад 1996 – листопад 2001 р.), тис.м³/міс.

Таблиця 52

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	273	16	315	31	348	46	548
2	236	17	301	32	363	47	559
3	279	18	356	33	435	48	463
4	285	19	348	34	491	49	407
5	277	20	355	35	505	50	362
6	317	21	422	36	404	51	405
7	313	22	465	37	359	52	417
8	318	23	467	38	310	53	391
9	374	24	404	39	337	54	419
10	413	25	347	40	360	55	461
11	405	26	305	41	342	56	472
12	355	27	336	42	406	57	535
13	306	28	340	43	396	58	622
14	271	29	318	44	420	59	606
15	306	30	362	45	472	60	508
						61	461

Варіант 20

Обсяг автомобільних перевезень між двома містами (травень 1996 – травень 2001р.), т·км/міс.

Таблиця 53

№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг
1	271	16	405	31	305	46	342
2	316	17	355	32	336	47	406
3	365	18	306	33	340	48	396
4	348	19	271	34	318	49	420
5	312	20	306	35	362	50	472
6	274	21	315	36	348	51	548
7	237	22	301	37	363	52	559
8	278	23	356	38	435	53	463
9	284	24	348	39	491	54	407
10	277	25	355	40	505	55	362
11	317	26	422	41	404	56	405
12	313	27	465	42	359	57	417
13	318	28	467	43	310	58	391
14	374	29	404	44	337	59	419
15	413	30	347	45	360	60	461
						61	472

Варіант 21

Виробництво молока молочними фермами області (липень 1995 – липень 2000 р.), т/міс.

Таблиця 54

№ п/п	Виробництво	№ п/п	Виробництво	№ п/п	Виробництво	№ п/п	Виробництво
1	300	16	274	31	315	46	348
2	295	17	237	32	301	47	363
3	258	18	278	33	356	48	435
4	229	19	284	34	348	49	491
5	203	20	277	35	355	50	505
6	229	21	317	36	422	51	404
7	242	22	313	37	465	52	359
8	233	23	318	38	467	53	310
9	267	24	374	39	404	54	337
10	269	25	413	40	347	55	360
11	270	26	405	41	305	56	342
12	315	27	355	42	336	57	406
13	364	28	306	43	340	58	396
14	347	29	271	44	318	59	420
15	312	30	306	45	362	60	472
						61	548

Варіант 22

Витрати на будівництво і модернізацію автодорожніх об'єктів (березень 1996 – березень 2001р.), тис.грн/міс.

Таблиця 55

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	228	16	317	31	422	46	404
2	241	17	313	32	465	47	359
3	235	18	318	33	467	48	310
4	267	19	374	34	404	49	337
5	269	20	413	35	347	50	360
6	270	21	405	36	305	51	342
7	315	22	355	37	336	52	406
8	364	23	306	38	340	53	396
9	347	24	271	39	318	54	420
10	312	25	306	40	362	55	472
11	274	26	315	41	348	56	548
12	237	27	301	42	363	57	559
13	278	28	356	43	435	58	463
14	284	29	348	44	491	59	407
15	277	30	355	45	505	60	362
						61	405

Варіант 23

Замовлення на цеглу (липень 1995 – липень 2000 р.), млн шт./міс.

Таблиця 56

№ п/п	Замовлення	№ п/п	Замовлення	№ п/п	Замовлення	№ п/п	Замовлення
1	292	16	237	31	301	46	363
2	260	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	447	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	447	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Варіант 24

Попит на лісоматеріали (лютий 1995 – лютий 2000р.), тис.м³/міс.

Таблиця 57

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	205	16	269	31	412	46	347
2	189	17	270	32	405	47	305
3	235	18	315	33	355	48	336
4	227	19	364	34	306	49	340
5	234	20	347	35	271	50	318
6	264	21	312	36	306	51	362
7	302	22	274	37	315	52	348
8	293	23	237	38	301	53	363
9	259	24	278	39	256	54	435
10	229	25	284	40	348	55	491
11	203	26	277	41	355	56	505
12	229	27	317	42	422	57	404
13	242	28	313	43	465	58	359
14	233	29	318	44	467	59	310
15	267	30	374	45	404	60	337
						61	360

Варіант 25

Споживання газу в місті (вересень 1995 – вересень 2000р.), тис. м³/міс.

Таблиця 58

№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання
1	292	16	273	31	301	46	363
2	260	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	347	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	347	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

ЛІТЕРАТУРА

- 1 Лук'яненко І. Економетрика/ І.Лук'яненко, Л.Краснікова. – Київ: Знання, 1998. – 493с.
- 2 Лук'яненко І. Економетрика: Практикум/ І.Лук'яненко, Л.Краснікова. – Київ: Знання, 1998. – 217с.
- 3 Боровиков В.П. STATISTICA/ В.П.Боровиков, И.П.Боровиков – М.: Информационно-издательский дом “Филинь”, 1997. – 592с.
- 4 Доугерти К. Введение в эконометрику. – М.: Инфра-М, 2001. – 402с.
- 5 Эконометрика. Начальный курс: Ученик/ Я.Р.Магнус, П.К.Катышев, А.А.Пересецкий. – 4-е изд. – М.: Дело, 2000. – 400 с.

Навчальне видання

**ТОПТУНОВА Людмила Михайлівна
ВАСИЛЬЄВА Людмила Володимирівна
КЛЬОВАНІК Олена Анатоліївна**

**Дослідження однофакторної і багатфакторної
регресій, аналіз часових рядів у системі STATISTICA6**
Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей
вищих навчальних закладів

Редактор І.І.Дьякова

Комп'ютерна верстка О.П.Ордіна

35/2006. Підп. до друку 29.05.08. Формат 60x84/16.
Папір офсетний. Ум. друк. арк. 6,98. Обл.-вид. арк. 5,71.
Тираж 100 прим. Зам. № 113.

Видавець і виготівник
«Донбаська державна машинобудівна академія»

84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
серія ДК № 1633 від 24.12.2003