Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

**І. С. Алієв**

# ЕНЕРГЕТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРОЦЕСІВ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ

**Навчальний посібник**

**для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти за спеціальностями 131 «Прикладна механіка», 132 «Матеріалознавство», 136 «Металургія» денної та заочної форм навчання**

Затверджено
на засіданні вченої ради
Протокол № 4 від 30.11.2023

Краматорськ–Тернопіль
ДДМА
2023

УДК 621.77.04.001.5 (075.8)
А 50

**Рецензенти:**

*Тітов В. А.*, д-р техн. наук, професор, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», професор кафедри «Технологія виробництва літальних апаратів»;

*Кухар В. В.*, д-р техн. наук, професор, проректор з науково-дослідної роботи, ТОВ «Технічний університет «Метінвест Політехніка», м. Запоріжжя.

**Алієв, І. С.**

А 50 Енергетичні методи досліджень процесів обробки металів тиском : навчальний посібник для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти за спеціальностями 131 «Прикладна механіка», 132 «Матеріалознавство», 136 «Металургія» денної та заочної форм навчання / І. С. Алієв. – Краматорськ–Тернопіль : ДДМА, 2023. – 179 с.

ISBN 978-617-7889-54-9.

У посібнику наведено основні положення енергетичних методів балансу потужностей, верхньої оцінки і кінематичних модулів для дослідження процесів пластичного формозмінення за допомогою кінематично можливих полів швидкостей. Основна увага приділена питанням методики побудови полів швидкостей, які відповідають умові сталості об’єму середовища і граничним умовам. Показана можливість застосування кінематично можливих полів швидкостей з жорстких кінематичних елементів для дослідження силового режиму, прогнозування дефекто- та формоутворення при комбінованому деформуванні. Усі питання, які розглядаються, ілюстровані прикладами з галузі обробки металів тиском.

**УДК 621.77.04.001.5 (075.8)**

© І. С. Алієв, 2023
© ДДМА, 2023

ISBN 978-617-7889-54-9

**ЗМІСТ**


ВСТУП 5
1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ 7
2 ЕНЕРГЕТИЧНІ МЕТОДІ РОЗВ’ЯЗАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ 23
2.1 Основні положення енергетичних методів моделювання процесів пластичного деформування 23
2.2 Допущення, характерні для енергетичного методу 26
2.3 Алгоритм розв’язання задач 27
2.4 Метод верхньої оцінки 28
3 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ВЕРХНЬОЇ ОЦІНКИ ДЛЯ РОЗВ’ЯЗАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ 31
3.1 Осадка або стискання високої смуги 31
3.2 Осадка (стиснення) тонкої смуги 33
3.3 Поперечне видавлювання (осадка смуги) 37
4 АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ПОЗДОВЖНЬОГО ВИДАВЛЮВАННЯ 43
4.1 Верхня оцінка тиску прямого видавлювання 43
4.2 Моделювання процесу зворотного видавлювання 45
5 МЕТОД КІНЕМАТИЧНИХ МОДУЛІВ ДЛЯ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ 47
5.1 Метод кінематичних модулів для розв’язання задач плоского пластичного деформування 47
6 МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КОМБІНОВАНОГО ВИДАВЛЮВАННЯ 59
6.1 Методи розрахунку й оптимізації параметрів комбінованого видавлювання 59
6.2 Моделювання процесу радіально-зворотного видавлювання методом верхньої оцінки 62
6.3 Прогнозування параметрів формоутворення деталей у процесі комбінованого деформування 66
6.4 Методика аналізу процесів комбінованого видавлювання з роз'єднаними осередками деформації 68
6.5 Аналіз технологічних режимів процесу комбінованого видавлювання деталей складної конфігурації з відростками 73

7 РОЗРАХУНКИ СТУПЕНЯ ДЕФОРМАЦІЇ І ТИСКІВ ДЕФОРМУВАННЯ З УРАХУВАННЯМ ЗМІЦНЕННЯ МАТЕРІАЛУ 81
7.1 Метод розрахунку ступеню деформації в процесі видавлювання 81
7.2 Методика розрахунку величини тепловиділення в деформованому металі 89
7.3 Урахування деформаційного зміцнення матеріалу 91
8 АНАЛІЗ ФОРМОУТВОРЕННЯ ДЕТАЛЕЙ У ПРОЦЕСАХ ВИДАВЛЮВАННЯ 94
8.1 Прогнозування утворення дефектів форми деталей у процесі видавлювання 94
9 МОДЕЛЮВАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ТОЧНОГО ОБ'ЄМНОГО ШТАМПУВАННЯ 103
9.1 Основні рівняння енергетичного методу балансу потужностей для аналізу осесиметричних процесів штампування 103
9.2 Побудова кінематично можливих полів швидкостей 105
9.3 Лінеаризація інтенсивності швидкостей деформацій 108
10 МЕТОД КІНЕМАТИЧНИХ МОДУЛІВ (МКМ) ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ 111
10.1 Кінематичні модулі паралельної течії 111
10.2 Різновиди осесиметричних модулів складної форми 118
11 РОЗВ'ЯЗАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ ОБ'ЄМНОГО ДЕФОРМУВАННЯ 133
11.1 Осадка циліндричної заготовки 133
11.2 Дослідження процесу радіального видавлювання 136
11.3 Визначення тиску видавлювання деталей із фланцями 141
11.4 Моделювання процесу зворотного видавлювання 145
11.5 Моделювання процесу комбінованого радіально-зворотного видавлювання деталей із фланцем 149
ЛІТЕРАТУРА 158
Додаток А. Кінематичні модулі для задач плоского пластичного деформування 162
Додаток Б. Кінематичні модулі осесиметричного деформування 167
Додаток В. Контрольні питання з теорії ОМТ 173
Додаток Г. Питання для самоконтролю 176
Додаток Д. Перелік завдань для самостійної роботи 177

# ВСТУП

Розвиток машинобудування в сучасних умовах нерозривно пов'язаний з вдосконаленням технологій формоутворення в заготівельному виробництві і підвищенням розмірної точності і якості заготовок. Це є також найважливішим резервом заощадження енергетичних, матеріальних та трудових ресурсів. У сучасному виробництві поширюються область застосування процесів, заснованих на точній пластичній деформації, яка дозволяє отримати точні розміри заготовок, високу якість поверхонь, а отже, скоротити, а іноді й повністю виключити подальшу обробку різанням. Розв’язання даного завдання привело до використання нових наукоємних технологій обробки металів тиском, до яких відноситься і точне об’ємне штампування (ТОШ), що дозволяють отримати заготовку, максимально наближену до готового виробу за параметрами форми та розмірів.

Обмеження на використання новітніх технологій ТОШ пов'язані з граничними навантаженнями на інструмент при видавлюванні, що змушують зменшити ступінь деформації. Інші обмеження пов'язані з втратою стійкості заготовки, що деформується. Альтернативним та досить перспективним способом може служити комбіноване видавлювання, яке дозволяє значно зменшити силу за рахунок підвищення ступеню свободи течії металу. Однак, при цьому прогнозування можливого напрямку течії металу є досить складною задачею.

Усе це вимагає застосування методів оперативного аналізу технологічних режимів процесів деформування для створення аналітичних моделей, які враховують більшість технологічних факторів впливу. Такими методами є енергетичні методі моделювання та розрахунку процесів об’ємного пластичного деформування. метод верхньої оцінки (МВО) і енергетичний метод балансу потужностей (ЕМБП), які дозволяють створювати моделі силового режиму з визначенням як активних, так і

реактивних зусиль, моделі процесів с декількома ступенями свободи течії, а також прогнозувати відхилення форми, накоплення ступеню деформації та зміцнення матеріалу і формоутворення деталей, що штампуються.

У посібнику наведено опис методів теоретичного аналізу процесів обробки металів тиском (ОМТ) з урахуванням новітніх досягнень в галузі науки обробки металів тиском. Посібник призначений для аспірантів, які навчаються за напрямком галузі знань – Механічна інженерія та ведуть дослідження за такими напрямками, як «Технологія ковальсько-штампувального виробництва», «Ресурсозберігаючі процеси ОМТ», «Технології холодного деформування». Мета видання – надати аспіранту основні відомості сучасного рівня щодо методів теоретичного дослідження процесів ОМТ. Особливу увагу приділено новим перспективним підходам в галузі аналізу технологій ТОШ, особливо за новими способами видавлювання складно профільованих точних деталей. Це надає можливість для оперативної оцінки їх технологічних можливостей і особливостей. Важливим є і аналіз існуючих обмежень для способів штампування, а також можливість прогнозування дефектів деталей у вигляді відхилень форми та руйнувань. У свою чергу це створює умови для впровадження. перспективних технологій ТОШ в промисловість.

Посібник також буде корисним для магістрантів і для студентів, які навчаються за Програмою роботи з обдарованими студентами.

# 1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ

Теорія обробки металів тиском описує механізм пластичної деформації, поведінку металів у процесі формозміни та вплив умов деформування на структуру та якість готових виробів, вивчає властивості металів у процесі пластичної деформації та їхню залежність від температури обробки, швидкості деформації та ступеня деформації [1–4]. Також досліджуються закономірності та методи розрахунку енергосилових параметрів процесів обробки металів тиском (ОМТ), напружено–деформований стан заготовок в процесі обробки, параметри пластичного тертя та інші фактори.

***Концепція проєктування процесів ОМТ***

Останнім часом змінилася сама концепція проєктування процесів ОМТ. Традиційні способи проєктування технологій та оснащення методом спроб і похибок не відповідають сучасним вимогам забезпечення конкурентоспроможності виробництва.

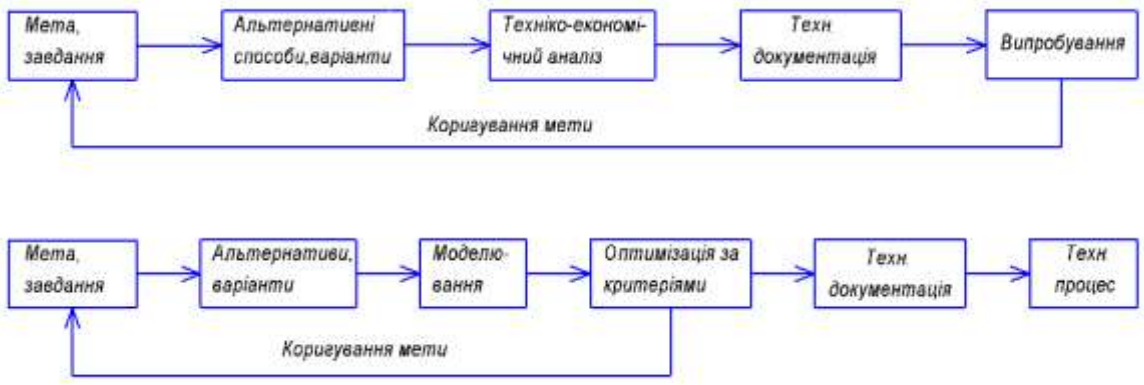



Рисунок 1.1 – Концепції проєктування технологій ОМТ

Потрібно на стадії проєктування технологій за рахунок імітаційного моделювання знайти оптимальний розв’язок для технологічних задач [5–7]. Тому роль математичного моделювання значно зростає в сучасних умовах. У зв'язку з появою ЕОМ техніки і відповідних методів задачі, які раніше були недоступні, зараз легко вирішуються числовими методами.

Теорія обробки металів тиском, як основа технології обробки металів розвивається за трьома головними напрямками:

1. Механіка процесів ОМТ. Оцінюється напружено-деформований стан, залежність технологічних режимів від параметрів процесу, умови переходу металу в пластичний стан.

2. Фізика процесів ОМТ. Розглядається реологія металу, властивості матеріалу, структура, явища що спостерігаються у фізичних експериментах.

3. Фізико-хімія процесів. Розглядається зв'язок пластичної деформації з хімічним складом, будовою кристалічних ґрат.

Технологічні задачі, що виникають у ковальско-штампувальному виробництві відрізняються великою різноманітністю, але їх можна поділити на класи [2, 4, 8–11]:

1. Визначення сил і тисків деформування. Дуже важливо правильно установити силові параметри для розрахунку оснащення і для вибору технологічного обладнання,

2. Визначення характеру розподілу напружень на контактних поверхнях і всередині деформованого тіла.

3. Аналіз кінцевого формоутворення виробів з оцінкою точності виготовлення.

4. Аналіз граничної формозміни заготовок. Необхідно вміти прогнозувати технологічну деформовність – здатність даного тіла в даному процесі деформуватися без руйнувань, тобто вміти оцінити ресурс пластичності і ступінь його використання.

***Класифікація методів дослідження процесів ОМТ***

Для дослідження процесів ОМТ використовують експериментальні, аналітичні, числові і експериментальні – аналітичні методи.

Останнім часом при розробці та вдосконаленні технологічних процесів обробки металів тиском зростає роль теоретичного аналізу, який має ряд переваг перед експериментальним: менші матеріальні витрати, можливість розглядати альтернативні варіанти, провести імітацію і оптимізацію та вибору кращого варіанту.

На сучасному етапі розвитку теоретичних досліджень існує ряд методів, що дозволяють визначити напружено-деформований стан, силу та формозмінення у разі пружно-пластичних і малих пластичних деформацій ідеально пластичних і зміцнених тіл, прогнозувати кінцеву і граничну формозміну заготовок.

Перевагою аналітичних методів теоретичного аналізу є можливість побудови розрахункових схем картин течії металу, що спостерігалися експериментально, і отримання результатів аналізу у вигляді інженерних розрахункових формул.

Моделюванню новітніх процесів обробки тиском присвячено порівняно невелике число робіт, виконаних з використанням таких методів, як інженерний метод спільного розв’язання рівнянь рівноваги і пластичності [2–4], енергетичні методи балансу потужностей [2, 6–11] і верхньої оцінки [2, 9–12].

У даний час з традиційних теоретичних методів для дослідження процесів об'ємного штампування найбільшого поширення набули аналітичний інженерний метод [2–4], енергетичний метод балансу потужностей [2, 6–8, 11], а також метод верхньої оцінки (жорстких елементів) [2, 9 –13] і метод скінчених елементів (МСЕ).

Підвищенню оперативності енергетичного методу, зниженню трудомісткості обчислень технологічних режимів за порівнюваними схемами або етапами деформування може служити модульний підхід, який

використовувався в ДДМА, заснований на підборі і використанні заздалегідь розроблених кінематично можливих полів швидкостей (КМПШ) у вигляді окремих областей [2] або кінематичних модулів [6, 9, 14– 17], призначених для опису різних переважаючих схем деформацій в пластичних зонах. В якості елементарних областей використовують прямокутні або в більш загальному випадку чотирикутні (ромбічні) і трикутні модулі. Проблема врахування реальної геометрії деталі, що штампується, при розробці моделей процесу, є дуже актуальною[2, 6, 17–19].

З класичних методів аналізу можна виділити два метода, які досить часто використовують в дослідженнях процесів ОМТ: метод ліній ковзання та інженерний метод.

***Метод ліній ковзання рішення технологічних задач***

Метод ліній ковзання є досить прийнятним методом теоретичного аналізу напружено-деформованого стану (НДС), оцінки показників силового режиму, контактних напружень і граничної деформовності металу. Він використовується для рішення технологічних задач ОМТ в умовах наближених до плоско-деформованого стану [2–4, 9].

Характерні для методу допущення:

- плоско-деформованій стан;
- ідеальна пластичність;
- жорстко пластичне середовище;
- ізотропність матеріалу;
- граничні умови наперед задані або в напруженнях, або в деформаціях (швидкостях деформацій), або змішано.

Алгоритм застосування методу:

1. Аналіз процесу ( на цьому етапі виділяється осередок інтенсивної деформації).

2. Формулюємо граничні умови (вхідна, вихідна швидкості течії металу, значення напружень на вільній поверхні).

3. Будуємо сітку полю ліній ковзання.

4. Будуємо годограф швидкостей.

5. Перевірка дотримання граничних умов у швидкостях і напруженнях. При недотриманні – перебудова полю ліній ковзання.

6. Перевірка відсутності пластичних деформацій у жорстких зонах, перевірка позитивного знаку потужності сил деформування.

7. Розрахунок компонентів напружень, починаючи з відомої границі.

8. Побудова епюр напружень.

9. Інтегрування отриманих епюр напружень, з'ясування сил деформування, питомих зусиль (тисків) деформування.

10. Аналіз полів напружень. З'ясування зон з несприятливою схемою НДС ( зони з компонентами напружень розтягування).

11. Розрахунок накопиченого ступеня деформації уздовж лінії плину металу.

12. Оцінка ступеня витрати запасу пластичності, розрахунок технологічної деформовності.

Вихідні умови для побудови ліній ковзання: схема деформування, напрямок руху робочого інструмента, значення геометричних параметрів, умови тертя за якими обчислюється кут між лінією ковзання і контактною поверхнею.

Способи побудови ліній ковзання:

- аналітичний – інтегруючи диференціальні рівняння рівноваги, одержують рівняння для ліній ковзання (характеристичні рівняння);
- використовуючи координати вузлових точок;
- використовуючи деякі властивості ліній ковзання (можна підібрати придатні функції);
- графічний – точна криволінійна сітка заміняється наближеної з кусочно-лінійних відрізків.

***Метод розв'язання наближених диференціальних рівнянь рівноваги й умов пластичності (інженерний метод)***

Диференціальні рівняння рівноваги в загальному випадку розраховуються з превеликими труднощами. Наприклад при об'ємному напруженому стані виходить 13 рівнянь з 13 невідомими. При осесиметричному процесі – 6 рівнянь з 6 невідомими. При плоско-деформованому стані (ПДС) – 3 рівняння з 3 невідомими. Наявні труднощі математичного порядку не дозволяли одержати розв'язок технологічних задач ОМТ. У зв'язку з цим вчені розглядали можливість постановки і розв'язаня спрощених диференціальних рівнянь рівноваги й умов пластичності [2–4, 8, 9]. Розроблений метод одержав назву «інженерного».

Суть методу:

- задачу зводять до плоского чи осесиметричному виду, геометрію зводять до простої фігури;

- напруження шукають тільки на контактній поверхні;

- нормальні напруження вважають залежними тільки від однієї з координат, тобто замість часткових похідних переходять до простих;

- використовують рівняння зв'язку між напруженнями і деформаціями, приймають гіпотезу Хаара-Кармана;

- пласкі перетини, виділені в обсязі тіла залишаються пласкими і після деформації;

- впливом дотичних напружень на розподіл нормальних напружень нехтують, тобто довільні площадки при складанні умов пластичності умовно вважають головними;

- впливом дотичних напружень на поверхнях поділу осередка деформації на елементарні пластичні зони і потужністю сил зрізу нехтують.

Спрощення умов пластичності.

У загальному випадку енергетична умова пластичності надзвичайно громіздка і не дозволяє інтегрувати диференціальне рівняння. Більш краще рівняння Сен-Венана:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\beta \cdot \sigma_S;$$

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}155 \text{ (ПДС);}$$

$$\beta = 1 \text{ (при } \sigma_{СГ} = \sigma_{крайнее}\text{).}$$

Труднощі полягають у тому, що ми працюємо з компонентами уздовж осей, а не з головними. Особливим є то, що у залежності від величини дотичних напружень замість головних напружень у рівнянні пластичності використовуються нормальні напруження на довільній площадці.

При незначному $\tau$ , а саме $0 \le \tau \le 0{,}7 \cdot \tau_{\max}$ (за сприятливих умов тертя) замість компонентів напружень в умові пластичності можна використовувати

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \pm\beta \cdot \sigma_S \text{ або}$$

$$\sigma_\theta - \sigma_Z = \pm\beta \cdot \sigma_S;$$

$$\sigma_\rho - \sigma_Z = \pm\beta \cdot \sigma_S.$$

у залежності від крайніх компонентів.

При плоскому напруженому стані (ПНС), коли один компонент дорівнює нулю може бути:

$$\sigma_\rho = \pm\beta \cdot \sigma_S;$$

$$\sigma_Z = \pm\beta \cdot \sigma_S.$$

При ПДС $\sigma_{СГ}$ дорівнює напівсумі двох інших напружень:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \pm\beta \cdot \sigma_S.$$

При $0{,}7\tau_{\max} \le \tau \le \tau_{\max}$ в цьому діапазоні:

$$\sigma_\rho = \sigma_Z;$$

$$\sigma_\rho = \sigma_\theta;$$

$$\sigma_\rho = \sigma_\theta = \sigma_Z.$$

У диференціальній формі:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{\partial \sigma_Z}{\partial \rho};$$

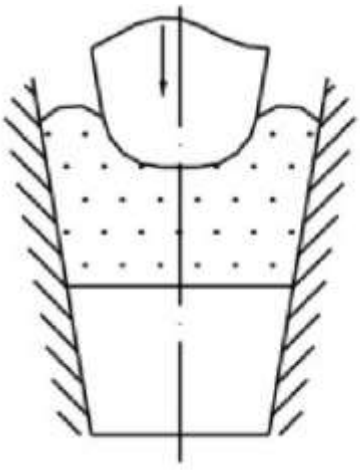
$$\partial \sigma_\rho = \partial \sigma_Z .$$

***Допущення, прийняті при теоретичному аналізі***

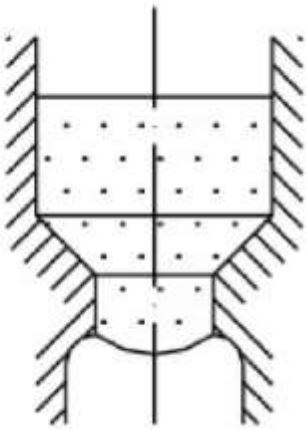
При аналізі процесів ОМТ завжди приходиться приймати допущення та гіпотези, спрямовані на спрощення технічної задачі, що вирішується.

*Клас А – спрощення, пов'язані зі зменшенням числа незалежних змінних*:

1. Стала (стаціонарна) течія металу. Якщо задача розглядається в Эйлеровой незалежній системі координат, то можна прийняти, що всі характеристики процесу (руху, плину, напруження, деформації) не змінюються з часом, тоді існує можливість не розглядати вихідні (початкові) умови з числа змінних виключити такий параметр як час (хід) процесу (рис. 1.2).



Нестаціонарний процес



Стаціонарний процес

Рисунок 1.2 – Схеми технологічних процесів штампування

2. Плоско-деформований стан. При розв'язанні задач вибирають систему координат у такий спосіб, щоб у напрямку однієї координати (наприклад, Z) була відсутня деформація, тобто плин відбувався тільки в площині X0Y. Тоді площина Z – головна, на ній відсутні дотичні напруження.

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & 0 \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\sigma_X + \sigma_Y}{2} \end{Bmatrix};$$

У головних напруженнях:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 = \dfrac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{Bmatrix};$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2}\right)^2 + {\tau_{XY}}^2};$$

$$\left.\begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix}\right\} = \underbrace{\frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2}}_{\sigma_{CP}} \pm \tau_{\max}.$$

Знаючи значення головних напружень $\sigma_1, \sigma_3$, можна знайти компоненти напружень на довільній площадці і навпаки:

$$\left.\begin{matrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \end{matrix}\right\} = \sigma_{cp} \pm \tau_{\max} \cdot \cos 2\alpha;$$

$$\tau_{XY} = \tau_{\max} \cdot \sin 2\alpha.$$

3. Плоско-напружений стан. Припускають, що в напрямку однієї з осей Y чи Z деформація є, а напруження відсутнє, тоді тензор напружень приймає такий вигляд:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & 0 \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

4. Осесиметрична деформація. При зміненні координати $\theta$ картина плину не міняється. Площадка $\theta$ є головною, тобто $\sigma_\theta$ є головним напруженням, дотичних напружень на цій площадці немає.

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_r & \tau_{XY} & \tau_{rz} \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ \tau_{zr} & 0 & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

5. Гіпотеза Хаара–фон Кармана – гіпотеза повної пластичності: перехід матеріалу з пружного в пластичний стан настає тоді, коли не одне, а два головних напруження дорівнюють межі плину на зсув. Звідси витікає рівність двох головних напружень.

$$\sigma_r = \sigma_\theta \text{, або } \sigma_r = \sigma_z \text{,або } \sigma_\theta = \sigma_z$$

*Клас Б- допущення, пов'язані з реологічною моделлю деформованого тіла.*

1. Умова нестискання: при пластичному деформуванні зміною обсягу деформованого тіла нехтують.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 \text{, або } \quad \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0.$$

2. Нехтування пружними деформаціями. Пластичній деформації завжди передує пружна, при великих ступенях деформації частка її незначна.

3. Ідеальне пластичне тіло (ідеальна пластичність) – припущення, що матеріал у процесі деформації не зміцнюється і напруження текучості протягом усього процесу є сталою величиною.

4. Ізотропність матеріалу. Приймається допущення, що властивості матеріалу однакові в будь-якому напрямку. Для листових матеріалів це дуже грубе допущення, тому що в холоднокатаного листа анізотропія

металу дуже істотна, але при об'ємному штампуванні таке допущення є цілком прийнятним.

5. Припущення про ізотермічність процесу, при якому нерівномірністю розподілу температури в тілі заготовки нехтують. Як у холодних, так і в гарячих процесах нерівномірність деформацій супроводжується нерівномірністю тепловиділення.

Справжні поля температур необхідно враховувати при куванні відповідальних поковок, матеріалів з особливими властивостями (титан, магній і т.д. ).

6. Нехтування масовими й інерційними силами.

При постановці технологічних задач важливо також чітко визначиться з так називаними граничними умовами. Тобто ми повинні заздалегідь задати умови або значення параметрів, що спостерігаються на поверхні осередку деформації, на границях заготовки, на контактних поверхнях. До граничних умов відносяться умови контактного тертя. Якщо граничні умови задані в напруженнях, то це задача прямого типу; якщо ж умови на границях осередку деформації задані в деформаціях або у швидкостях деформацій, то задача зворотного типу; задача змішаного типу – коли на одних площадках задані напруження, а на інше – деформації або швидкості деформацій.

***Механічні схеми деформацій (МСД)***

МСД являють собою сукупність схем як деформацій (3), так і напружень.

Лінійних напружень – 2, пласких – 3, об'ємних – 4.

Таким чином, кількість МСД = 2+9+12 = 23.

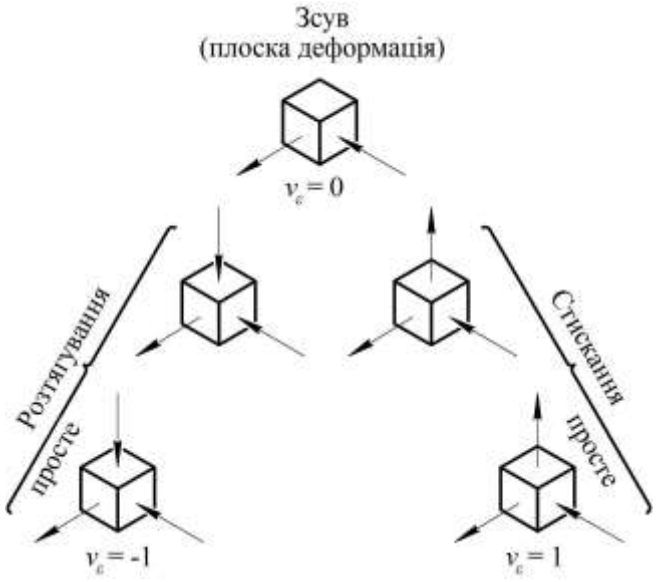



Рисунок 1.3 – Механічні схеми деформування при обробці тиском

Оскільки з кожної із семи схем напружень може сполучатися кожна з трьох схем деформацій, то за значеннями напружень не можна однозначно установити відповідну схему деформацій. Для того, щоб це зробити, необхідно від схем напруження перейти до схем компонентів девіатора напруження. Справа в тім, що компоненти девіатора мають таку ж саму властивість що і компоненти деформацій, тобто їхня сума дорівнює нулю. Отже схем компонентів девиатора також тільки три.

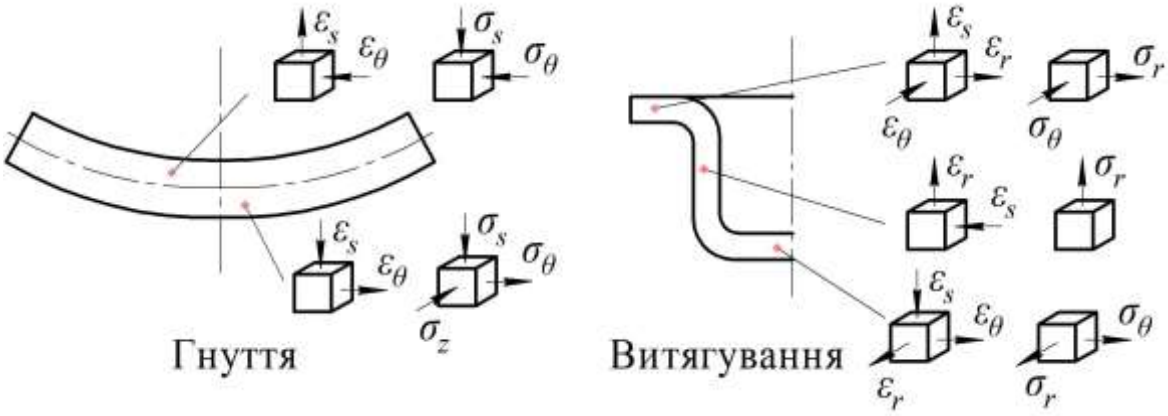



Рисунок 1.4 – МСД, які характерні для процесів обробки тиском

Знаючи характеристики тензора напруження, встановлюємо величину гідростатичного тиску, значення компонентів кульового тензора і переходимо до девіатора напруження, однозначно встановлюючи ту схему деформацій, що відповідає даній схемі напружень

$$T^{\delta} - T^{0} = Д^{\sigma}$$

За схемами головних деформацій можна судити про характер плину металу, формоутворенню структури і забезпеченню якості деформованої заготовки.

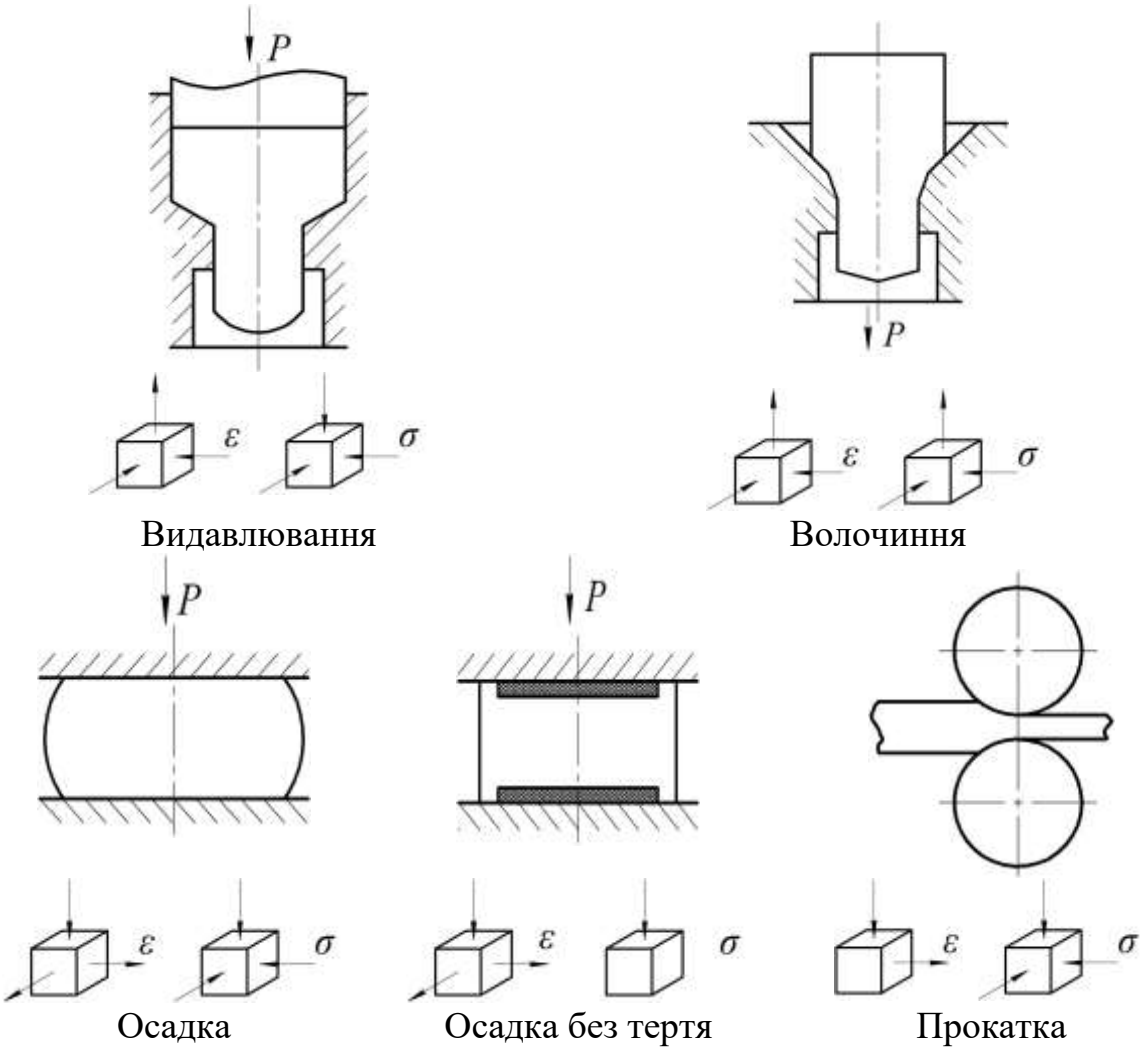



Рисунок 1.5 – МСД для процесів об’ємного деформування

Зсув – найкраща схема для прооблення структури матеріалу.

З погляду забезпечення пластичності краща схема напруження – усебічне нерівномірне стискання.

З точки зору нерівномірних енергетичних витрат, краща схема – різнойменна схема напруженого стану.

У цілому, для поліпшення показників пластичності варто уникати компонентів напружень, що розтягують.

Схеми напружень і деформацій для різних процесів значно відрізняються:

***Розрахунок тисків і сил деформування***

У процесах кування і штампування робочий орган робить як правило зворотно-поступальний рух. Тим самим він прикладає через робочий інструмент енергію (силу деформування). Для того, щоб визначити цю силу потрібно проаналізувати сам процес деформування.

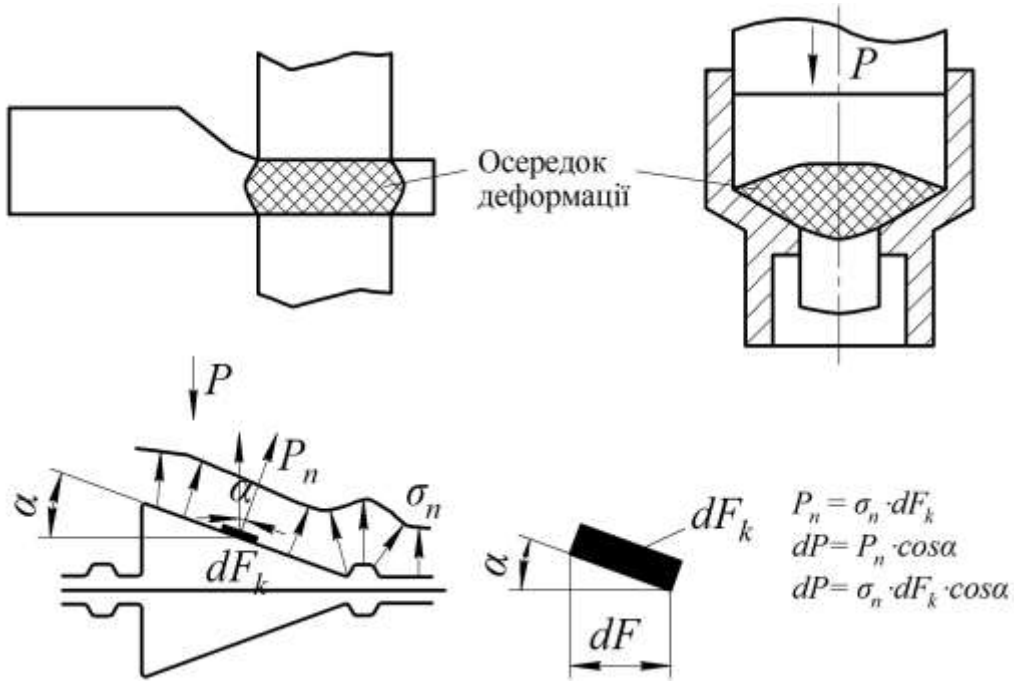



Рисунок. 1.6 – Схема осередку деформації

$$dF = dF_k \cdot \cos\alpha;$$

$$dP_n = \sigma_n \cdot dF_k;$$

$$dP = dP_n \cdot \cos\alpha;$$

$$dP = \sigma_n \cdot dF_k \cdot \cos\alpha;$$

$$P = \int_F \sigma_n dF = \int_F dV_Э = V_Э.$$

Це є принципом заміни проєктування сил проєктуванням площин: проєкція тиску на площину дорівнює добутку тиску на проєкцію самої площадки на площину $F$ перпендикулярну до напрямку руху робочого органу.

Більш зручно представляти силовий параметр у відносному вигляді, тобто у виді питомого зусилля чи тиску деформування.

$$p = \frac{P}{F},\ \text{МПа}\ \left(\frac{кг.с.}{мм^2}\right);$$

Знаючи питоме зусилля можна розраховувати силові параметри для процесів деформування заготівок будь-яких розмірів. Також зручно представляти тиск у відносному (безрозмірному) виді. Для цього тиск представляється як правило у виді двох множників.

$$p = m \cdot \sigma_S,\ \text{або}$$

$$p = m \cdot 2k\ \ (\text{ПДС}).$$

$m$ – коефіцієнт, що залежить від схеми процесу, геометричних параметрів, ступеня деформації, умов тертя і т.д.

$\sigma_S$ ($2k$) – величина, що встановлює характер впливу на силовий режим властивостей деформованого матеріалу. На $\sigma_S$ впливає швидкість процесу, ступінь деформації (зміцнення), температура деформації і т.д.

$$m = \frac{p}{\sigma_S}\ \text{або}\ m = \frac{p}{2k}.$$

$\overline{p}$ – відносне (безрозмірне) питоме зусилля, або приведений тиск. У математичних моделях бажано одержувати результати в більш загальному, критеріальному чи безрозмірному виді.

$$p = \overline{p} \cdot \sigma_S = \overline{p} \cdot 2k\ \ (\text{МПа});$$

$$P = p \cdot F \ \text{(кН)}.$$

*Робота деформування*

$$A = P \cdot S \ (\text{Дж} = H \cdot м).$$

Таким чином для визначення сили деформування потрібно знати розподіл (середнє значення) нормальних напружень на границі осередку деформації, на осі чи симетрії на контактній поверхні. Для цього існує багато методів, але визначення напружень є не єдиним методом розрахунку силових параметрів. Наприклад, в енергетичному методу верхньої оцінки напруження не розглядаються, а силу деформування знаходять з балансу (рівності) робіт, чи потужностей сил, прикладених до заготовки ззовні і що поширюються всередині осередку деформації.

# 2 ЕНЕРГЕТИЧНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ ОБРОБЛЕННЯ МЕТАЛІВ ТИСКОМ

## 2.1 Основні положення енергетичних методів моделювання процесів пластичного деформування

Енергетичний метод є одним з ефективних методів вирішення різноманітних завдань пластичного деформування [2, 6–11, 17–19]. Відповідно до енергетичного методу в деформованій заготовці виділяють ряд пластичних зон – кінематичних елементів. Для кожного елемента знаходять кінематично можливе (допустиме) поле швидкостей (КМПШ) і, на його основі повну потужність деформування, мінімізація якої дозволяє оптимізувати параметри процесу деформації та уточнити оцінки силового режиму та картин пластичної течії.

Розробка та оптимізація нових процесів об'ємного деформування, зокрема видавлювання та закритого об'ємного штампування, потребує аналізу значної кількості їх можливих варіантів з визначенням кінематики течії, поетапної формозміни, силових параметрів залежно від форми інструменту, контактних умов та інших технологічних параметрів [2, 6, 7].

Для процесів точного об'ємного штампування потрібна розробка математичних моделей, які дозволили б оцінити не тільки поетапний розвиток енергосилового режиму, що включає активне деформуюче навантаження, але і прогнозувати характер і особливості заповнення порожнини, наростання розмірів і формування контуру деталі, що штампується.

Розглядаємо два варіанту рішення завдань енергетичнім методом: методом балансу потужностей і методом верхньої оцінки Слід відмітити що обидва методі ґрунтуються на балансу потужностей та дають саме

верхню оцінку силовим параметрам процесу. Для обох методів розроблено підхід для оперативного розв'язання задач за допомогою використання універсальних кінематичних елементів (модулів). Цей варіант рішення названо методом кінематичних модулів (МКМ).

Енергетичні методи ґрунтуються на законі збереження енергії. Зовнішня енергія, яка прикладена до заготовки, дорівнює енергії самого процесу деформування, енергії, що витрачається на подолання сил тертя, енергії, що витрачається на додаткові зсуви, зрізи, нерівномірності деформування.

$$A_A = P \cdot U_S = p \cdot F \cdot U_S ; A_A = A_\partial + A_T + A_C ;$$

$$N_A = P \cdot V_0 = p \cdot F \cdot V_0 .$$

З теорії пружності відомо, що величина питомої роботи (*віднесена до одиниці об'єму тіла V*) дорівнює половині скалярного добутку інтенсивності деформації та інтенсивності напружень: $dA_\partial = 0{,}5 \cdot \sigma \cdot \varepsilon$ («*лінія Гука*»);

$dA_\partial = \cdot\sigma_i \cdot \varepsilon_i$ (зона пластичної деформації);

$$\int dA_\partial = \int \sigma_i \cdot \varepsilon_i dV ;$$

$$A_\partial = \iiint_V \sigma_i \cdot \varepsilon_i dV .$$

Умова пластичності: $\sigma_i = \sigma_S$;

Робота сил тертя: $A_T = \iint_F \tau_K \cdot U_K dF_T$, $\tau_K = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S$; $\tau_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}}$

Згідно енергетичним методам в заготовці, що деформується, виділяють ряд пластичних зон – кінематичних модулів (елементів). Для кожного елемента знаходять кінематично можливе поле швидкостей (КМПШ) і на його основі повну потужність деформування, мінімізація якої дозволяє оптимізувати параметри процесу деформації і уточнити оцінки силового режиму і картин пластичної течії.

Частіше замість балансу роботи розглядають енергетичний баланс потужностей:

Основне для ЕМБП рівняння енергетичного балансу потужностей зовнішніх і внутрішніх сил на КМПШ пов'язує потужність зовнішніх активних сил $N_a = p \cdot F \cdot V_0$ з потужністю внутрішніх сил:

$$p \cdot F \cdot V_0 = \sum N_{\partial i} + \sum N_{Tj} + \sum N_{Ck} ,$$

де $N_{\partial i}$ – потужність сил деформування, витрачених на формозміну,

$N_{Tj}$ – потужність сил тертя,

$N_{Ck}$ – потужність сил зрізу.

$$N_A = P \cdot V_0 = p \cdot F \cdot V_0 ;$$

$$N_A = N_\partial + N_T + N_C ; N_T = \iint_{F_C} \tau_k \cdot [V_k] dF_k ; \qquad N_C = \iint_{F_C} \tau_S \cdot [V_C] dF_C$$

$$p \cdot F \cdot V_0 = \iiint_V \sigma_S \cdot \dot{\varepsilon}_i dV + \iint_{F_T} \tau_K \cdot [V_K] dF_T + \iint_{F_C} \tau_S \cdot [V_C] dF_C \qquad \text{(Е-1);}$$

$$[V_C] = |V_{Z1} - V_{Z2}| .$$

З рівняння енергетичного балансу потужностей, отримано значення тиску видавлювання $p$:

$$p = \frac{\sum N_{\partial i} + \sum N_{Tj} + \sum N_{ck}}{F \cdot V_0},$$

яке для простоти розрахунків приводиться до безрозмірної величини, тобто до приведеного тиску $\bar{p}$:

$$\bar{p} = \frac{p}{2k} = p/\sigma_s ; \quad ,$$

У теорії пластичності доведено, що рішення, засновані на кінематично можливих полях переміщень (швидкості переміщень), дають верхню оцінку енергетичних витрат, а рішення, засновані на статичних

полях швидкостей дають нижню оцінку, а між ними знаходиться реальна оцінка. Отже з усіх верхніх оцінок є найкращою та, що дає мінімальне значення, та з усіх нижніх оцінок – та, що дає максимальне значення.

Пошук оптимальних значень (варіація) технологічно змінних параметрів є найважливішою особливістю енергетичного методу. Визначення найкращого (мінімального) значення енергії чи сил деформування (процедура мінімізації), функції з якогось параметру ($a$) чи функціоналу за низкою параметрів ($a_i$) є складовою рішення технологічних завдань.

$$\frac{\partial N_a}{\partial a_i} = 0 \qquad \text{(E-2);}$$

$$\frac{\partial \overline{p}}{\partial a} = 0 \qquad \text{(E-2a).}$$

## 2.2 Допущення, характерні для енергетичного методу

Допущення, характерні для енергетичного методу наступні:

а) матеріал такий, що не зміцнюється, пружними деформаціями нехтують;

б) матеріал ізотропний;

в) швидкість руху інструменту постійна $V_o = const$;

г) напруження тертя на контакті постійні.

*Умови та обмеження, характерні для енергетичних методів:*

а) умова нестискання (умова сталості об'єму);

б) кінематичні граничні умови, граничні умови наперед задані у швидкостях і величинах контактного тертя ($\mu_S = const$).;

в) умова нерозривності нормальних компонент швидкості течії;

г) задача або осесиметрична, або пласка;

д) процес стаціонарний;

е) процес не розвантажується в процесі роботи.

## **2.3 Алгоритми розв'язання задач** (табл. 2.1)

Таблиця 2.1

| № | Енергетичний метод балансу потужностей | Метод верхньої оцінки |
|---|---|---|
| 1 | Аналіз технологічних завдань, виділення осередку деформації, встановлення контактних поверхонь, напрями течії та виходу металу з осередку деформації, наявність застійних зон, аналіз умов тертя. | |
| 2 | Прийняття припущень: (осесиметрична або пласка задача, $\sigma_i = \sigma_S = const$, $\tau_k$ ). | Тільки пласка |
| 3 | Прийняття розрахункової схеми процесу (осі координат, розміри осередку деформації), розбиваємо осередок деформації на характерні зони. | |
| 4 | Формуємо кінематичні граничні умови (КГУ ). | КГУ |
| 5 | Підбір кінематично можливих полів швидкостей $V_r, V_Z, V_\theta$ | Побудова годографа |
| 6 | Перевірка КМПШ, годографа, перевірка дотримання всіх вимог. | Перевірка годографа |
| 7 | Обчислення інтенсивності швидкостей деформацій: $\varepsilon_i^*, [V_C], [V_k]$. | $l_{ij}, V_{ij}, l_{ik}, V_{ik}$ |
| 8 | Обчислення інтегралів: $N_\partial, N_T, N_C$ | $\sum^n$ и $\sum^m$ |
| 9 | Рішення рівняння енергетичного балансу $\overline{p} =$ | $\overline{p} =$ |
| 10 | Мінімізація за параметрами, що варіюються: $\frac{\partial N}{\partial a} = 0$ | $\frac{\partial \overline{p}}{\partial a} = 0$ |

## 2.4 Метод верхньої оцінки

Сутність другого енергетичного методу – методу верхньої оцінки полягає в тому, що пластична зона або точна сітка ліній ковзання замінюється наближеним полем, складеним з кінематичних (найчастіше трикутних) елементів [2, 9]. Об'ємна або осесиметрична задача зводиться до плоского деформованому стану. Осередок деформації розбивається на ряд жорстких зон, в межах яких немає пластичного деформування. Таким чином деформація в осередку тілу, що обробляється, зводиться до переміщення цих зон (кінематичних елементів) відносно один одного, тобто елементи ковзають уздовж граничних поверхонь не відриваючись один від одного. Розрив швидкостей спостерігається лише у дотичних компонент швидкостей, а нормальні складові біля меж зон не зазнають розриву. Дотримання кінематичних граничних умов перевіряється побудовою годографа швидкостей. Таким чином, прийнята така послідовність:

1. Всередині елемента матеріал не деформується, тобто. він абсолютно жорсткий і швидкість всіх точок всередині цього елемента однакові. Тому,

$$N_\partial = 0;$$

$$N_A = N_T + N_C;$$

$$p \cdot F \cdot V_0 = \iint_{F_T} \tau_K \cdot [V_K] \cdot dF_T + \iint_{F_C} \tau_S \cdot [V_C] \cdot dF_C \ .$$

2. Завдання зводиться до плоскої (ПДС) – граничні поверхні між граничними елементами – пласкі, зменшується розрахунок граничних площ.

$$F_{ij} = F_{12} = l_{12} \cdot L;$$

$$[V_C] = const = V_{ij};$$

$$[V_{ik}] = const.$$

Отже, всі підінтегральні функції-постійні величини та інтегрування замінюються сумою

$$p \cdot B \cdot L \cdot V_0 = \sum^{n} k \cdot F_{ij} \cdot V_{ij} + \sum^{m} \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot k \cdot F_{ik} \cdot V_{ik};$$

$$\tau_S = k, \ \mu_S = 0..0,5.$$

При граничному терті ($\mu_S = 0,5$) напруження зсуву $\tau_S = k$.

Приймаємо *L=1,0*:

$$p \cdot B \cdot V_0 = \sum^{n} k \cdot l_{ij} \cdot V_{ij} + \sum^{m} 2 \cdot \mu_S \cdot k \cdot l_{ik} \cdot V_{ik} \qquad \text{(Е-1б);}$$

Постійні величини ($2 \cdot \mu_S \cdot k$), ($k$) виносимо за знак суми.

Обидві частини рівнянь енергетичного балансу розділимо на $B \cdot V_0$ та винесемо ($k$) за загальну дужку:

$$p = \frac{1}{B \cdot V_0} \cdot k \cdot \left[ \sum^{n} l_{ij} \cdot V_{ij} + 2 \cdot \mu_S \cdot \sum^{m} l_{ik} \cdot V_{ik} \right];$$

$$\frac{p}{2 \cdot k} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot \left[ \sum^{n} l_{ij} \cdot V_{ij} + 2 \cdot \mu_S \cdot \sum^{m} l_{ik} \cdot V_{ik} \right];$$

$$\bar{p} = \frac{p}{2k} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot \left[ \sum^{n} l_{ij} \cdot V_{ij} + 2 \cdot \mu_S \cdot \sum^{m} l_{ik} \cdot V_{ik} \right] \qquad \text{(Е-1в).}$$

де $k$ – напруження текучості при зсуві (стала пластичності);

$V_0$ – швидкість поступового руху пуансону;

$B$ – ширина інструменту (пуансону$(B = 2R_0)$);

$l_{ij}$ – довжини ліній розриву в площині деформації;

$v_{ij}$ – швидкість відносного переміщення жорстких елементів;

$\mu_S$ – коефіцієнт тертя Зібеля ($\mu_S = 0..0,5$).

Величини $l_{ij}$ і $V_{ij}$, які входять в рівняння енергетичного балансу (Е-1в), визначаються з прийнятого розривного поля швидкостей побудованому в осередку деформації і відповідного йому годографа швидкостей, використовуючи геометричні параметри інструменту. Для цього необхідно або замінити точне поле ліній ковзання або використовувати експериментальні дані. Число трикутних кінематичних елементів довільне (це параметр, що варіюється).

Для визначення величин швидкостей розриву $V_{ij}$ та швидкостей ковзання на контактних поверхнях потрібно побудувати годограф швидкостей – векторну діаграму, на якій графічно зображені величини та напрямки швидкостей переміщень усіх зон пластичної області.

Вихідна точка 0 – полюс годографа. $V_0$ і $V_{ВЫХ}$ можна визначити, виходячи з умови сталості об'єму тіла з урахуванням реального ступеня деформації.

$V_{ВЫХ} = V_0 \cdot \lambda$ – витяжка,

$\lambda = \dfrac{F_{ВХ}}{F_{ВЫХ}}$ – коефіцієнт витяжки.

Правило побудови годографа: забезпечити розрив лише дотичних складових. На годографі кожній пластичній зоні відповідає окрема точка. При правильному побудові кінематичні граничні умови завжди дотримуються. Відрізки, що з'єднують точки *i, j,* показують величину розриву швидкості на граничній поверхні.

Таким чином, за МВО для розрахунку приведеного тиску з умови рівності потужностей зовнішніх та внутрішніх при плоскому деформуванні жорстко-пластичного тіла використовують формулу (Е-1в).

Приведений тиск є критеріальною величиною, що дозволяє розрахувати незалежно від марки матеріалу для певної схеми деформації величину тиску деформування $p$ і силу деформування $P$:

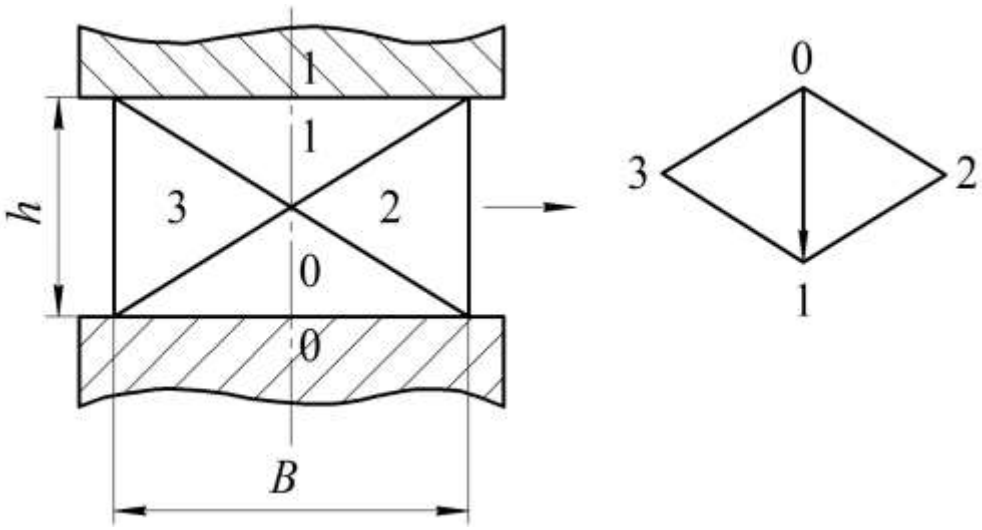
$$p = \bar{p} \cdot \sigma_s, \text{ МПа}; \qquad P = p \cdot F, \quad H, \tag{2.1}$$

де $F$ – площа перетину активного деформуючого інструменту.

# 3 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ВЕРХНЬОЇ ОЦІНКИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ

## 3.1 Осадка або стискання високої смуги

Осередок деформації (модуль) осадки (осадки смуги або диску) можна віднести до найбільш застосовуваних в процесах об'ємного деформування. Такий кінематичний модуль може бути застосований для опису окремих зон в процесах об'ємного штампування, наприклад зони стиснення металу пуансоном при зворотному та поперечному видавлюванні, а також при висадці фланців на стаканах.




а) б)

Рисунок 3.1 – Розрахункова схема процесу осадки високої смуги (а) і годограф швидкостей (б)

Після побудови розривного полю та годографа швидкостей (рис. 3.1) задаються кінематичні граничні умови (КГУ): Зона 1 переміщується вниз зі швидкістю $V_0$, а для зон 2 і 3 $-V_{ВЫХ} = V_0 \cdot \lambda = V_0 \cdot \frac{B}{2 \cdot h}$.

Складається рівняння енергетичного балансу (Е-1в) для осадки:

$$\overline{p} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot \left[ \left( l_{12} \cdot V_{12} + l_{13} \cdot V_{13} + l_{23} \cdot V_{23} + ... \right) + 2 \cdot \mu_S \cdot \left( l_{02} \cdot V_{02} + l_{03} \cdot V_{03} \right) \right];$$

Графічне рішення полягає у використанні параметрів $B, l_{ij}$ і $V_{ij}$ з рисунку для знаходження тиску деформування.

Якщо виразити $l_{ij}$ і $V_{ij}$ через геометричні параметри заготовки чи інструменту, то завдання можна вирішити аналітично.

$l_{12} = \sqrt{h^2 + \left( B/2 \right)^2}$; $\frac{V_{12}}{V_0} = \frac{l_{12}}{h}$ отже $V_{12} = \frac{V_0 \cdot l_{12}}{h}$.

Таблиця 3.1 – Величині граничних ліній й розривів швидкостей

| i-j | $l_{ij}$ | $V_{ij}$ | $l_{ij} \cdot V_{ij}$ |
|---|---|---|---|
| 1-2<br>0-2<br>1-3<br>0-3 | $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{B^2 + h^2}$ | $\frac{V_0 \cdot l_{12}}{h}$ | $\frac{V_0}{h} \cdot \frac{1}{4} \cdot (B^2 + h^2)$ |

$$\overline{p} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot \left[ 4 \cdot \frac{V_0}{h} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left( B^2 + h^2 \right) \right] = \frac{1}{2} \cdot B \cdot h \cdot (B^2 + h^2) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{B}{h} + \frac{h}{B} \right);$$

$$\overline{p} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{B}{h} + \frac{h}{B} \right) \qquad (3.1).$$

Даний розв'язок отримано Євстратовим В.О.[3].

Для аналізу формули приведеного тиску (3.1) корисно побудувати графік (рис. 3.2), який наглядно демонструє характер залежності тиску деформування від відносного параметру заготовки $B/h$.

Мінімальне значення приведеного тиску осадки спостерігається при $\frac{B}{h}=1 \Rightarrow \bar{p}=1$, а зростання цього параметру до 10 супроводжується значним ростом тиску деформування ( $\bar{p}=5,05$).

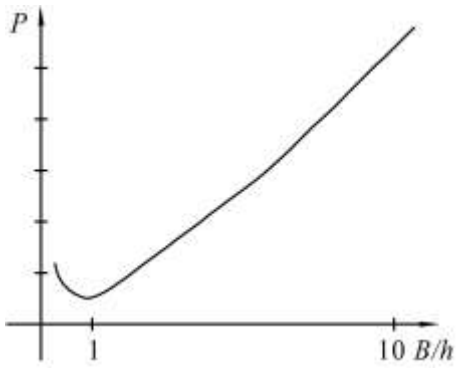



Рисунок 3.2 – Графік залежності тиску осадки високої смуги від відносних розмірів

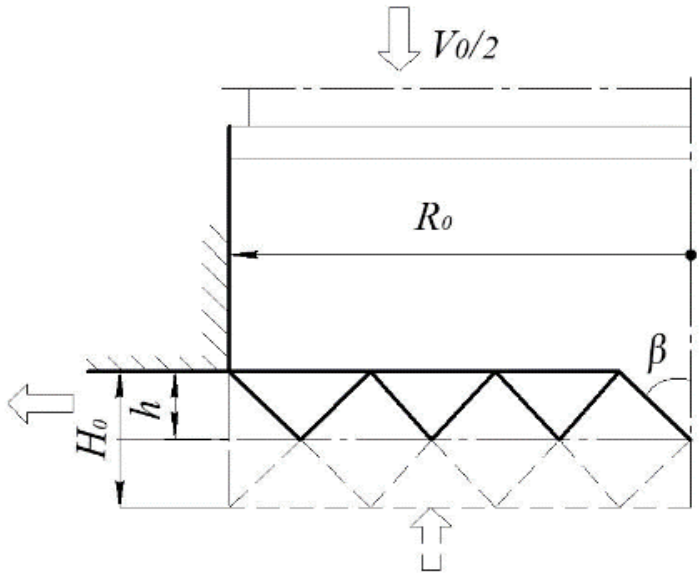
### 3.2. Осадка (стиснення) тонкої смуги

При осадці смуги висота осередку деформації не відрізняється від товщини зразка (рис. 3.3) або від висоти порожнини $h$ ($h_2$) або $H_0$ при поперечному видавлюванні, а граничні лінії, що перетинають осі симетрії, під однаковим кутом.

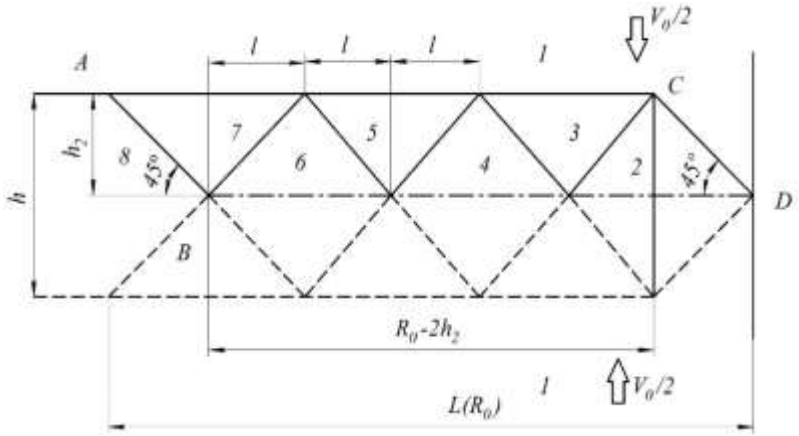
У прийнятому для процесу стиснення смуги (плоскої осадки або видавлювання тонких фланців) поле (див. рис. 3.3, а) це обмеження відноситься до ліній AB та CD. Припустимо, що $n$ - кількість трикутних елементів на одній чверті пластичної області, а $V_0 = h$.

Підставляючи значення $l_{ij}$ і $V_{ij}$, які виражено через параметри деталі $R_0$,$h$ і $n$в формулу (Е-1в), при $\mu = 0$, після перетворень і введення допоміжного параметру $C = 2R_0/h$, отримаємо:

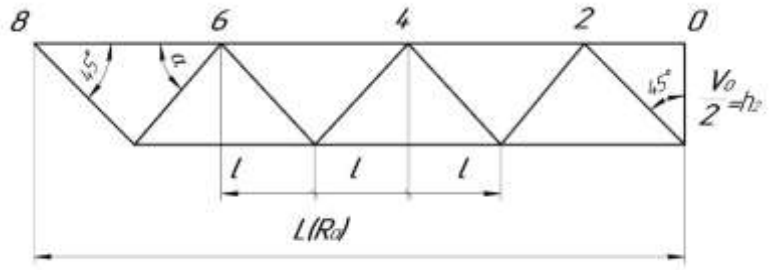
$$\overline{p} = \frac{1}{2C}\left( n + 2C + \frac{h^2}{2(n-1)^2}(c-2)^2 \right), \qquad (3.2)$$




а)




б)




в)

Рисунок 3.3 – Розривні поля (а, б) і годограф швидкостей (б) для процесу плоскої осадки (поперечного видавлювання)

Графічний аналіз залежності (3.2) показує, що оптимальна кількість жорстких кінематичних елементів (блоків) $n$, що дає мінімум верхньої оцінки приведеного тиску (питомої сили), непостійне, а залежить від висоти порожнини $h/L\,(H_0/R_0)$ (рис. 3.4).

Для малих значень $h/L\,(H_0/R_0)$ найкраще рішення з мінімумом для тиску деформування дають кінематичні поля з великою дрібністю і, навпаки, зі збільшенням $h/L$ оптимальне значення $n$ доходить до двох.

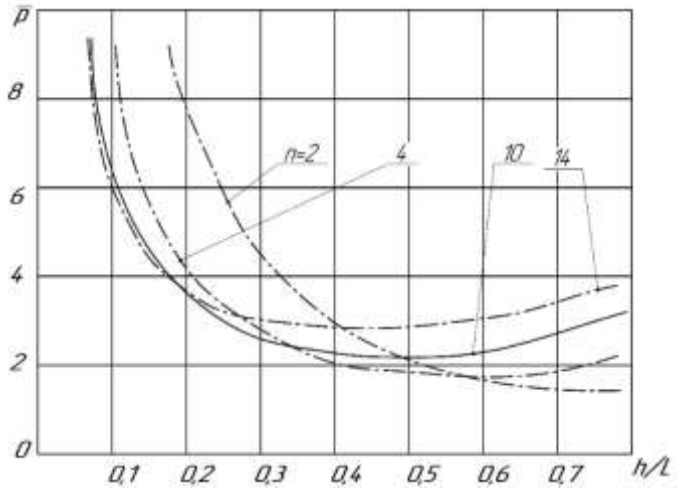



Рисунок 3.4 – Залежність приведеного тиску осадки від кількості жорстких елементів

Приблизно криву, що описує мінімальні значення $n$, можна отримати після припущення про однаковий кут перетину граничними лініями горизонтальної осі симетрії (тобто при $a$ = 45 °). Тоді з (3.2) отримаємо

$$n = 1 + (R_0 - 2h_2)/h_z = c - 1, \qquad (3.3)$$

Використовуючи це значення $n$ у формулі (3.2) після перетворень отримаємо:

$$\bar{p} = 1 + \frac{1}{4}\left(C - \frac{1}{C}\right) \tag{3.4}$$

Формула (3.4) еквівалентна виразу для плоскої осадки при граничному терті, отриманому раніше в роботи [10]. Ймовірно, процес поперечного видавлювання без урахування впливу фланця можна розглядати як процес осадки «фіктивної смуги» (або диска) шорсткими плитами, тобто. як процес доштампування [4].

На рис. 3.5 дано графіки залежності (3.4) (крива 2) для приведеного тиску осадки $\bar{p}$ і для поперечного видавлювання при $H_0/R_0 \geq 0{,}6$ (крива 1) [11]. Для порівняння там же наведені дуже близькі значення $\bar{p}$ (о) для процесу доштампування плоскої заготовки [4].

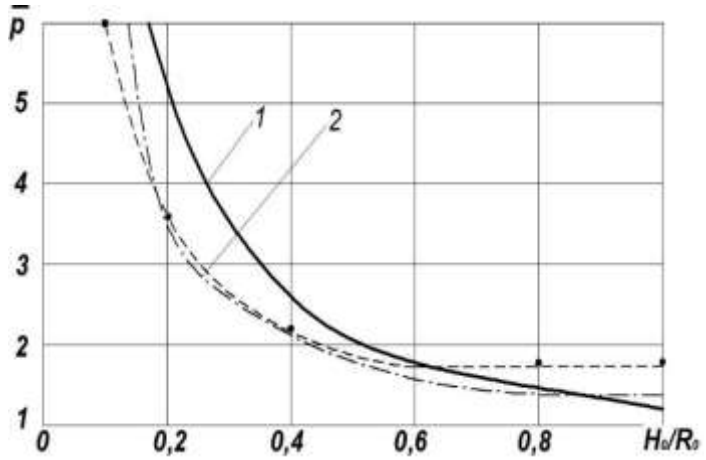



Рисунок 3.5 – Залежність приведеного тиску від відносної товщини відростка

Формули для плоского поперечного видавлювання, отримані методом верхньої оцінки, які дані в роботи [13], показують результати, близькі до кривої при *n = 4* на рис. 3.4. Аналогічно отримані рішення і для інших модулів осадки та плоского деформування, що відрізняються умовами тертя, схемою застосування навантаження та видом розривного поля швидкостей [10, 13]. Відомі рішення дають результати близькі між

собою і залежностями, що відображені кривими 1 і 2 (див. рис. 3.5), але дещо перевищують тиск (о) для плоскої схеми процесу доштампування.

Значення $l_{ij}, V_{ij}, l_{ik}, V_{ik}$ з рис. 3.3 можна також знайти з геометричних параметрів деталі, включаючи і значення куту $\alpha$:

$$l_{12} = l_{23} = l_{34} = ..... = l_{2n,2n+1} = \frac{h}{2 \cdot \cos\alpha}; l_{13} = l_{15} = l_{17} = l_{2n-1} = h \cdot tg\alpha;$$

$$n = \frac{B}{2 \cdot h \cdot \cos\alpha};$$

$$V_{12} = V_{23} = V_{34} = V_{2n,2n+1} = \frac{V_0}{2 \cdot \cos\alpha};$$

$$V_{13} = V_0 \cdot tg\alpha; V_{15} = 2 \cdot V_0 \cdot tg\alpha; V_{17} = 3 \cdot V_0 \cdot tg\alpha; V_{1,2n+1} = n \cdot V_0 \cdot tg\alpha.$$

Підставляючи отримані значення $l_{ij}, V_{ij}, l_{ik}, V_{ik}$ до рівняння енергетичного балансу (Е1в), отримано формулу для розрахунку для стиснення тонкої смуги[10]:

$$\overline{p} = \frac{1}{\sin\alpha} + \mu_S \cdot \frac{B}{2 \cdot h} \quad ;$$

Цей вираз можна мінімізувати за параметром $\alpha$. Максимальне значення $\sin 2\alpha = 1$, воно повідомляє мінімальне значення тиску $\overline{p}$ і це при $\alpha = 45^\circ$.

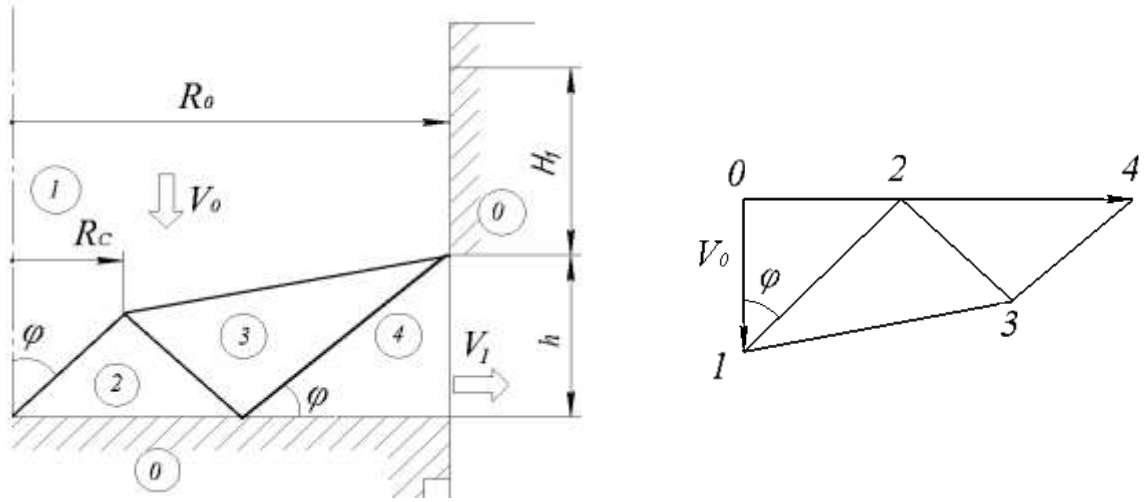
$$\overline{p} = \frac{1}{\sin 90^\circ} + \mu_S \cdot \frac{B}{2 \cdot h} = 1 + \mu_S \cdot \frac{B}{2h};$$

$$\overline{p} = 1 + \mu_S \cdot \frac{B}{2 \cdot h}. \qquad (3.5)$$

### 3.3 Поперечне видавлювання (осадка смуги)

При видавлюванні з великими значеннями $h/L\ (\geq 0.6)$ форма осередку деформації в зоні осадки помітно відрізняється від диска (див. рис. 3.3, а), що показує доцільність подальшого уточнення отриманого рішення. За основу візьмемо кінематично можливе поле, що складається з двох жорстких блоків (за рис. 3.4 оптимальне $n = 2$) та побудуємо відомим методом годограф швидкостей для випадку одностороннього прикладання навантаження і несиметричного осередку деформації (рис. 3.6).

Для зручності розрахунку компонент $l_{ij}$ і $V_{ij}$ і попарних виразів $l_{ij}V_{ij}$ через геометричні параметри процесу приймаємо: $V_0 = h_2$ *($h_2$=h).* Результати наведено у табл. 3.2.




а б

Рисунок 3.6 – Кінематично можливе поле (а)і годограф (б) швидкостей для схеми плоского поперечного видавлювання: *($h = h_2$).*

Таблиця 3.2 – Величини граничних ліній і розривів швидкостей

| i-j | $l_{ij}$ | $V_{ij}$ | $l_{ij} \cdot V_{ij}$ |
|---|---|---|---|
| 1-2 | $\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot R_C$ | $\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot h_2$ | $2 \cdot R_C \cdot h_2$ |
| 1-3 | $\sqrt{(h_2 - R_C)^2 + (R_0 - R_C)^2}$ | $\sqrt{(h_2 - R_C)^2 + (R_0 - R_C)^2}$ | $(h_2 - R_C)^2 \cdot (R_0 - R_C)^2$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2-3 | $\sqrt{R_C{}^2 + (R_0 - h_2 - R_C)^2}$ | $\sqrt{R_C{}^2 + (R_0 - h_2 - R_C)^2}$ | $R_C{}^2 + (R_0 - h_2 - R_C)^2$ |
| 3-4 | $\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot h_2$ | $\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot R_C$ | $2 \cdot R_C \cdot h_2$ |

Підставивши попарні розрахунки $l_{ij}\,V_{ij}$ в рівняння енергетичного балансу (Е-1в), можна отримати залежність для приведеного тиску деформування металу в межах центральної зони 2-3-4–, тобто модуля поперечного видавлювання.

Для симетричного поперечного видавлювання з двосторонньою подачею металу у матрицю подібне рішення можна отримати використаючи схему на рис. 3.3 при *n* =2.

Підставивши попарні розрахунки $l_{ij}\,V_{ij}$ в рівняння енергетичного балансу (Е-1в), можна отримати залежність для приведеного тиску деформування металу в межах центральної зони 2-3-4 модуля поперечного видавлювання.

$$\overline{p} = \frac{1}{2 \cdot R_0 \cdot h_2} \cdot \left( \sum l_{ij} \cdot V_{ij} \right);$$

Після спрощення:

$$\overline{p} = 2 \cdot R_0^2 + 2 \cdot R_0 \cdot h_2 - 2 \cdot R_C \cdot R_0 + R_0^2 - R_0 \cdot h_2 + h_2^2;$$

$$\frac{\partial \overline{p}}{\partial R_C} = 0 \Rightarrow 4 \cdot R_C + 2 \cdot h_2 - 2 \cdot R_0 = 0;$$

$$2 \cdot R_C + h_2 - R_0 = 0;$$

$$R_c = \frac{R_0 - h_2}{2}.$$

Це оптимальне значення $R_c$. Підставляємо його у вираз для $\overline{p}$ і отримуємо формулу для розрахунку приведеного тиску $\overline{p}$ плоского поперечного видавлювання:

$$\overline{p} = \frac{R_0}{h} + \frac{h}{4 \cdot R_0}. \qquad (3.6)$$

Ця формула відображена кривою 1 на рис. 3.4 і вона добре узгоджується з експериментальними даними при $\frac{h_\Phi}{R_0} > 0,6$, де $h_\Phi = 2h_2$.

Додаткові витрати на подолання сил тертя можна врахувати додаванням доданку.

$$+\Delta\overline{p}_{TP} = 2\cdot\mu_S\frac{H_v}{R_0}, \qquad (3.7)$$

де $H_v$ – довжина контакту металу з матрицею у вхідній зоні 1.

При $\frac{h}{R_0} < 0{,}3$цьому слід використовувати розривні поля з великою кількістю трикутних елементів. У цьому випадку підходить модель плоскої осадки тонкої смуги і формула (3.5) при $\mu_S = 0{,}5$.

Введемо позначення $\overline{h} = h/R_0$ і отримаємо загальну розрахункову формулу:

$$\overline{p}_1 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{\overline{h}} + \overline{h}\right) + \mu_s\cdot\left(2 - \overline{h} + \overline{H}_1\right). \qquad (3.8)$$

Слід відмітити, що при видавлюванні з малими значеннями ($h/R_0 \le 0{,}6$) форма осередку деформації в зоні 1 схожа на смугу, а кількість жорстких елементів збільшується. У цьому випадку для поперечного видавлювання можна використовувати вираз (3.4) для плоскої осадки смуги, отриманий у роботі [10]. Відмінність в тому, що будуть використані різні значення коефіцієнтів тертя на верхній і нижній границях зони, причому на верхній границі з рухомою зі швидкістю $V_0$ зоною коефіцієнт контактного тертя прийме граничне значення $\mu_1 = 0{,}5$, так як верхня границя зони осадки є границею зрізу. Формула для приведеного тиску набуде вигляду:

$$\overline{p}_1 = 1 + \frac{R_0}{2\cdot h}\cdot\left(\mu_1 + \mu_2\right). \qquad (3.9)$$

Проведемо графічний аналіз отриманої залежності (3.8) приведеного тиску поперечного видавлювання від геометричних параметрів процесу і умов контактного тертя. Витрати на контактне тертя в зоні 1 враховуємо за допомогою доданку $\overline{H_1}\cdot\mu_{s2}$, де $\overline{H}_1 = H_1/R_0$.

На рис. 3.7 наведено графіки залежності (3.8) для приведеного тиску поперечного видавлювання деталей з фланцями та відростками (рис. 3.9). У розглянутому діапазоні значень $\overline{h}$ тиск деформування зростає зі

зменшенням висоти $\bar{h}$, тобто ще немає на кривих лунки, яка б показала мінімум тиску $p_1$. Вплив тертя очікуваний: зі зростанням значення коефіцієнта тертя приведений тиск збільшується.

Наприклад, при $h/R_0 = 0{,}6$ при зміні $\mu$ з 0,08 до 0,2 тиск зростає на 30%. При збільшенні відносної довжини контакту зони 1 $\overline{H}_1$ в два рази приведений тиск збільшується на 14%. Ці істотні зміни в силовому режимі, пов'язані зі зміною умов тертя або протяжності контактних поверхонь по ходу процесу, слід враховувати таким чином, що розрахунки процесів видавлювання треба виконувати окремо для послідовних етапів деформування заготовки. Відомі рішення для схеми процесу плоскої доштамповки [4, 13] дають результати, які незначно перевищують тиск за залежністю (3.8), що обумовлено впливом низьких значень контактного тертя. Рекомендації з використання отриманих формул для розрахунку осесиметричної деформації шляхом заміни витяжки співвідношенням площ [10] показали зниження розрахункових значень тисків поперечного (радіального) видавлювання.

Проведено порівняльний аналіз теоретичних розрахунків з експериментальними даними силового режиму у початкової стадії процесу поперечного видавлювання. Порівняння експериментальних і теоретичних значень силових параметрів виконано для деталей з фланцем (рис. 3.9). У порівнянні з рішенням енергетичнім методом з осесиметричним модулем прямокутної форми (крива 1) (див. рис. 3.9), рішення МВО (криві 2 та 3) демонструє суттєво (до 25%) нижчі розрахункові дані для тисків деформування [12, 13].

Рішення для пласких задач поперечного видавлювання за формулами (3.8) і (3.9) відображено на рис. 3.9 відповідно кривими 2 та 3, розташованими по обидві стороні від експериментальної кривої 4. Так, тиск розрахований за формулами (3.8) і (3.9), дорівнює при висоті $\bar{h} = 0{,}3$, $\bar{p} = 2{,}27$ та $\bar{p} = 1{,}99$; при $\bar{h} = 0{,}5$, $\bar{p} = 1{,}69$ та $\bar{p} = 1{,}6$; при $\bar{h} = 0{,}8$, $\bar{p} = 1{,}44$ та $\bar{p} = 1{,}39$; при $\bar{h} = 1{,}0$, $\bar{p} = 1{,}4$ та $\bar{p} = 1{,}31$.

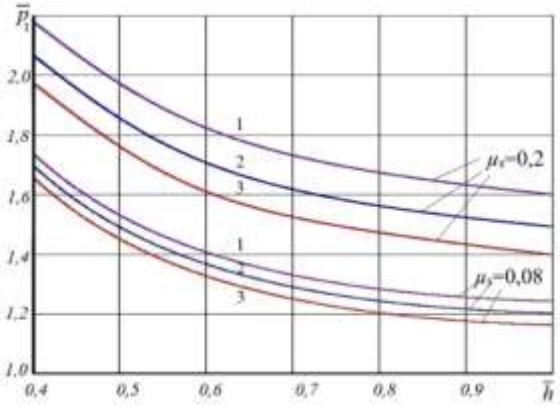



Рисунок 3.7 – Залежність приведеного тиску поперечного видавлювання від відносної товщини відростка: *1 – $H_1$ = 2,0; 2 – $H_1$ = 1,5; 3 – $H_1$ = 1,0*

Рисунок 3.8 – Деталі, які виготовлені поперечним видавлюванням

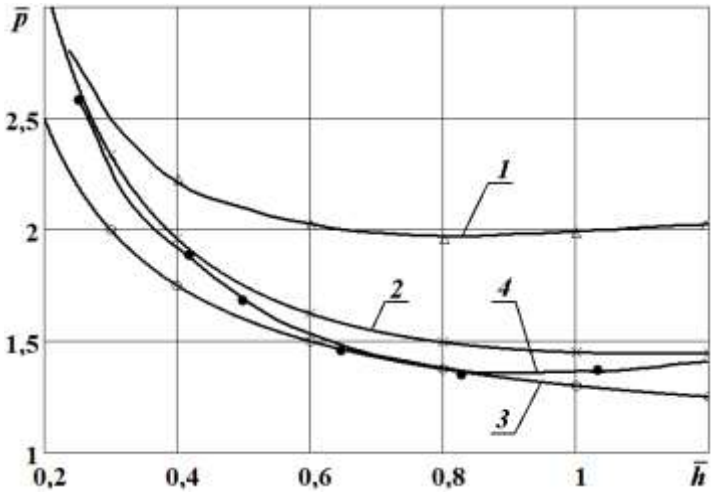



Рисунок 3.9 – Співставлення теоретичних і експериментальних значень тисків на початковій стадії поперечного видавлювання

*Тиск деформування при боковому видавлюванні*

Формулу (3.6) можна використовувати і для розрахунку приведеного тиску бокового видавлювання відростків діаметром *d*:

$$\bar{p} = 2 \cdot \left( \frac{R_0}{d} \right)^2 + \frac{1}{8} \cdot \left( \frac{d}{R_0} \right)^2; \qquad (3.10)$$

# 4 АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ПОЗДОВЖНЬОГО ВИДАВЛЮВАННЯ

## 4.1 Верхня оцінка тиску прямого видавлювання

Задача рішається за загальним алгоритмом: будуємо розривне поле та годограф швидкостей (рис. 4.1), знаходимо значення граничних ліній і розривів швидкостей (табл. 4.1) і по рівнянню енергетичного балансу (Е1в) вичислимо приведений тиск видавлювання і проводимо його оптимізацію.

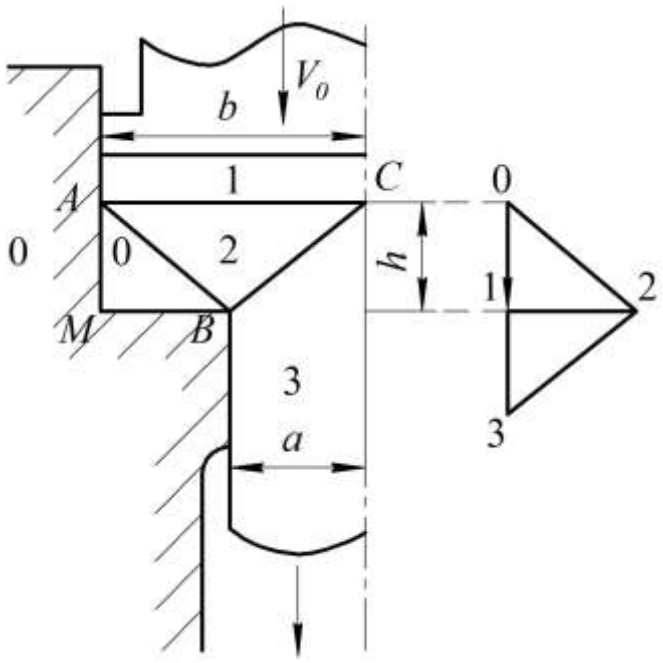



Рисунок 4.1 – Розрахункова схема процесу прямого видавлювання

Таблиця 4.1 – До розрахунку тисків деформування

| i-j | $l_{ij}$ | $V_{ij}$ | $l_{ij} \cdot V_{ij}$ |
|---|---|---|---|
| 1-2 | B | $V_0 \cdot \frac{B-a}{h}$ | |
| 0-2 | $\sqrt{h^2+(B-a)^2}$ | $V_0 \cdot \frac{l_{02}}{h}$ | |
| 2-3 | $\sqrt{h^2+a^2}$ | $V_0 \cdot \frac{B-a}{h} \cdot \frac{l_{23}}{h}$ | |

З розрахункової схеми процесу (рис. 4.1) можна отримати відношення для швидкостей:

$$\frac{V_{12}}{V_0}=\frac{B\cdot a}{h},\ \frac{V_{02}}{V_0}=\frac{l_{02}}{h},\ \frac{V_{23}}{V_{13}}=\frac{l_{23}}{h},\ V_{13}=V_0\cdot\left(\frac{B-a}{a}\right). \qquad (4.1)$$

Підставивши попарні розрахунки $l_{ij}\,V_{ij}$(табл. 4.1) в рівняння енергетичного балансу (Е-1в), можна отримати залежність для приведеного тиску деформування металу в межах зони модуля прямого видавлювання.

Розрахункова залежність після спрощення:

$$\bar{p}=\frac{1}{2\cdot B\cdot V_0}\cdot\sum l_{ij}\cdot V_{ij};$$

$$\bar{p}=\frac{B-a}{h}+\frac{h}{2\cdot a};$$

$$\frac{\partial\bar{p}}{\partial h}=0;$$

$$-\frac{B-a}{h^2}+\frac{1}{2\cdot a}=0;$$

$$h^2=2\cdot a\cdot(B-a);$$

$$h=\sqrt{2\cdot a\cdot(B-a)}.$$

Це оптимальна висота даного осередку деформації. Підставляючи це значення $h$ у формулу для приведеного тиску, отримано вираз для розрахунку приведеного тиску плоского прямого видавлювання [10]:

$$\bar{p}=\sqrt{\frac{2\cdot(B-a)}{a}}. \qquad (4.2)$$

Тертя враховується так само, як і в попередньому прикладі (див. (3.7)).

Тиск зворотного видавлювання знайдемо з відношення:

$$\bar{q}_{ОБР}=\bar{p}_{ПР}\cdot\frac{B}{B-a}\ \text{при}\ \mu_S=0. \qquad (4.3)$$

## 4.2 Моделювання процесу зворотного видавлювання

Задача вирішується за тім же алгоритмом: будуємо розривне поле та годограф швидкостей (рис. 4.2), знаходимо значення граничних ліній і розривів швидкостей (табл. 4.2) і за енергетичним балансом обчислимо приведений тиск видавлювання.

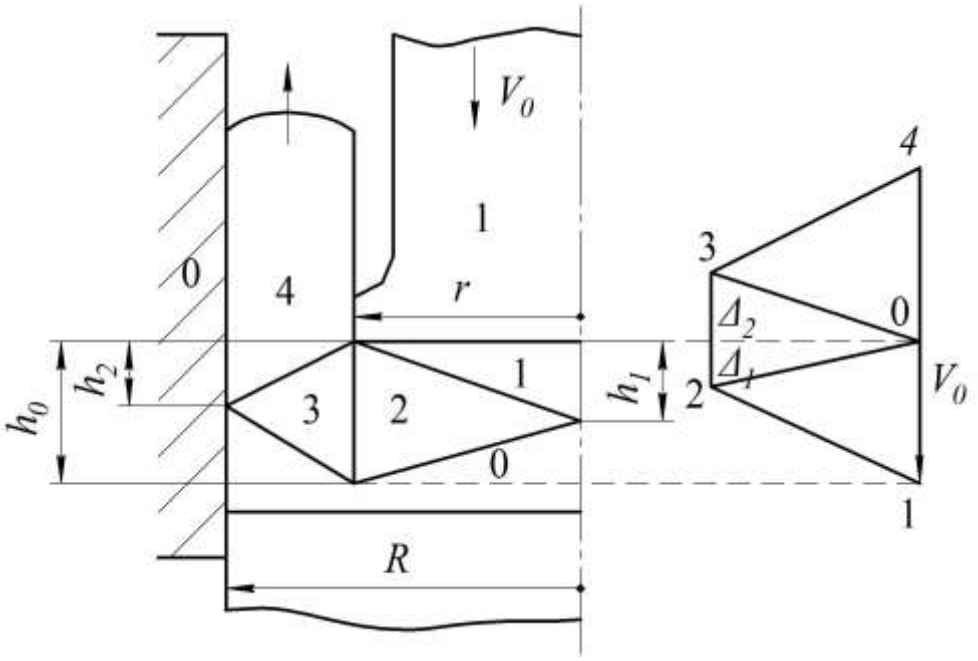



Рисунок 4.2 – Схема процесу зворотного видавлювання

Граничні умови такі: пуансон та зона 1 рухаються вниз з швидкістю $V_0$, а в зоні 4 метал видавлюється в зворотному напрямку з швидкістю $W = V_0 \cdot \frac{r}{R-r}$.

Значення ліній розриву і самих швидкостей розриву встановлено з умови подібності полю і годографа швидкостей.

$$\frac{V_{12}}{V_0} = \frac{l_{12}}{h_0} \Rightarrow V_{02} = V_0 \cdot \frac{l_{02}}{h_0};$$

$$\frac{\Delta 1}{V_0} = \frac{h_0 - h_1}{h_0}, \quad \frac{\Delta 2}{V_{ВЫХ}} = \frac{h_0 - h_2}{h_0}.$$

Таблиця 4.2 – Значення ліній і швидкостей розриву

| i-j | $l_{ij}$ | $V_{ij}$ |
|---|---|---|
| 1-2 | $\sqrt{r^2 + h_1^2}$ | $V_0 \cdot \frac{l_{12}}{h_0}$ |
| 0-2 | $\sqrt{r^2 + (h_0 - h_1)^2}$ | $V_0 \cdot \frac{l_{02}}{h_0}$ |
| 2-3 | $h_0$ | $V_0 \cdot \frac{h_0 - h_1}{h_0} + V_0 \cdot \lambda \cdot \frac{h_0 - h_2}{h_0}$ |
| 0-3 | $\sqrt{(R-r)^2 + (h_0 - h_2)^2}$ | |
| 3-4 | $\sqrt{(R-r)^2 + h_2^2}$ | |

Підставивши $l_{ij} \cdot V_{ij}$ у вираз для приведеного тиску (Е-1в), – мінімізуємо по (Е-2а) і отримаємо оптимальні значення для параметрів процесу:

$$h_0 = 4 \cdot r \cdot \sqrt{\frac{\overline{R} - 1}{7}},\ h_1 = h_2 = \frac{3}{4} \cdot h_0. \qquad (4.4)$$

Підставляючи оптимальні значення параметрів осередку деформації у формулу для приведеного тиску, отримаємо розрахунковий вираз Торхова А. С. для приведеного тиску зворотного видавлювання $\overline{p}$ [12]:

$$\overline{p} = \frac{\overline{R}}{2} \cdot \sqrt{\frac{7}{\overline{R} - 1}}, \qquad (4.5)$$

де відносний радіус $\overline{R} = R / r$.

# 5 МЕТОД КІНЕМАТИЧНИХ МОДУЛІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

## 5.1 Метод кінематичних модулів для розв'язання задач плоского пластичного деформування

Для нових процесів точного штампування видавлюванням становлять інтерес моделі, що дозволяють оцінити поетапний розвиток енергосилового режиму, що включає не тільки активне навантаження, що деформує, але і додаткові зусилля, що витрачаються на замикання складних складових матриць. Важливим завданням є також моделювання контактних напружень (тисків), рівень яких значною мірою визначає можливості технології та інструменту.

Для оперативного аналізу використовують метод кінематичних модулів що дозволяє описати складні схеми течії за допомогою елементарних модулів (елементів) (по Кудо Х. – одиничних областей), рішення для яких уже відомо. Сумарна оцінка величини приведеного тиску в цьому випадку дорівнює сумі приведених тисків модулів, що входять в технологічну схему. Модульний підхід сприяє підвищенню оперативності енергетичного методу, зниженню трудомісткості обчислень технологічних режимів за відповідними схемами або етапами деформування[2, 13–15].

Аналіз способів штампування дозволив виділити основні типи кінематичних модулів A – D, що характеризують такі схеми плоскої деформації: A – стискання смуги; B – обтискання;C – стискання клину; D – розворот течії металу [13–17].

Кінематичні модулі для розв'язання пласких задач, які наведено у додатку А (табл. А.1), були проаналізовані для отримання розрахункових

виразів залежно від напряму впливу, витікання металу та з метою визначення області раціонального використання.

Модулі осадки можна віднести до найбільш застосовуваних [6]. Такий модуль може бути використаний для опису зон стискання пуансоном при поперечному та зворотному видавлюванні (див. рис. 3.3, 3.6, 4.2), а також при висадці фланців. Для розрахунку приведеного тиску з умови рівності потужностей зовнішніх і внутрішніх сил при пласкій деформації жорсткопластичного тіла використовують формулу (Е.1в).

Кінематичні трикутні модулі з прямолінійними межами (рис. 5.1) для задач плоско-деформованого стану мають властивість інверсійності (оборотності), тобто мають здатність до визначення приведеного тиску при інверсії напрямів векторів вхідної швидкості по відношенню до швидкості виходу. Властивість трансформації рішення є важливою властивістю кінематичного модуля, що сприяє розширенню можливостей його оперативного використання і пристосовності. Це особливо важливо в методі кінематичних модулів, коли модуль даного виду необхідно оперативно вбудувати в конструкцію розривного поля швидкостей, що описує течію металу в осередку деформації складної конфігурації.

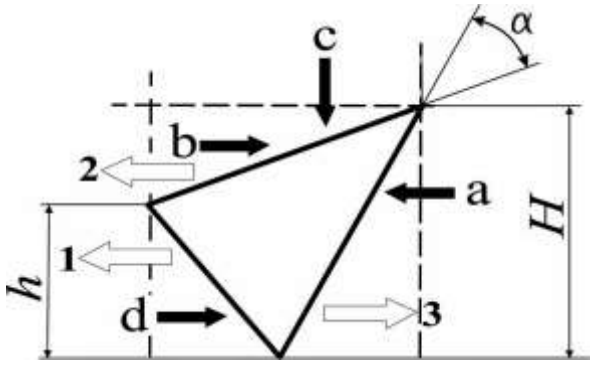


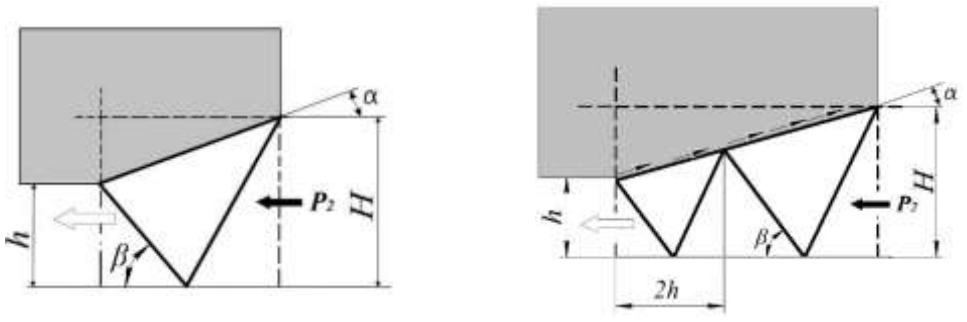

Рисунок 5.1 – Схема кінематичного трикутного модулю (елемента) для розв’язання задач плоско-деформованого стану

Отже, при поздовжньому видавлюванні рішення, отримані для прямого видавлювання, можна, використовуючи суперпозицію

швидкостей, трансформувати для поля швидкостей зворотного видавлювання. Ця властивість корисна і для вирішення задач визначення силового режиму в процесах, що протікають в умовах додаткових кінематичних і силових впливів при видавлюванні в штампах з роз'ємними або рухомими матрицями, а також на пресах подвійної або потрійної дії. При аналізі силового режиму часто виникає задача розрахунку додаткових сил і кінематичних впливів, іноді віртуальних. Наприклад, припускаючи віртуальне переміщення напівматриць, сили їх розкриття знаходять шляхом лінеаризації потужностей зовнішніх сил відносно швидкостей, які входять, що за методом верхньої оцінки, тобто при жорстких кінематичних елементах, виконується автоматично.

Кінематичні модулі для обтискання (зменшення розмірів перерізу) використовуються для аналізу процесів редукування, прямого та зворотного видавлювання [10, 12]. При течії металу в зоні фаски матриці або конічної порожнини можна також використовувати трикутні елементи.

Аналіз найпростішого модуля з одним жорстким трикутним елементом був виконаний стосовно умовного процесу прямого видавлювання (рис. 5.2, а). Величини $l_{ij}$ і $V_{ij}$ визначені за аналогією з рішенням [10] з подібності трикутних елементів у полі та годографі швидкостей.




а) б)

Рисунок 5.2 – Схема кінематичного трикутного елемента для розв'язання задач плоско-деформованого стану

Прийнято, що $\beta = 45^{\circ}$, а $\alpha$ – кут вхідної конічної кромки) матриці. Параметр $\lambda$ визначено, як $\lambda = h / H$.

Після підстановки значень $l_{ij}$ і $V_{ij}$ у формулу (Е1в) і перетворень отримаємо вираз для розрахунку приведеного тиску деформування в зоні перехідної кромки матриці:

$$\bar{p}_2 = \frac{1+\lambda^2+2\mu(1-\lambda)-2\lambda\cos 2\alpha-\lambda(1-\lambda)\sin 2\alpha}{\lambda(1-\cos 2\alpha+\sin 2\alpha)}, \qquad (5.1)$$

Величину приведеного тиску для зворотного видавлювання деформуючим пуансоном з перетином $(H-h)$ легко знайти знаючи тиск прямого видавлювання:

$$\bar{p}_{об} = \bar{p}_{2пр} \big/ (1-\lambda). \qquad (5.2)$$

При видавлюванні через протяжну конічну перехідну кромку (фаску або порожнину матриці) $\alpha \le \frac{\pi}{6}$ із загальним значенням витяжки $q$ і цілим числом жорстких елементів $n$ встановимо за формулами:

$$q = H / h \;; \quad n \approx \ln q / \ln(1+2tg\alpha) \;; \qquad (5.3)$$

Потім визначимо значення витяжки для одного елемента $\lambda = 1/\sqrt[n]{q}$ і далі для розрахунку приведеного тиску видавлювання $\bar{p}_{2к}$ у порожнини матриці використовуємо вираз (7):

$$\bar{p}_{2к} = n\bar{p}_{2пр} \qquad (5.4)$$

Як показують дослідження, для розривних полів швидкостей з прямолінійних трикутних елементів можна отримати приведений тиск не тільки для реверсивного випадку, а й у випадках прикладання навантаження в перпендикулярному напрямку, тобто рішення для випадку ***а*** придатне для застосування інверсії практично для будь-якого процесу. Так для варіанту напрямку вектору впливу ***С*** і вектору витікання ***1*** при

аналізі сил розкриття матриць приведені тиски визначають в послідовності (див. рис. 5.1). Знаходимо по (5.1) значення тиску $\overline{p}_{a-1} = \overline{p}_2$.

$$\overline{p}_{b-1} = \overline{p}_{a-1}/(1-\lambda); \quad \overline{q}_{c-1} = \overline{P}_{b-1} - \frac{2\mu}{sin2\alpha};, \tag{5.5}$$

де $\lambda = h/H$.

Тобто при прикладенні сили деформування тим же інструментом, але з переміщенням його ортогонально до вихідного вектору необхідно враховувати зміну, викликану впливом сил тертя і кутом нахилу контактної поверхні за допомогою складової:

$$\overline{P}_{mp} = \frac{2\mu}{sin2\alpha} \ . \tag{5.6}$$

У той же час, такий підхід виявився неприйнятним для кінематичних трикутних елементів з криволінійними твірними, застосування яких доцільне для багатьох процесів точного штампування.

Для визначення тиску деформування металу на закругленій перехідній кромці матриці використовуємо аналогію зі схемою прямого видавлювання через криволінійну матрицю (рис. 5.3). При побудові розривного поля та годографа швидкостей використовуємо методику, розроблену для аналізу процесів поздовжньої течії [6, 10, 13].

При побудові годографа швидкостей даного елемента скористаємося умовою сталості об’єму і співвідношенням $W = V_{04}H/h$. Отже, положення точок 0, 4 і 6 на годографі швидкостей вважатимуться відомими.

Для дотримання кінематичних умов розрив тангенціальної компоненти швидкості вздовж кожної лінії ковзання АЕ, АМ, МЕ повинен бути постійним. З цього виходить, що елементи А'Е', А'М', М'Е' годографа – дуги кіл з радіусами, рівними розриву швидкості на відповідних лініях ковзання, і їх центри розташовані відповідно в точках 0, 4 і 6, які лежать на однієї прямої лінії. Елементи, що становлять поле ліній ковзання криволінійного модуля 5, подібні до елементів годографа і повернуті відносно останніх на $90^0$.

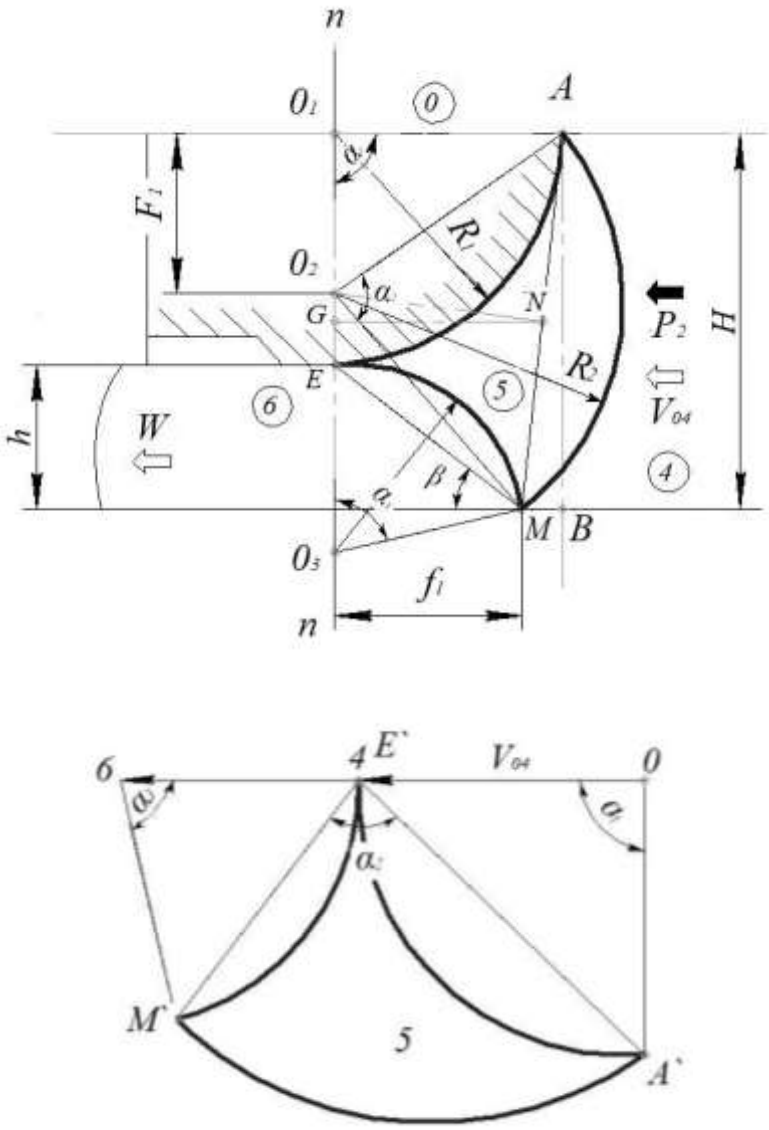



Рисунок 5.3 – Поле і годограф швидкостей при течії металу через криволінійну матрицю

При обчисленні питомої сили видавлювання металу в криволінійному блоці зручно скористатися подібністю поля ліній ковзання та годографа, з якого виходить [6, 13]:

$$\frac{v_{05}}{R_1} = \frac{v_{45}}{R_2} = \frac{v_{56}}{R_3} = \frac{v_{04}}{F_1} = П\,, \tag{5.7}$$

де $F_1$ – відстань між центрами кривизни $O_1$ та $O_2$; $П$ – коефіцієнт подібності.

Це дозволяє виразити значення для криволінійних трикутників через значення радіусів кривизни полів швидкостей. Виражаючи величини, що входять у формулу (Е1) через розміри поля швидкостей $R_i, h$ і кути $\beta$ і $\alpha$ (в радіанах), і зважаючи на те, що замість $V_0$ маємо швидкість $V_{04} = F_1 П$, можна отримати аналітичну залежність для приведеного тиску видавлювання. Результати розрахунку $v_{ij} l_{ij}$ зведено до табл. 5.1.

Таблиця 5.1 – Довжини границь та величини розриву швидкостей

| $ij$ | $l_{ij}$ | $v_{ij}$ | $v_{ij} l_{ij}$ |
|---|---|---|---|
| 0-5 | $\frac{\pi}{2} R_1$ | $R_1 П$ | $\frac{\pi}{2} R_1^2 П$ |
| 4-5 | $\alpha_2 R_2$ | $R_2 П$ | $\alpha_2 R_2^2 П$ |
| 5-6 | $\alpha_3 R_3$ | $R_3 П$ | $\alpha_3 R_3^2 П$ |

З побудови на рис. 5.3 знаходимо, що

$$R = H = R_1 + h;\ f_1 = h \cdot ctg\beta;\ \alpha_3 = 2\beta;\ \alpha_2 = \arcsin\frac{T}{2R_2};\ R_2 = \sqrt{R_1^2 + F_1^2};$$

$$T = \sqrt{\left(R_1 - f_1\right)^2 + \left(R_1 + h\right)^2};\qquad R_3 = \frac{h}{2\sin^2\beta}; \tag{5.8}$$

Потребує пояснення знаходження величини $F_1$, що означає відстань між центрами радіусів $O_1$ і $O_2$. Для цього використовуємо властивості трапецій та подібність трикутників ANB та $O_2$MG. Позначимо $\Delta = O_2G$, тоді знаючи висоту трапеції як напівсуму основ знаходимо:

$$\frac{\Delta}{R_1 + f_1} = \frac{R_1 - f_1}{2(R_1 + h)}$$

$$F_1 = \frac{R_1 + h}{2} - \Delta = \frac{R_1 + h}{2} - \frac{R_1^2 - f_1^2}{2(R_1 + h)} = \frac{h^2}{2R} A, \tag{5.9}$$

де $$A = 1 + 2\frac{R_1}{h} + ctg^2\beta \tag{5.10}$$

Використовуючи значення компонентів кутів $\alpha_i$ та радіусів $R_i$ ліній ковзання, що підставляються в рівняння (Е-1в), отримаємо:

$$\bar{p}_2 = \frac{1}{2F_1R}\left(2\mu\frac{\pi}{2}R_1^2 + 2\beta\cdot\frac{h^2}{4\sin^4\beta} + R_2^2\cdot 2\arcsin\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\left(R_1 - f_1\right)^2 + \left(R_1 + h\right)^2}{R_1^2 + F_1^2}}\right) \quad (5.11)$$

Мінімізація виразу (5.11) за параметром $\beta$ дозволяє рекомендувати в діапазоні значень $m = R_1 / h = 0,2...2,5$; $\beta_{opt} = 1,33 - 0,26m$.

Як було відмічено, кінематичні трикутні елементі з криволінійними твірними не мають властивості інверсії і підхід, який був корисним для модулів з прямолінійними границями виявився неприйнятним для цих елементів. Це пов'язано з неможливістю застосування криволінійного трикутного елемента, який використовується при поздовжньому видавлюванні, для аналізу зусилля розкриття напівматриць, коли вплив під кутом, відмінним від 180°, викликає порушення принципу ортогональності, що використовується при побудові годографа швидкостей для даного елемента.

Побудову криволінійного модуля, що підходить для визначення тисків розкриття, виконано, виходячи з умови забезпечення ортогональності векторів вхідної $U_m$ і вихідної швидкостей, звідки випливає і ортогональність осей, на яких лежать центри дуг кіл, що обмежують кінематичний елемент [6].

Таким чином, відмінною особливістю нового модуля є застосування взаємно перпендикулярних осей *I-I* і *II-II*, на яких лежать центри радіусів дуг кіл модуля (рис. 5.4).

Приведений тиск розкриття в цьому випадку запишеться у вигляді:

$$\bar{q} = \frac{1}{2R_mF_2}\left[R_2^2\beta + R_3^2\varphi + 2\mu\frac{\pi}{2}R_m^2\right], \quad (5.12)$$

$$\text{де } R_2 = \frac{(R_m + h)^2 + (R_m - hctg(\beta))^2}{2(R_m - hctg(\beta))^2};$$

$$R_3 = \sqrt{F_2^2 + \left[h/\left(2sin(\beta)^2\right) + F_2 ctg(\beta)\right]^2} \quad F_2 = R_2 - R_m$$

$$\theta = arcsin\left[\frac{R_m + h}{R_2}\right]; \quad \varphi = 2\left[\theta - arctg\left[\frac{F_2}{F_2 ctg(\beta) + h/(2sin^2\beta)}\right]\right]$$

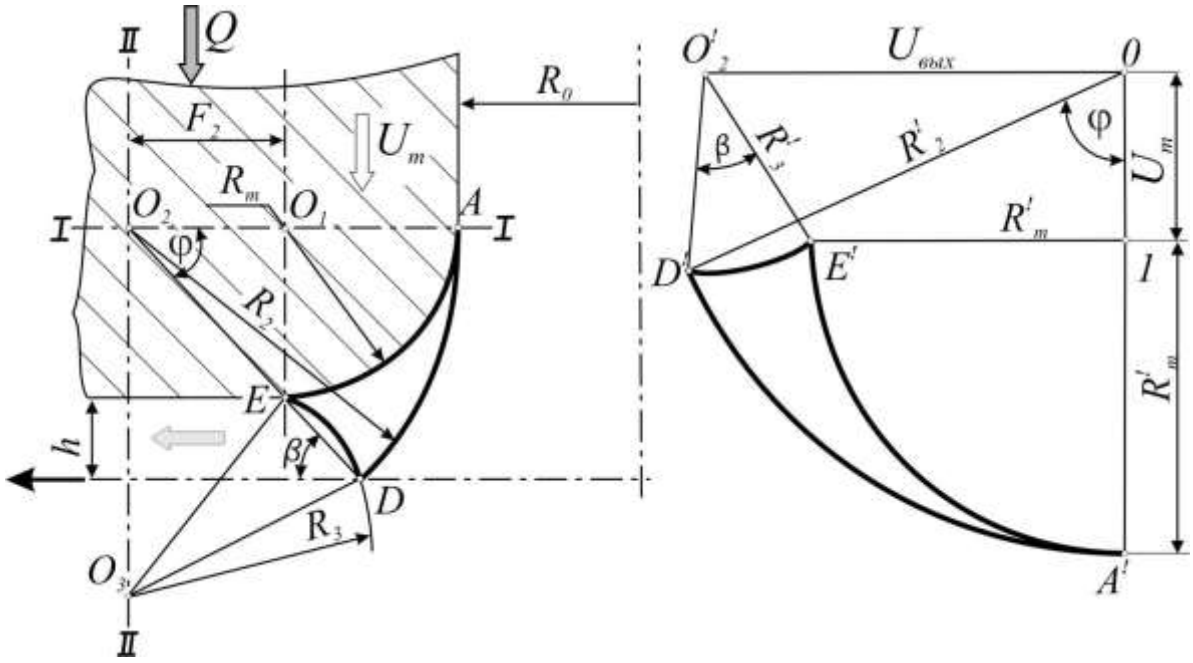



Рисунок 5.4 – Розривне поле і годограф швидкостей для криволінійного трикутного модуля при аналізі сил розкриття роз'ємної матриці

У формулу (5.12) так само входить параметр оптимізації $\beta$, значення якого необхідно підставляти в радіанах. Як і в попередньому випадку, оптимальне значення $\beta$ залежить від $\lambda$. Залежність представлена виразом:

$$\beta_{opt} = \frac{49°}{\sqrt{\lambda + 0.1}}. \qquad \lambda = R_m / h \quad (5.13)$$

Порівняння наведених способів визначення сил розкриття показало зниження приведеного тиску розкриття матриць, отриманого для пропонованого модуля за формулою (5.12). При розрахунку силових

параметрів процесу за співвідношенням $\lambda > 0,7$, яке найбільш часто зустрічається, зниження приведеного тиску становить 22...30 %.

Приведений тиск розкриття мінімальний при $\lambda = 1,0...2,0$. Збільшення коефіцієнта тертя на контактних поверхнях призводить до підвищення приведеного тиску розкриття напівматриць (рис. 5.5).

Як видно з графіків для розрахунку технологічних параметрів процесів з параметром $\lambda < 0,7$ застосування запропонованого модуля призводить до отримання дещо завищених результатів. Однак зі зростанням $\lambda$ стає очевидним зниження приведеного тиску розкриття матриць, одержаного за формулою (5.12), яку отримано з використанням запропонованого модуля; і вже при $\lambda = 1$ зниження приведеного тиску становить 22...25 %. Отриману формулу можна використовувати і для аналізу процесу підсадки (висадки фланця на заключній стадії). Розрахунки показують, що застосування запропонованого модуля і методики розрахунку приведеного тиску у всіх випадках викликає значне (більше 30 %) зниження величини приведеного тиску в порівнянні з модулем, що раніше використовувався. Застосування криволінійного трикутного елемента дозволяє описати точну геометрію інструменту.

Таким чином, побудовано криволінійний трикутний модуль для аналізу тисків розкриття горизонтально-роз'ємних матриць. Запропоновано розрахункову залежність, що сприяє зниженню верхніх оцінок приведеного тиску розкриття до 30 %.

Уточнено верхньограничне рішення для силового режиму з використанням криволінійного трикутного модуля для розв'язання задач визначення як тиску деформування, так і тисків розкриття напівматриць з радіусною перехідною кромкою.

Розрахунок інших елементарних модулів для імітації простіших процесів деформування частково розглянуто в наступних розділах або знайдено з літератури [2, 6, 9, 10–14]. Результаті дослідження у вигляді розрахункових формул зведено в табл. А.1 (додаток А).

Розрахунок інших елементарних модулів для імітації простіших процесів деформування частково розглянуто в наступних розділах або знайдено з літературі [2, 6, 9, 10–14]. Результаті дослідження у вигляді розрахункових формул зведено в табл. А.1 (див. додаток А) .

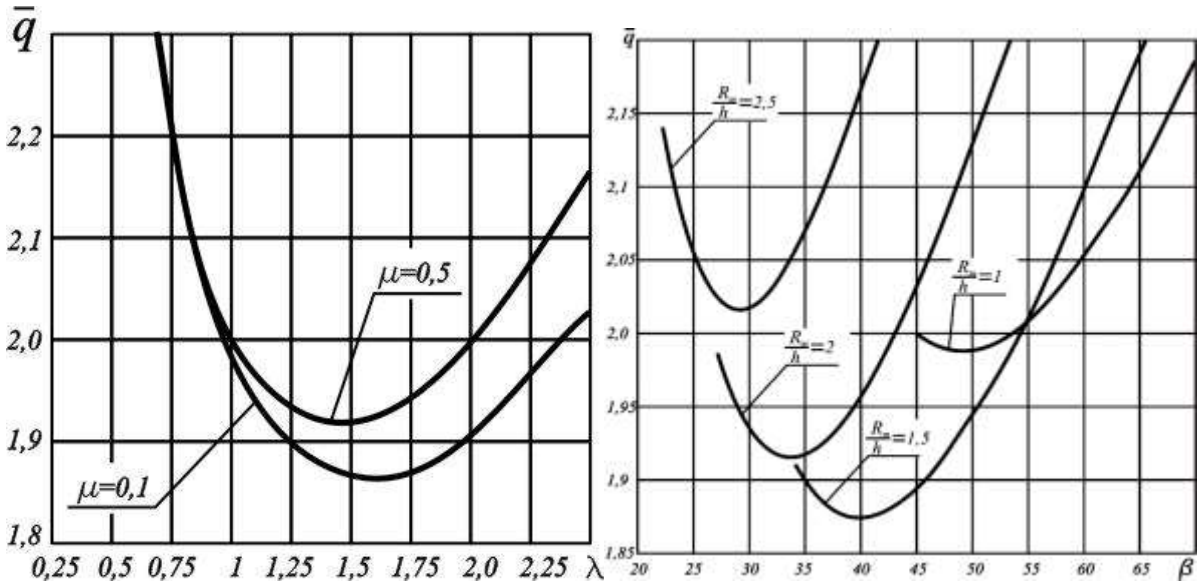
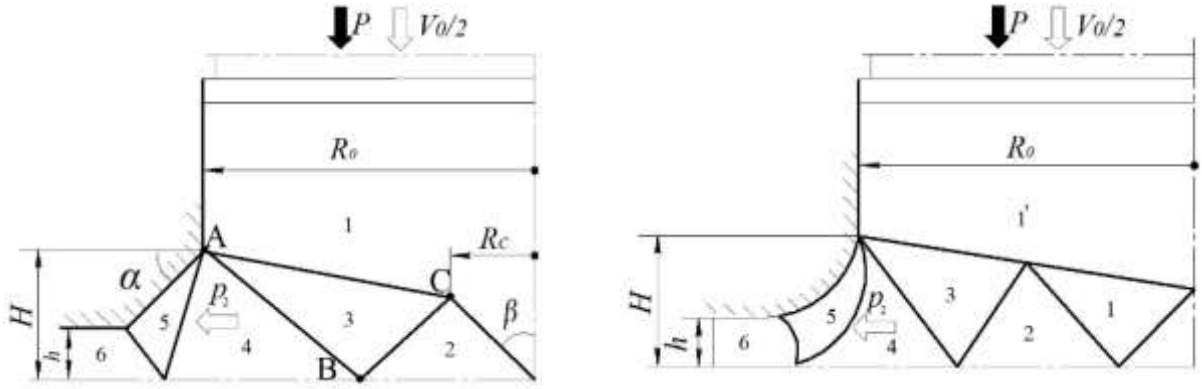



Рисунок 5.5 – Залежність приведеного тиску розкриття матриці від технологічних параметрів.

Розрахункові схеми процесу поперечного бокового видавлювання (рис. 5.6) містять модулі для аналізу течії металу в характерних зонах деталі: в центральній зоні, де відбувається стиснення та видавлювання металу та в перехідній, де на фасці матриці метал піддається обтисканню.

При цьому необхідно до тиску власне бокового видавлювання (3.5) і (3.6) додати і тиск для обтискання металу в перехідній зоні.




а) б)

Рис. 5.6 – Варіанти розрахункових схем для процесу бокового видавлювання

Таким чином, за методом МКМ повну величину приведеного тиску бокового видавлювання встановлюють підсумовуючи тиски $\overline{p}$ (3.4) або (3.6) і за виразами (5.1), (5.4) або (5.11), які булі встановлені для складових елементарних модулів.

# 6 МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КОМБІНОВАНОГО ВИДАВЛЮВАННЯ

## 6.1 Методи розрахунку й оптимізації параметрів комбінованого видавлювання

Процеси комбінованого видавлювання йдуть у оптимальному саморегульованому енергетичному режимі. Матеріал має кілька ступенів свободі течії, тобто декілька напрямів видавлювання, тому загальна потрібна енергія деформування істотно менша ніж у схемах видавлювання в одному напрямку. Матеріал тече у тому напрямі, у якому опір витіканню найменший. Заздалегідь важко прогнозувати напрямок переважної течії металу. Тому процеси комбінованого видавлювання проєктувати складніше, т.к. важко прогнозувати характер заповнення порожнини, а отже і формоутворення деталі, що штампується, і наростання її розмірів і контурів.

У залежності від схем видавлювання, які об’єднуються в процесі, а також типу деталі, розрахункові схемі і осередки комбінованого видавлювання можна розділити на 5 видів (рис. 6.1).

Процеси суміщеного комбінованого видавлювання з двома і більше ступенями свободи течії металу є найменш вивченими з погляду прогнозування формоутворення та утворення дефектів у деталей. Теоретичний аналіз процесів течії з декількома ступенями свободи течії, тобто видавлювання металу одночасно в декількох напрямках становить труднощі. Визначення напрямку переважного витікання металу і прогнозування послідовного формоутворення деталі, що штампується, на основі процедури мінімізації отриманого енергетичним методом рішення в ряді випадків не представляється можливим.

У ряді робіт вказується на неефективність застосування як змінних варійованих кінематичних (швидкісних) параметрів [2, 6, 10–12]. Відзначено доцільність вирішення проблеми мінімізації шляхом введення чотирикутних жорстких елементів, без вказівки схем течії, котрим прийнятні такі елементи. Чотирикутний елемент застосовували для поперечно-зворотного видавлювання деталі типу стакану з фланцем (рис. 6.2).

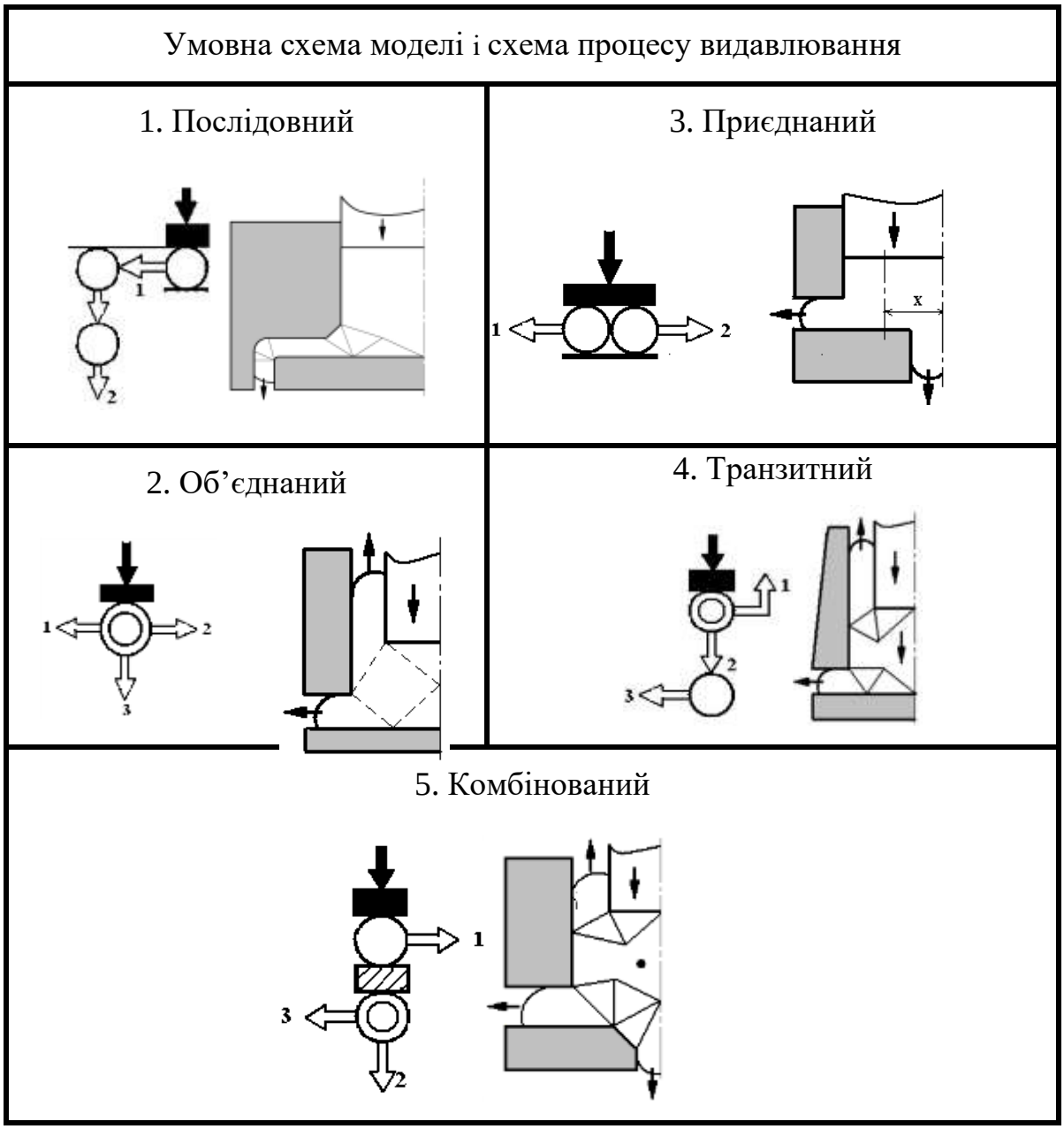
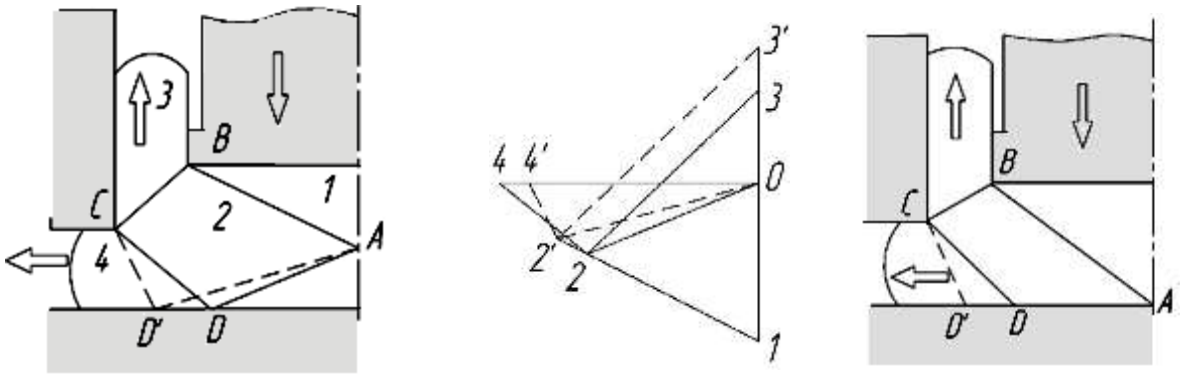



Рисунок 6.1 – Різновиди пластичних осередків деформації та відповідних розрахункових схем при комбінованому видавлюванні

Тут зміна вихідних швидкостей забезпечується варіюванням положення точки D на поверхні нижньої напівматриці і точки A на осі симетрії – однак, коли точка A займає крайнє нижнє положення, поле швидкостей (рис. 6.2, в) стає кінематично неможливим, а зміна положення точки D втрачає сенс. Це свідчить про наявність обмежень використання чотирикутних жорстких елементів.




а) б) в)

Рисунок 6.2 – Розривні поля та годограф швидкостей для процесу комбінованого поперечно-зворотного видавлювання

Як показали дослідження, застосування цих елементів для комбінованого видавлювання в матриці з суцільною кромкою, поперечно-прямого та зворотно-прямого видавлювання також неприпустимо через неможливість забезпечити умови суцільності і необхідне варіювання швидкостей ділянок, що видавлюються, зміною положення вершин чотирикутника.

Таким чином, проаналізовані жорсткі елементи підходять для тих схем деформування, в яких вихідні (видавлені) жорсткі ділянки межують з суміжними сторонами елементами, а положення вершини цих сторін може бути змінено зсувом вздовж осі симетрії або поверхні інструменту (див. рис. 6.2). Зазначимо, що у цих випадках до ромбу можна прийти і через традиційні трикутні елементи після виконання процедури мінімізації,

тобто більш універсальними і надійнішими кінематичними жорсткими елементами є трикутні елементи.

Дослідження продемонстрували, що для схем з об'єднаним ОД аналіз технологічних режимів можливий, якщо застосовувати кінематичні (швидкісні) параметри, як параметри, що варіюються.

Встановивши оптимальне значення вихідної швидкості $W$ можна встановити величину збільшення розмірів у тому чи іншому напрямку. Тим самим створюється можливість імітувати процес формоутворення від початку і до кінця процесу та прогнозувати характер заповнення порожнини, а також оцінити можливість забезпечення необхідних розмірів деталі, що штампується. Таким чином, швидкісні параметри використовуються як ті, що варіюються.

## 6.2 Моделювання процесу радіально-зворотного видавлювання методом верхньої оцінки

Різновидом поперечно-поздовжнього видавлювання з елементами радіальної течії металу є спосіб радіально-зворотного суміщеного видавлювання деталей типу стакану з фланцем. Становить інтерес аналіз силового режиму цього способу в порівнянні з традиційними схемами видавлювання порожнистих деталей з глухим отвором.

Розглянемо детально розв'язання поставленої задачі поперечно-зворотного видавлювання. Для побудови годографа швидкостей необхідно встановити одну з вихідних швидкостей ($V_{06}$ або $V_{08}$). Позначимо цю швидкість через початкову швидкість пуансону $V_0$: $V_{06} = \lambda \cdot V_0$

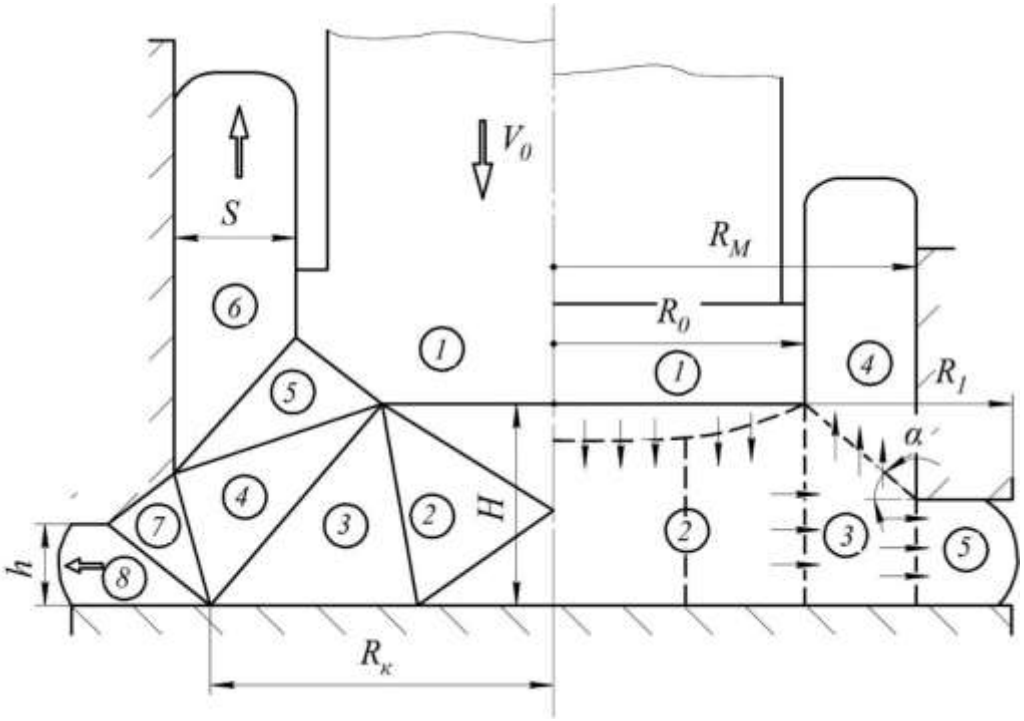
Розрахункова схема процесу (рис. 6.3) містить модулі для аналізу течії металу в характерних зонах деталі: в центральній зоні, де відбувається стиснення металу, його поперечне (радіальне) видавлювання і

зона зворотного видавлювання (5, 6), де метал піддається розвороту і обтисканню в стінці. Поле швидкостей для процесу комбінованого видавлювання і годограф швидкостей для суміщеного поперечно-зворотного видавлювання дані на рис. 6.3, б. На годографі дані також варіанті поєднання різних швидкостей витікання металу для формування стінки стакану (паралельно поздовжньої осі) і фланця.

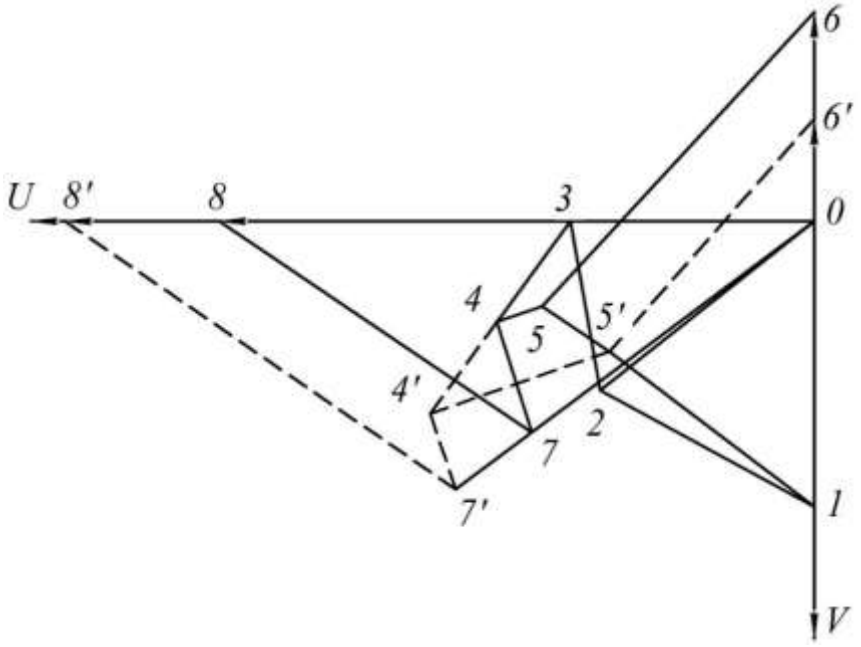
Величини граничних ліній $l_{ij}$ і розривів швидкостей $V_{ij}$ між зонами також визначаються з прийнятого розривного поля швидкостей і відповідного йому годографа швидкостей, використовуючи геометричні параметри інструменту і процесу. Для спрощення розрахунків $V_{ij}$ для кожного кінематичного елементу в табл. 6.1 наведені горизонтальні ($V$) та вертикальні ($W$) складові швидкостей руху елементу.

Виражаючи величини, що входять у формулу (Е-1в) через геометричні параметри процесу (див. табл. 6.1), задаємо початкову висоту заготовки і крок поетапного переміщення пуансона. Оптимальне значення параметра, що варіюється $\lambda$ визначає співвідношення швидкостей витікання в поперечному і зворотному напрямках, відповідне мінімуму тиску видавлювання і, отже, величину збільшення розмірів фланця з товщиною $h$ і порожнистої частини деталі з товщиною стінки $s$ на кожному етапі видавлювання.

За результатами розрахунків плоскої задач встановлено, що кінематичні параметри – швидкості витікання металу з об'єднаного ОД у різних напрямках є такими параметрами, що мінімізуються. Оптимальна величина цих параметрів залежить від геометричних характеристик, умов тертя та стадії процесу. Розрахунки і мінімізацію тиску рекомендовано виконувати з варіюванням геометричних параметрів і умов тертя на ПЕОМ. У результаті аналізу силового режиму встановлено, що тиск деформування при комбінованому видавлюванні завжди нижчий, ніж за складними простими схемами видавлювання.




*а)*




*б)*

Рисунок 6.3 – Розрахункова схема (а) та годограф (б) швидкостей для комбінованого радіально-зворотного видавлювання

Таблиця 6.1 – Горизонтальні (*V*) та вертикальні (*W*) складові швидкостей руху кінематичних елементів

| *i, j* | $V_{\text{i}}$ | $W_{\text{i}}$ |
|---|---|---|
| 1 | 0 | $V_0$ |
| 2 | $W_1 \cdot R_{\text{T}} / \text{H}$ | $V_2 \cdot h_1 / R_{\text{T}}$ |
| 3 | $V_2$ | 0 |
| 4 | $\frac{1}{1+G} \cdot \left( V_S - W_S \cdot \frac{R_{\text{M}} - R_{\text{T}}}{h_2 - H} + V_3 \cdot G \right)$ | $\frac{V_2 - V_4}{R_{\text{B}} - R_{\text{T}}} \cdot H$ |
| 5 | $V_1 \cdot (1-\lambda) \cdot \frac{S \cdot f_1}{S \cdot t_1 + F \cdot f_1}$ | $W_6 + V_S \cdot \frac{F}{S}$ |
| 6 | 0 | $\lambda \cdot W_1$ |
| 7 | $V_8 \cdot h \cdot f_2 / (L \cdot t_2)$ | $V_7 \cdot t_2 / f_2$ |
| 8 | $W_1 \cdot (R_0 - \lambda \cdot S) / h$ | 0 |

Примітка: $h_2 = h + t_2$; $F = H + t_1 - h_2$; $L = f_2 \cdot h / t_2 + f_2 + R_{\text{M}} - R_{\text{B}}$; $G = H \cdot (R_{\text{M}} - R_{\text{T}}) / [(R_{\text{B}} - R_{\text{T}}) \cdot (h_2 - H)]$.

Характер впливу геометричних параметрів на зусилля в принципі такий самий, як і при виконанні видавлювання за простими схемами. Характер зміни кривої «зусилля (тиск) – шлях» при радіально-зворотному видавлюванні з об'єднаним ОД ближчий до процесу зворотного вичавлювання, ніж до радіального.

Експериментальні дані, отримані видавлюванням свинцевих та алюмінієвих (сплав АМцМ) заготовок у діапазоні $\bar{h} = 0{,}1 \ldots 0{,}3$ та $R_{\text{м}} / R_0 = 1{,}1 \ldots 1{,}4$ підтверджують можливість аналізу процесу комбінованого видавлювання методом верхньої оцінки [6, 11, 25].

## 6.3 Прогнозування параметрів формоутворення деталей у процесі комбінованого деформування

За результатами розрахунків встановлено, що мінімуму тисків видавлювання відповідають оптимальні кінематичні параметри – швидкості витікання металу з осередку, величина яких залежить від геометричних характеристик, умов тертя та відповідному етапу процесу. Це дозволяє прогнозувати характер послідовного формоутворення і наростання контуру деталі, що штампується і її кінцеві форму та розміри.

На рис. 6.4 показано зміну швидкостей зворотного та поперечного витікання з осередку деформації. У початковій стадії до вибірки зазорів та похилих ділянок взаємозв'язку між швидкостями немає. Швидкості витікання металу змінюються в залежності від ступеня зворотного та поперечного (радіального) видавлювання та по ходу процесу *S*. На початку більш інтенсивна течія спостерігається у зворотному напрямку, а в заключній стадії, навпаки, швидкість течії в поперечному напрямку перевищує швидкість зворотного видавлювання. Швидкість витікання у поперечному напрямку позитивна у всьому дослідженому діапазоні технологічних параметрів. Абсолютна швидкість переміщення порожнистої частини стакану може збігатися за напрямком або бути протилежною вектору руху пуансона. При цьому швидкість витікання металу завжди відбувається у зворотному напрямку.

На основній стадії процесу збільшення висоти порожнистої частини відбувається інтенсивніше, ніж довжини фланця (відростка). При зростанні тертя ($\mu = 0{,}2$) збільшення довжини обох елементів, що видавлюються відбувається однаково інтенсивно, що характеризується паралельністю кривих при досить великому ході пуансона (рис. 6.5).

Відмінність у довжині елементів, що видавлюються, і приростах їх довжини тим менша, чим нижче заготовка.

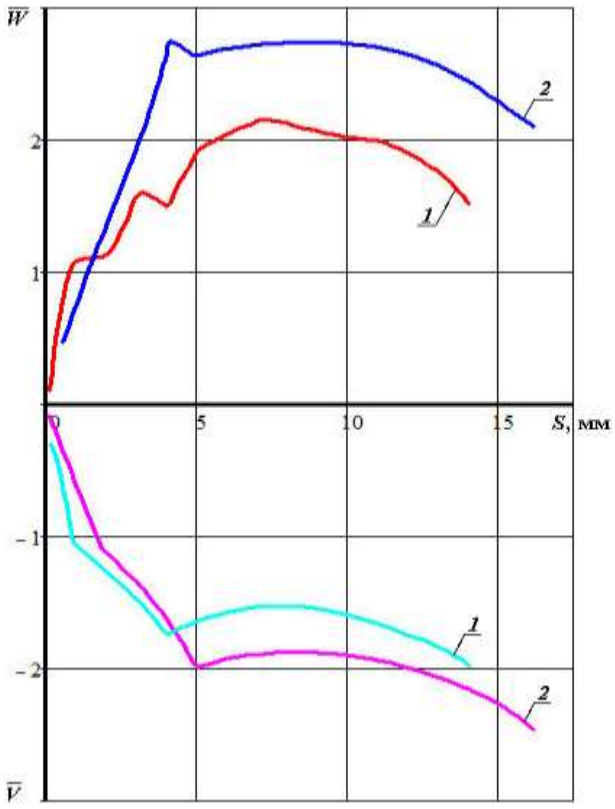



Рисунок 6.4 – Зміна швидкостей закінчення у зворотному ($\overline{W}$) та поперечному ($\overline{V}$) напрямках ($1-\ h=s=7\,;\ 2-\ h=s=5$)

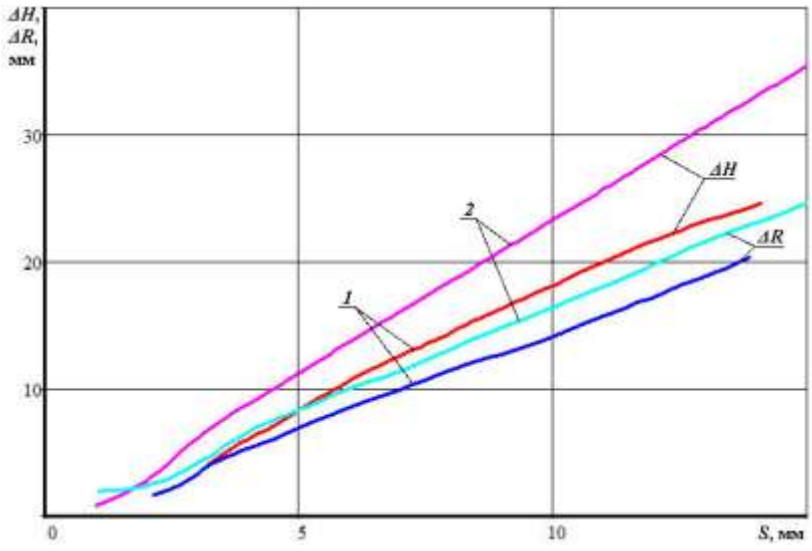



Рисунок 6.5 – Наростання розмірів стакану з фланцем ($1-\ h=s=7\,;\ 2-\ h=s=5$) при $R_0 = 28{,}2$ мм

Зі збільшенням відношення $H/R_{\text{п}}$, починаючи зі значення, рівного 1,0, збільшення довжини відбувається переважно у верхнього елемента, тобто при зворотному видавлюванні.

При значній висоті заготовки $H_з$ з діаметром $D_0 = 2R_0$ та тертя у початковий момент комбінованого видавлювання має місце зворотне видавлювання. Поперечне видавлювання поряд зі зворотним починається трохи пізніше, коли товщина проміжної частини стає достатньо малою, щоб знизити сили тертя та зменшити потужність комбінованого видавлювання.

За результатами розрахунків плоскої задачі встановлено, що кінематичні параметри – швидкості витікання металу з об'єднаного ОД у різних напрямках є такими параметрами, що мінімізуються. Оптимальна величина цих параметрів залежить від геометричних характеристик, умов тертя та стадії розвитку процесу і може служити основою не тільки для оцінки силового режиму процесу, а й для прогнозування формоутворення деталі.

## 6.4 Методика аналізу процесів комбінованого видавлювання з роз'єднаними осередками деформації

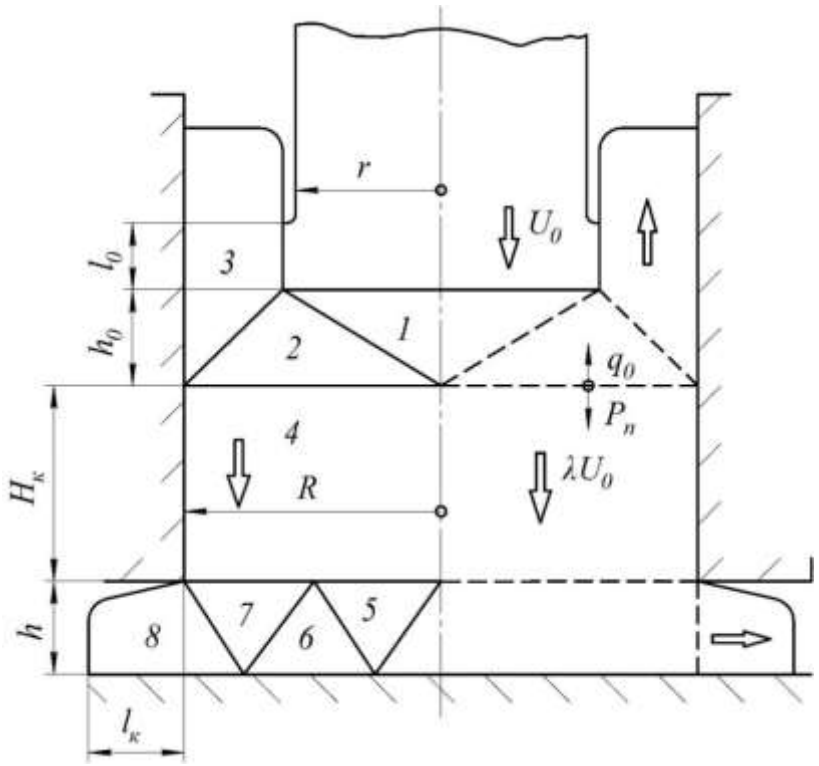
Модульний підхід в енергетичному методі верхньої оцінки спрямований на підвищення оперативності аналізу та отримання наближених інженерних залежностей для розрахунку енергосилових параметрів. За методом кінематичних модулів тиск деформування металу в осередку видавлювання, які послідовно розташовані на шляху течії,

можуть буті обчислені окремо (заздалегідь) и потім підсумовані для всього процесу. Розрахункова схема процесу (рис. 6.6) містить модулі для аналізу течії металу в характерних зонах деталі: в центральній зоні, де відбувається стиснення металу, його поперечне (радіальне) видавлювання і зона зворотного видавлювання (5, 6), де метал піддається розвороту, обтисканню і видавлюванню в стінку порожнистого виробу.

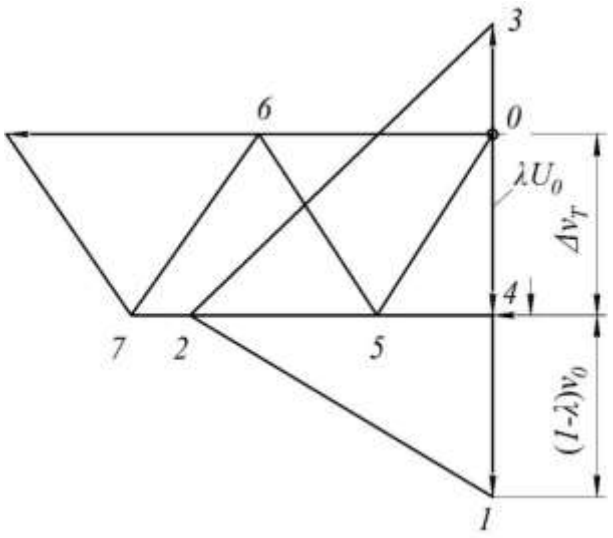
Найбільшу трудомісткість має аналіз процесів третьої групи, тобто. схем видавлювання з роз'єднаними осередками деформації При наявності проміжної жорсткої зони між роз'єднаними осередками деформації вибір швидкості (наприклад, швидкості переміщення тієї ж жорсткої зони) в якості параметра, що варіюється, не призводить до позитивного результату, так як при дослідженні функції повної потужності на екстремум кінематичний параметр не буде входити в вираз.

Для таких схем деформування, певне прийнятне припущення про те, що при комбінованій течії поряд з балансом потужностей має виконуватися умова рівноваги потужностей, що діють з двох сторін від площини, що розділяє два самостійні осередка деформації [4].

Розглянемо процес комбінованого поперечно-зворотного видавлювання деталі типу «стакан з фланцем» з високої заготовки. Для спрощення аналізу використовуємо модульний підхід. У розрахунковій схеми, яка дана на рис. 6.6, при побудові годографа швидкостей задаємося величиною швидкості переміщення жорсткої зони $V_{04}$: $V_{04} = \lambda \cdot U_0$, де $\lambda$ – коефіцієнт, що залежить від геометричних параметрів і ступеня деформації.




*а*




*б*

Рисунок 6.6 – Розрахункова схема (а) та годограф (б) швидкостей для комбінованого радіально-зворотного видавлювання відносно високих заготовок

Процес комбінованого видавлювання складений із двох простих процесів: поперечного видавлювання металу із жорсткої зони, що переміщується вниз зі швидкістю та зворотного видавлювання пуансоном, що рухається зі швидкістю $(1-\lambda)\cdot V_0$ (по годографу). Годограф і поле швидкостей для поперечного видавлювання при включенні в комбінований процес повністю зберігають свій вигляд, зменшуючись в масштабі (пропорційно $\lambda$). Для частини годографа, що відображає зону зворотного видавлювання, коефіцієнтом пропорційності служить $(1-\lambda)$, але на поверхні тертя з нерухомою зоною дійсна швидкість ковзання $V_{03}$ не підпорядковується закону пропорційності, так як швидкість $V_{03}$ в модифікованому годографі відрізняється від вихідної швидкості $V_{43}$, на величину $\Delta V_T$.

Якщо встановити величину цієї різниці та характер її зміни у різних умовах комбінування простих схем, то для виведення формули комбінованого видавлювання можна і доцільно застосовувати вирази для складових простих схем видавлювання.

Для приведеного тиску поперечного ($\bar{p}_1$) видавлювання є розрахункова залежність (3.8), в якої приймаємо $\bar{h} = \bar{h}_2 = h_2 / R_0$ :

$$\bar{p}_1 = \frac{1}{2}\left( \frac{1}{\bar{h}} + \bar{h} \right) + \mu_s \left( 2 - \bar{h} + \bar{H}_k \right). \qquad (6.1)$$

Для тиску зворотного видавлювання $\bar{p}_2$ використовуючи дані із п. 4.2 напишемо залежність (4.5) так:

$$\bar{p}_2 = \frac{R}{r}\sqrt{\frac{2r}{s}} + \mu\left( \frac{h_0 + 2l_0}{s} + \frac{l_0}{r} \right). \qquad (6.2)$$

В комбінованому процесі величину тиску $\bar{q}_2$ ($\bar{q}_0$), яка спрямована від жорсткої проміжної зони в напрямку зворотної течії металу можна отримати від $\bar{p}_2$ шляхом інверсії:

$$\bar{q}_2 = \bar{p}_2 \frac{r}{R}; \qquad \bar{q}_0 = \bar{q}_2 - \Delta\bar{q}_T \tag{6.3}$$

Величина $\Delta\bar{q}_T$, що визначає зміну тиску $\bar{q}_0$ під час переходу до комбінованого процесу, тобто за наявності швидкості $\lambda \cdot V_0$ переміщення жорсткої зони, може бути легко встановлена після знаходження різниці вихідної швидкості $\Delta V_T$.

З годографа швидкостей маємо $\Delta V_T = \lambda \cdot V_0$

Тоді $$\Delta\bar{q}_T = \frac{2 \cdot \mu \cdot (h_0 + l_0)}{2 \cdot R} \cdot \frac{\lambda}{1-\lambda} = G \cdot \frac{\lambda}{1-\lambda},$$

$$\text{де } G = \mu \cdot (h_0 + l_0)/R. \tag{6.4}$$

Умова рівності потужностей, прикладених до поверхні розділу течії 2-4, запишеться так:

$$(1-\lambda) \cdot V_0 \cdot R^2 \cdot K \cdot \left( \bar{g}_2 - G \cdot \frac{\lambda}{1-\lambda} \right) = \lambda \cdot V_0 \cdot R^2 \cdot K \cdot \bar{p}_1$$

або $\bar{q}_2 \cdot (1-\lambda) - G \cdot \lambda = \lambda \cdot \bar{p}_1$.

Звідси можна знайти значення коефіцієнта $\lambda$, що відповідає умові рівноваги жорсткої зони 4:

$$\lambda = \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_2 + G + \bar{p}_1}. \tag{6.5}$$

Знаючи швидкість переміщення проміжної жорсткої зони $V_{04} = \lambda \cdot V_0$ і приведений тиск деформування за складовими простими способами видавлювання можна обчислити і тиск комбінованого видавлювання, віднесений до торця активного пуансона (що рухається з швидкістю $V_0$):

$$\bar{p}_k = \bar{q}_2(1-\lambda) - G\frac{R}{r}\lambda + \bar{p}_1\frac{R}{r}\lambda. \tag{6.6}$$

Проведено співставлення картин з характеру заповнення порожнини, що імітуються за допомогою розглянутого підходу за методом верхньої оцінки та МСЕ. Контури напівфабрикатів та кінцевої деталі, побудовані на ПЕОМ, та методом МВО дано на рис. 6.3.

Розбіжність на початковій стадії видавлювання пояснюється тим, що з МВО були враховані витрати металу заповнення зазорів і кутових елементів.

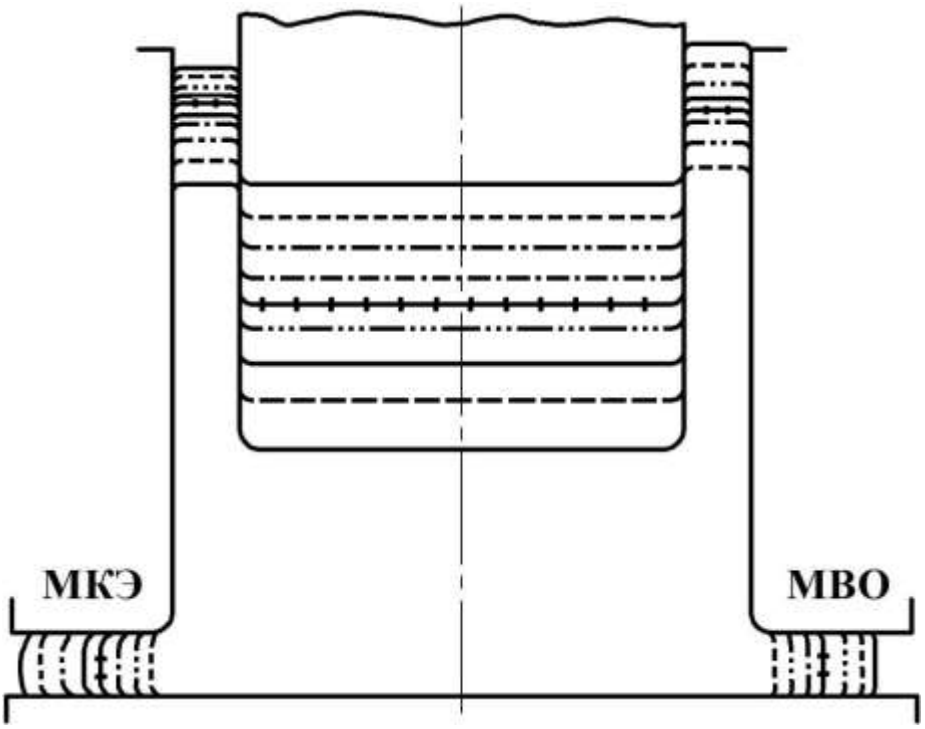



Рисунок 6.7 – Контури напівфабрикату на послідовних етапах поперечно-зворотного видавлювання [6, 11]

Висновки про кінематику течії металу та характер формозміни при комбінованому видавлюванні які зроблені на основі МВО аналогічні результатам дослідження, виконаних за допомогою методу скінчених елементів (МСЕ). Був використаний програмний комплекс Qform-2D/3D. У процесі роботи з пакетом програм задається модель властивостей матеріалу заготівлі (пружно-пластична), вид апроксимації фізичних

властивостей матеріалу (сплав АМц-М), коефіцієнти тертя (за Зібелем), геометричні параметри виробу та тип рішення (у швидкостях або приростах переміщень). В результаті можна отримати поетапну картину заповнення металом порожнин штампу (рис. 6.7, ліворуч) та відповідні поля переміщень, деформацій та швидкостей деформацій.

## 6.5. Аналіз технологічних режимів процесу комбінованого видавлювання деталей складної конфігурації з відростками

Розрахункова схема процесу (рис. 6.8) для випадку плоского деформування відповідно до методики МКМ відноситься до схем послідовного комбінованого деформування. ОД складено з двох кінематичних модулів в характерних зонах деталі: в центральній зоні (з жорсткими елементами 2, 3 і 4), де відбувається стиснення і поперечне видавлювання металу, і в перехідній зоні (з елементами 5 і 6), де на похилій ділянці (фасці) матриці метал піддається обтисканню і розвороту. У модулі поперечного видавлювання (елементи 2-4) висота осередку деформації не перевищує висоту вихідного отвору $h$.

Для модуля поперечного видавлювання за основу візьмемо кінематично можливе поле, розроблене для двостороннього симетричного видавлювання пуансонами, що рухаються зустрічно, яке складається з двох жорстких блоків. Для верхньої оцінки приведеного (безрозмірного) тиску деформування $\overline{p} = p/(2 \cdot k)$ методом МВО була визначена формула для випадку одностороннього прикладання навантаження і несиметричного осередку деформації (3.8) та (3.9).

Розглянемо детально зону деформування розворотом відростку під кутом $\gamma$. На рис. 6.8 показано основні параметри процесу: висота зони 4 –

$h$, кут нахилу відростку $\gamma$ і кут нахилу матриці $\beta$, а також товщина відростку (або товщина стінки порожнистого виробу) $s$.

Рішення окремо для другого модулю – зони розвороту отримано також методом верхньої оцінки шляхом побудови розривного поля і годографа швидкостей. На рис. 6.8, *в* наведено годограф швидкостей для трикутної зони 5 (*ABF*), побудований з умови подібності фігур поля і годографа за відомими правилами [10, 21]. Розрахунки довжин розривних ліній і швидкостей зведено в табл. 6.2. Вважаємо, що тертя напівфабрикату по інструменту відбувається по поверхні *A*-*F* і по нижній площині зони 6 відростка, що видавлюється. Тертям по верхній площині відростка знехтуємо.

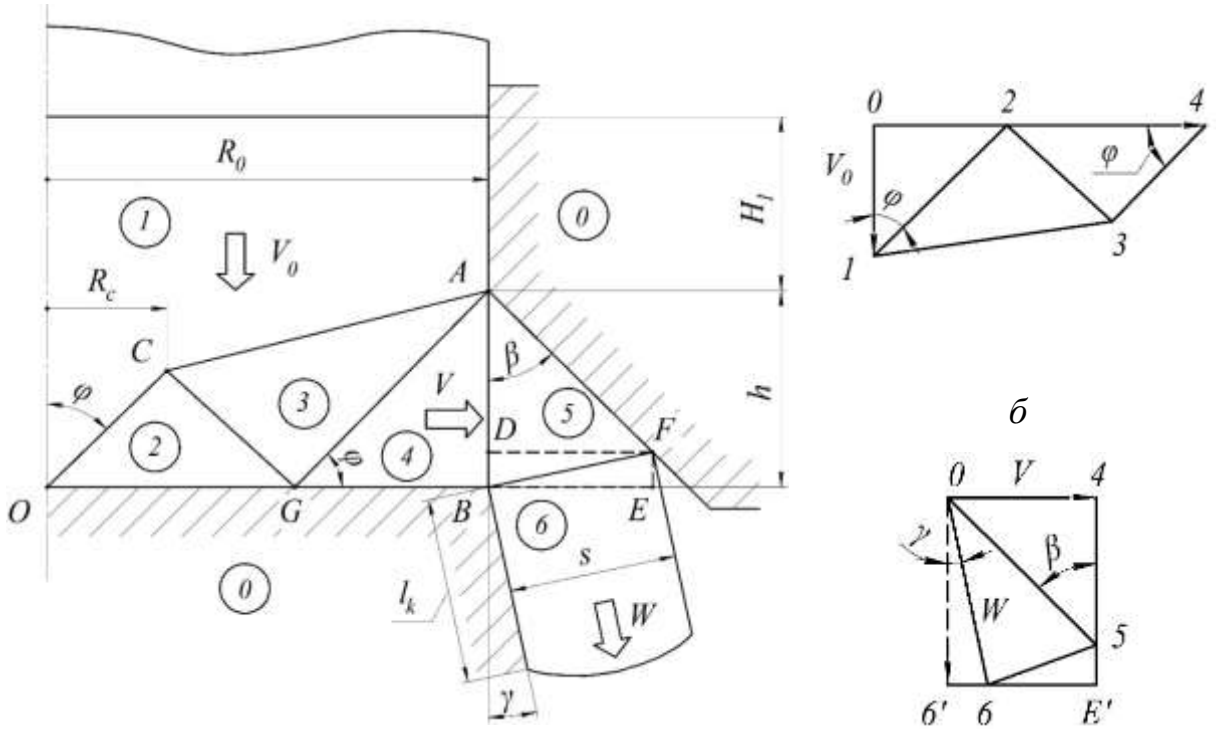



Рис. 6.8 – Розрахункова схема процесу поперечно-кутового видавлювання (*а*) і годографи швидкостей для модулю поперечного видавлювання (*б*) і модулю розвороту (*в*)

Таблиця 6.2 – Значення довжин розриву швидкостей в полі і на годографі швидкостей

| $i,j$ | $l_{i,j}$ | $V_{i,j}$ |
|---|---|---|
| 1-2 | $h$ | $V_1 \cdot \left( \frac{h^2}{s \cdot \cos\gamma} - \mathrm{tg}\gamma \right)$ |
| 0-2 | $\sqrt{h^2 + s^2 - 2 \cdot h \cdot s \cdot \sin\gamma}$ | $V_1 \cdot \frac{l_{0,2}}{s \cdot \cos\gamma}$ |
| 2-3 | $s$ | $V_1 \cdot \left( \frac{1}{\cos\gamma} - \frac{h}{s} \cdot \mathrm{tg}\gamma \right)$ |
| 0-6 | $2 \cdot l$ | $W = V_0 \cdot \frac{R_0}{s}$ |

Деякі пояснення по встановленню даних з табл. 6.2: $l_{0,2}$ знайдено із трикутника ABF за теоремою косинусів. Із подібності трикутників ABF і $0'1'2$ встановлено $\frac{V_{0,2}}{V_1} = \frac{l_{0,2}}{s \cdot \cos\gamma}$.

Із подібності тих же трикутників видно, що:

$$\frac{V_{1,2}}{V_1} = \frac{\overline{DF}}{\overline{AD}} = \frac{h - \overline{FE}}{s \cdot \cos\gamma} = \frac{h - s \cdot \sin\gamma}{s \cdot \cos\gamma};$$

$$V_{1,2} = V_1 \cdot \left( \frac{h}{s \cdot \cos\gamma} - tg\gamma \right). \quad (6.7)$$

$V_{23}$ знайдемо з багатокутника $0-1-E'-3'$, де

$$\overline{0-3'} = V_1 \cdot \frac{h}{s} \cdot \cos\gamma; \overline{3-3'} = V_1 \cdot \frac{h}{s} \cdot \sin\gamma; \overline{3-E'} = V_1 - V_1 \cdot \frac{h}{s} \cdot \sin\gamma;$$

$$V_{2,3} = \frac{\overline{3-E'}}{\cos\gamma} = V_1 \cdot \left( \frac{1}{\cos\gamma} - \frac{h}{s} \cdot \mathrm{tg}\gamma \right). \quad (6.8)$$

Підставляючи значення $l_{i,j}$ і $V_{i,j}$ у формулу (рівняння енергетичного балансу) (1) та скоротивши на множник ($V_{1,2} \cdot k \cdot h$) для кутового модулю 5, отримано залежність для приведеного тиску деформування $\bar{p}_2$:

$$\bar{p}_2 = \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \frac{h}{s} + \frac{s}{h} \right) \cdot \frac{1}{\cos\gamma} - 2 \cdot \mathrm{tg}\gamma + \frac{2 \cdot \mu_s}{\cos\gamma} \cdot \left( \frac{h}{s} + \frac{s}{h} - 2 \cdot \sin\gamma \right) \right]. \qquad (6.9)$$

Графічний аналіз отриманої залежності (6.9) для тиску деформування в кутовому модулі представлено на рис. 6.9 і 6.10.

Найбільше впливає на силовий режим параметр *h/s*, від якого залежить ступінь деформації металу при проходженні крізь даний модуль. Збільшення значення параметру *h/s* вдвічі з 1,0 до 2,0 приводить до зростання тиску деформування на 30…40 %. При цьому більший приріст відповідає більшим величинам кута $\gamma$. У той же час встановлено наявність стійкого мінімуму значень приведеного тиску незалежно від умов тертя при оптимальних значеннях параметру *h/s*, які наближені до 1,0. Вплив кута $\gamma$ трохи менший: зростання $\gamma$ з 5° до 25° супроводжується зниженням тиску деформування на 30% при *h/s* = 1,0 і на 15% при *h/s* = 2,0. Зріст значень коефіцієнту тертя веде до відповідного зростання тиску деформування: з 0,08 до 0,16 – на 15%, і з 0,08 до 0,25 – на 30% (рис. 6.10).

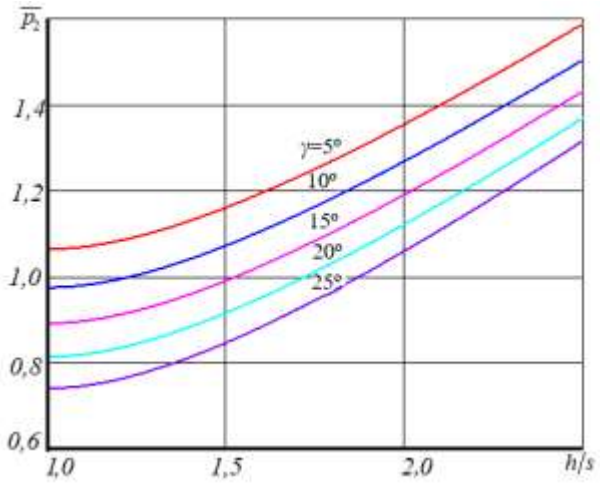



Рисунок 6.9 – Залежність приведеного тиску від параметра при різних кутах нахилу відростка: $\mu_s$ = 0,08

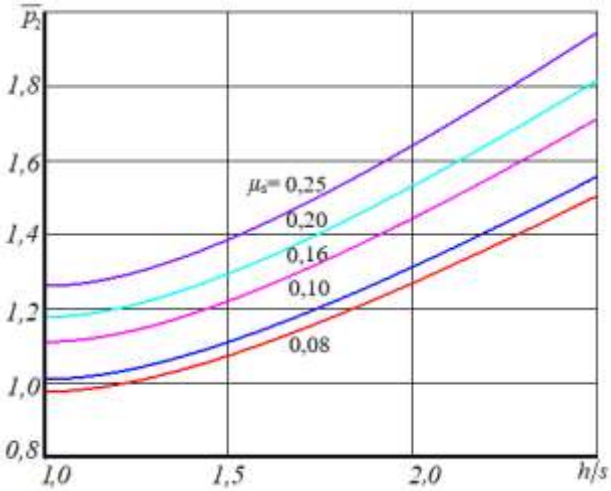



Рисунок 6.10 – Залежність приведеного тиску від параметра при різних умовах тертя: $\gamma$ = 10°

Далі розглянемо використання розроблених модулів в загальній складальній схемі послідовного комбінованого видавлювання [21, 22]. Слід зазначити, що комбінація модулів можлива не тільки за варіантом, що наведено на рис. 6.8, а, хоча він і є основним. У всіх випадках збірка загальної розрахункової схеми полягає в підсумовуванні приведених тисків складових модулів і не викликає ускладнень. У першому варіанті поперечно-кутового видавлювання приведений тиск складається з тисків, визначених за формулами (3.9) та (6.9). У другому варіанті комбінованого видавлювання використана комбінація високого модуля поперечного видавлювання 1 з модулем розвороту, нахиленим під кутом $\gamma$, тобто складаються розрахункові дані за формулами (6.1) або (3.8) та (6.9) [21].

Для аналізу характеру зміни приведених тисків плоского послідовного видавлювання за викладеними двома варіантами побудовано відповідні графіки, наведені на рис. 6.11 (для варіанту 1), рис. 6.12 (для варіанту 2)). Графіки для тисків процесу видавлювання, комбіновані за варіантом 1, демонструють незначний вплив кута нахилу відростка $\gamma$, що видавлюється (див. рис. 6.11, *а–г*). Параметр $\overline{h}$, навпаки, має суттєвий вплив на приведений тиск, навіть за невеликих значень коефіцієнту тертя $\mu_{s2}$ (див. рис. 6.11, *а–в, д*). Зменшення параметра $\overline{h}$ в комбінованому процесі викликає різке збільшення необхідних значень приведеного тиску. Що стосується впливу таких параметрів, як коефіцієнт тертя і товщина відростка $s$ (в межах $h/s = 0{,}5\ldots1{,}0$), то особливих змін в об'єднаному процесі у порівнянні з тиском, характерним для модулів окремо, не відзначено. Однак, при розрахунку процесу комбінованого видавлювання за варіантом 1 і розширенні діапазону товщини відростка вплив цього параметра $h/s(\beta)$ на силові параметри виглядає суттєвим (див. рис. 6.12, *а, б*). Так, зменшення $\beta$ з 40° ($h/s = 0{,}84$) до 10° ($h/s = 0{,}176$) призводить до двократного зростання тисків послідовного комбінованого поперечно-прямого видавлювання. Кут $\beta$ (і параметр $s/h$ ) таким чином є більш вагомим параметром особливо для коефіцієнтів тертя $\mu_s$, що наближаються

до 0,3 (див. рис. 6.12, *в*), і його оптимальна величина має значення, близьке до 45° (див. рис. 6.12, *г*).

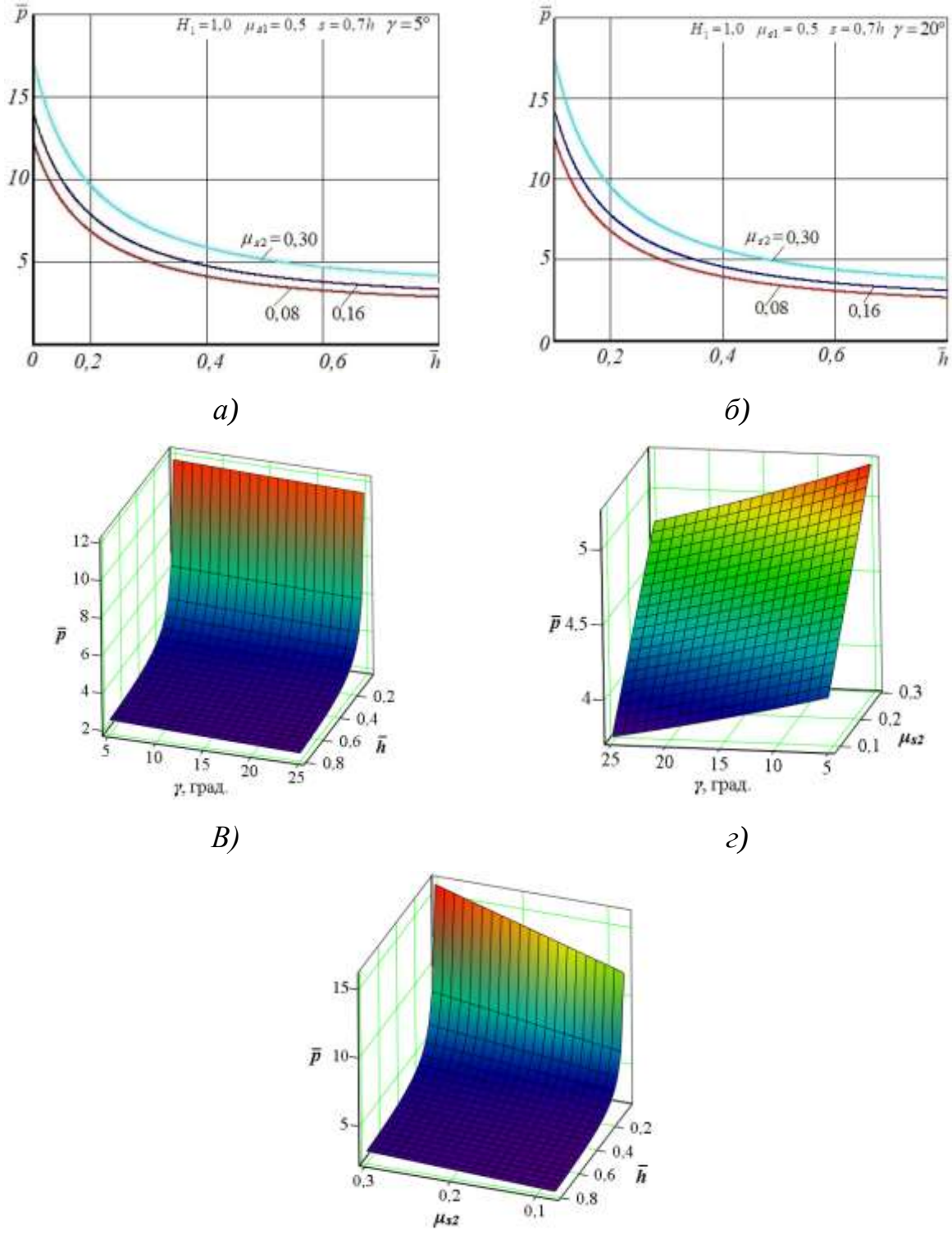



Рисунок 6.11 – Графіки залежності приведеного тиску процесу комбінованого видавлювання від геометричних параметрів процесу за першим варіантом

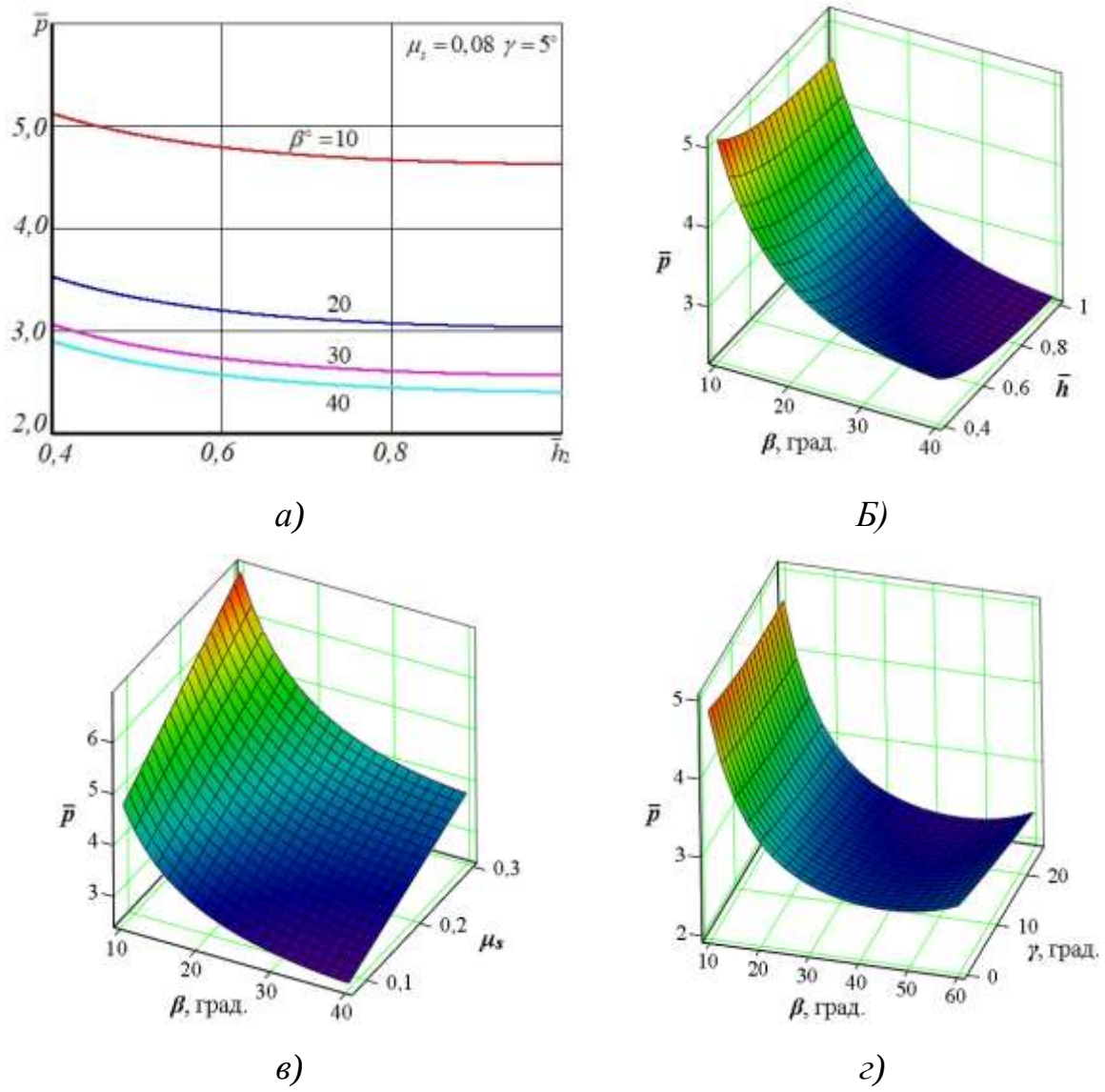



Рисунок 6.12– Графіки залежності приведеного тиску процесу комбінованого видавлювання від геометричних параметрів процесу за другим варіантом

Використання в розрахункових схемах процесу послідовного радіально-кутового видавлювання з роздачею жорстких кінематичних модулів трикутної форми допомагає моделювати процес деформування в матриці складної форми й отримати наближені розрахункові залежності для оперативного проєктування технологічних процесів.

# 7 РОЗРАХУНКИ СТУПЕНЯ ДЕФОРМАЦІЇ І ТИСКІВ ДЕФОРМУВАННЯ З УРАХУВАННЯМ ЗМІЦНЕННЯ МАТЕРІАЛУ

## 7.1 Метод розрахунку ступеня деформації в процесі видавлювання

Питанням формування структури деформованого металу та відповідно експлуатаційних властивостей виробів, одержаних шляхом обробки тиском, у сучасному машинобудуванні приділяється підвищена увага. Для керування видом деформацій та результатом оброблення використовуються значний арсенал прийомів силового та кінематичного впливу на оброблювану заготовку [1–4, 6, 27].

Нерівномірність розподілу деформацій може бути причиною нижчих експлуатаційних властивостей готового виробу та її точна оцінка на стадії аналізу та проєктування технології становить практичний інтерес. Знання ступеня формозміни при видавлюванні доцільно для урахування впливу зміцнення холоднодеформованого металу на силовий режим процесу. Нерівномірність деформацій може спричинити небажане вичерпання ресурсу пластичності та руйнування заготовки у процесі деформування. Оцінка ступеня деформації з урахуванням реального шляху деформування, пройденого матеріалом дозволяє точно визначити граничну ступінь деформування і ступінь витрати ресурсу пластичності матеріалу в небезпечних зонах заготовки. Як відомо, існує граничне значення ступеня використаного запасу пластичності, перевищення якого призводить до різкого погіршення механічних властивостей матеріалу навіть при використанні термічної обробки. Завдання полягає також в оцінці залишкової пластичності отриманої деталі, що необхідно для з'ясування можливості виконання

подальшої операції пластичного деформування, а також отримання виробів з необхідними фізико-механічними властивостями [2, 6–10, 27–29]. Таким чином, для процесів штампування поряд з аналізом енергосилового режиму і питомих навантажень на інструмент, що лімітують процес, актуальна і оцінка деформованого стану, що має визначальний вплив на якість формоутворення деталі, що штампується.

З використанням методу верхньої оцінки можна оперативно проводити й аналіз деформованого стану у процесі видавлювання. Аналіз зміни деформованого стану при формоутворенні деталі дає можливість оперативно оцінити нерівномірність накопиченої деформації і тепловий стан заготовки. Приймаючи припущення про плоско-деформований стан після побудови кінематично можливого поля (і годографа) швидкостей із жорстких (недеформованих) кінематичних елементів та використовуючи компоненти швидкостей деформації, можна визначити показники деформованого стану.

За енергетичним методом верхньої оцінки величину накопиченого ступеня деформації зсуву $\gamma_{cp}$ визначають за лініями течії (току) на годографі швидкостей [10, 12, 19]. При цьому отримані за ступенем $\gamma_{cp}$ значення інтенсивності кінцевих деформацій $e_c = \gamma_{cp} / \sqrt{3}$ не збігаються із середнім (ідеальним або логарифмічним) ступенем деформації $e_u$, розрахованим за співвідношенням площ перерізів вихідної заготовки та деталі [3, 20]. Ряд дослідників вважають справедливим рівність накопиченої деформації зсуву приведеному тиску деформування $\overline{p}$ [20]. Є також суперечливі відомості порівняно $\gamma_{cp}$ і $e_c$ зі ступенем деформації $e_m$, знайденої за методом Р. Хілла [2, 13]: $e_m = \overline{p}$.

Розглянемо приклад плоского бокового видавлювання в матриці з конічною перехідною кромкою. На рис. 7.1 показано розривне поле швидкостей, що складається з двох модулів плоскої течії (бокового I і прямого II видавлювання), що включають відповідно кінематичні жорсткі елементи 1–6 та 7–10 [6, 13]. Там же дано розподіл інтенсивності

деформації зсуву в кожному модулі та їх суму, одержану після поперечного видавлювання.

Для розрахунку збільшення зсувної деформації на лініях (поверхнях) розриву швидкостей використовують вираз, що випливає з енергетичних принципів:

$$\gamma_{ij} = \nu_{ij} \big/ \nu_{ij}^{n}, \tag{7.1}$$

де $\nu_{ij}$, $\nu_{ij}^{n}$ – розрив дотичної складової та нормальна до лінії розриву складова вектору швидкості. Ці величини встановлюють за годографом швидкостей.

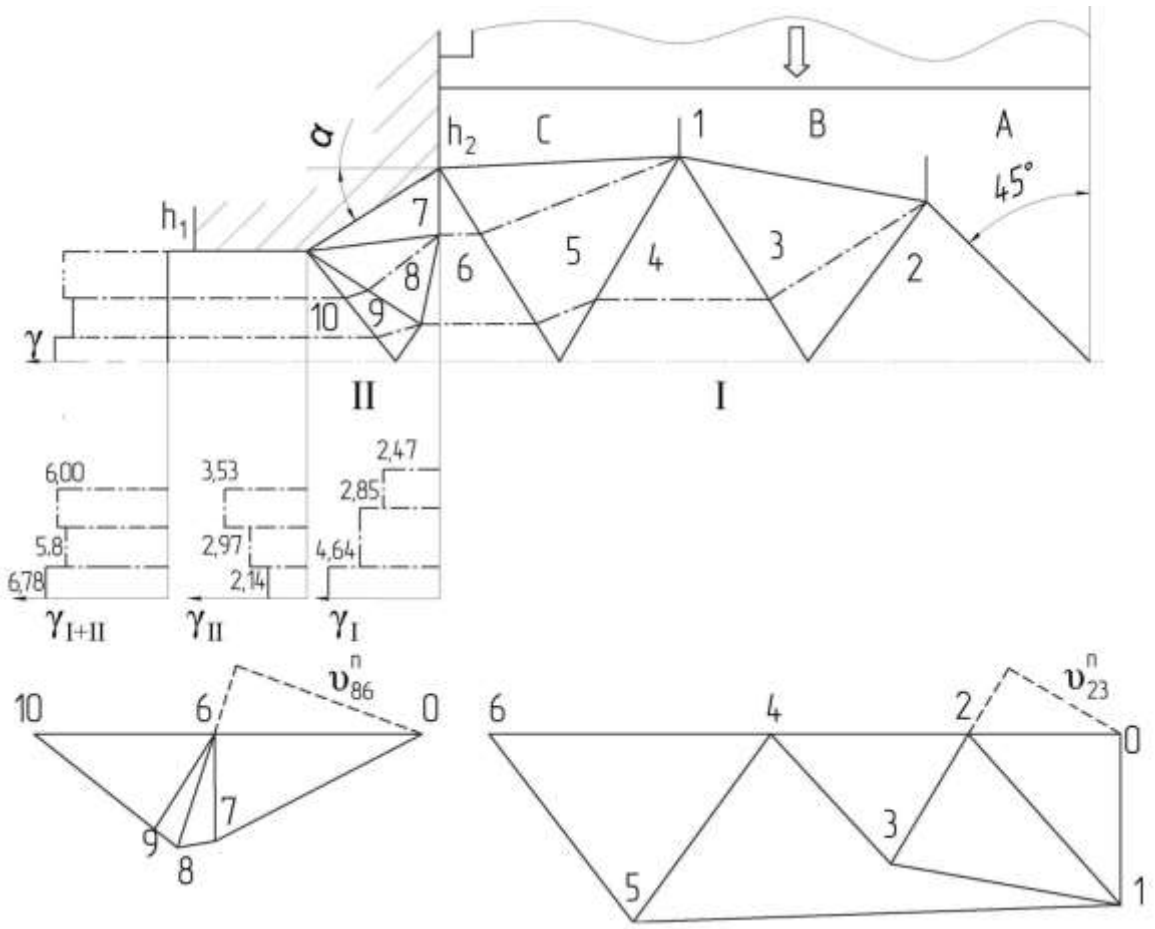



Рисунок 7.1 – Розривне поле, годограф швидкостей та розподіл деформації за шириною відростку у модулях

Накопичену (вздовж лінії течії) величину зсувної деформації та середню інтенсивність деформації зсуву $\gamma_{cp}$ визначають після знаходження сум $\gamma_{ij}$ для характерних каналів течії, ширина яких має бути встановлена за допомогою побудови характерних ліній течії на годографі швидкостей.

Інтенсивність кінцевих деформацій розраховується за формулою

$$e_c = \gamma_{cp} \Big/ \sqrt{3}\,. \qquad (7.2)$$

Розривні поля швидкостей для випадку бокового видавлювання (див. рис. 7.1) незалежно від положення та числа кінематичних елементів показують, що найбільшій деформації при поперечному видавлюванні піддаються шари металу, прилеглі до центру відростка, що видавлюється.

При видавлюванні без конічної перехідної ділянки, тобто безпосередньо на виході з контейнера у бічну порожнину висотою $H_0$ (модуля I), коефіцієнт нерівномірності деформації $K_n = \gamma_{\max} / \gamma_{\min}$ перебуває в межах від 1,7 до 2,3. У цьому діапазоні великі значення відповідають малим величинам відносної висоти поперечної порожнини ($R_0 / H_0 =$ 2.0…4.0), де $R_0$ – радіус вихідної заготовки. Нерівномірність деформації на виході з модуля I обумовлена тим, що метал у центральних зонах (в каналі А) при видавлюванні перетинає більше границь розриву швидкостей (шлях деформування довше), ніж у периферійному каналі С, де перетинаються лише дві границі 1-5 і 5 -6 (див. рис. 7.1).

Після проходження металом конічної ділянки (модуля II) та обтискання по висоті (від $H$ до $h$) нерівномірність деформації помітно знижується, оскільки деформація при проходженні ділянки супроводжується нерівномірністю зворотного порядку. При обтисканні, як при прямому видавлюванні, більшої інтенсивності деформації набувають периферійні шари. При складанні таких послідовних нерівномірностей деформацій виходить рівномірніше за перерізом відростка опрацювання металу. Коефіцієнт нерівномірності знижується до 1,15 і менше. Спосіб

поперечного видавлювання з обтисканням відростка, що видавлюється, може бути ефективним засобом отримання високоякісних металовиробів.

Розрахунки не викликають складнощі для простих схем, складених з одного жорсткого кінематичного елемента, але вимагають громіздких побудов у разі застосування розривного поля, складеного з 3-х і більш жорстких (частіше трикутних) елементів.

Цікаво, що для цього можна використовувати і залежністі, зазвичай встановлені для розрахунку приведеного тиску методом верхньої оцінки.

Трудність визначення у кожному каналі наростаючою від межі до межі та підсумкової (накопиченої) інтенсивності деформації полягає у правильному визначенні числа перетнутих границь. Для обчислення середньої накопиченої деформації на послідовно перетнутих границях і на виході з осередку деформації (ОД) необхідно також правильно встановити ширину (частку) потоку, що відповідає даному каналу на граничних лініях і в перетині відростка, що видавлюється. Як правило, для поділу каналів (потоків) необхідно, використовуючи годограф швидкостей, побудувати траєкторії переміщення частинок металу, починаючи від вузлових точок, розташованих на вхідному кордоні та на виході з ОД.

Як показали дослідження, поділ ширини відростку, що видавлюється, і проміжних граничних ліній $l_{ij}$ може бути здійснено в тій же пропорції, в якій вузлові точки здатні розділити недеформовану зону 1, що примикає до вхідної межі осередку деформації. При цьому, для всіх поверхонь зрізу збільшення відносної зсувної деформації $\gamma_{ij}^{c}$ дорівнює подвоєній складовій приведеного тиску $\Delta\bar{p}_{ij}$, враховує цей зріз, тобто $\gamma_{ij}^{c} = 2\Delta\bar{p}_{ij}$.

Підсумовуючи $\Delta\bar{p}_{ij}$, можна вивести формулу для приведеного тиску. Так, для бокового видавлювання в межах модуля I тиск деформування дорівнює за виразом (3.4)

$$\bar{p} = 1 + \left( \frac{R_0}{H} - \frac{H}{R_0} \right) / 4 . \qquad (7.3)$$

А розрахункове середнє значення інтенсивності деформацій:

$$e_c = \gamma_{cp} \big/ \sqrt{3} = 2\bar{p} \big/ \sqrt{3} . \qquad (7.4)$$

Отримана залежність (7.3) показує, що значення інтенсивності деформацій, обчислене за методикою Р. Хілла ($e_m = \bar{p}$) і лініями течії металу ($e_m = 1.155\bar{p}$) відрізняються коефіцієнтом $2/\sqrt{3}$.

Що стосується розрахунку накопиченої деформації на локальних поверхнях зрізу (*i-j*), то крім підсумовування вздовж ліній струму, на кожній межі ширину потоку (довжину) необхідно розділити на частки, що відповідають каналам течії. Знаючи відносну ширину каналу можна обчислити величину збільшення деформації для кожного автономного каналу на даній поверхні зрізу:

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ij}^c \big/ \bar{b} \ . \qquad (7.5)$$

За допомогою коефіцієнта ширини каналу $\bar{b}$ можна обчислити величину збільшення деформації для кожного автономного каналу на даній поверхні зрізу $\gamma_{ij} = \gamma_{ij}^c \big/ \bar{b}$. При цьому, на загальній для різних каналів поверхні зрізу, наприклад, на межах 5–6 або 9–10, величини $\Delta\bar{p}$ і $\gamma$ не можуть бути віднесені тільки до того чи іншого каналу, тому для цих каналів відносна величина $\gamma$ на загальній межі береться без поділу, тобто $\gamma_{5-6} = \gamma_{5-6}^c$. Цю особливість загальної межі неслід було залишати поза увагою і під час розрахунку згодом середньої накопиченої деформації на даної поверхні зрізу. Так як до цієї межі наростання деформації відбувалося автономними каналами, то середня накопичена деформація при підході до межі обчислюється з урахуванням ширини каналів, а при перетині найзагальнішої межі додаванням і $\gamma_{5-6}$.

Послідовність дій визначення інтенсивності деформації і середніх значень накопиченої деформації для усередненого чи локального урахування зміцнення деформованого металу показано на рис. 7.2.

Слід зазначити, що вираз (7.1) неможливо застосувати, коли лінія ковзання (зазвичай огинаюча осередку деформації) збігається з лінією току і нормальна компонента швидкості дорівнює нулю. У таких випадках можна використовувати підхід [20], заснований на припущенні про рівномірний розподіл деформації, пов'язаної зі зсувом на лінії розриву, в прилеглій до цієї лінії зоні (приграничному кінематичному елементі).

Рисунок 7.2 – Алгоритм розрахунку інтенсивності деформації та урахування зміцнення

Для випадків плоскої деформації, коли така лінія ковзання, що обгинає, відокремлює осередок деформації і крайній кінематичний елемент від жорсткої зони, рекомендується уточнений вираз для додаткового значення зсувної деформації:

$$\Delta\gamma_{ik} = \Delta\gamma_{i0} = \frac{v_{i0} \cdot l_{i0}}{v_{im}^{n} \cdot l_{im}} = \frac{v_{i0} \cdot l_{i0}}{v_{is}^{n} \cdot l_{is}} \qquad (7.6)$$

Індекси *0 i k* вказують на положення кінематичного елемента, що містить граничну лінію розриву, паралельну лінії течії, індекси *m* і *s*

відносяться до двох інших суміжних меж трикутного граничного елемента. Для елементів, прилеглих безпосередньо до контактних поверхонь з урахуванням інтенсивності дотичних напружень, вираз (7.6) можна записати так:

$$\Delta\gamma_{ik} = 2\mu \cdot \frac{v_{ik} \cdot l_{ik}}{v_{im}^{n} \cdot l_{im}} \tag{7.7}$$

Таким чином, для розрахунку накопиченої деформації на основі полів розривних швидкостей можуть бути використані складові виразів для приведеного тиску без необхідності встановлення нормальних компонент швидкостей. Знаючи гістограми розподілу накопиченої деформації за перерізом заготовки, можна оцінити нерівномірність деформації та відкоригувати поля швидкостей, щоб підвищити рівномірність витікання металу.

Можливість застосування розглянутої методики розрахунку деформацій через складові тисків деформування було перевірено на інших схемах видавлювання.

На рис. 7.3 схематично показаний ефект від підсумовування накопичених деформацій при послідовному деформуванні на операціях безвідходної наскрізної прошивки втулки та подальшого прямого її видавлювання. Коефіцієнт нерівномірності при цьому знижується відчутно, тому що на першій операції прошивки (зворотного видавлювання) найбільшу деформацію зазнають внутрішні шари стінки втулки, а на другій операції - зовнішні ~~шари~~. Запропоновано спосіб виготовлення деталей типу втулок комбінуванням наскрізної прошивки та наступного прямого видавлювання на оправці, яким напівфабрикат після прошивки перед прямим видавлюванням кантують на $180^0$, що супроводжується також зниженням утяжин (скосів) на торцях втулок [6].

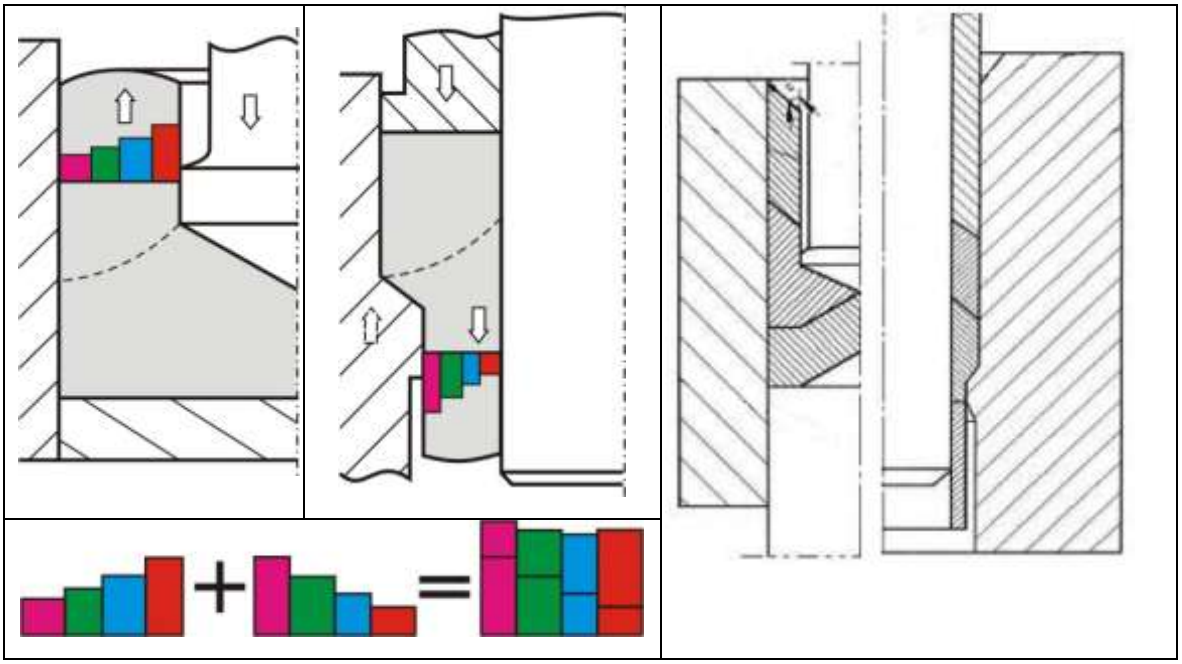


Рисунок 7.3 – Складання нерівномірностей деформації при деформуванні прошивкою-видавлюванням та спосіб безвідходного отримання втулок

Підбір схем видавлювання у багатоперехідному процесі або при комбінованому видавлюванні, проведений з урахуванням характеру розподілу деформацій, може бути ефективним методом зниження нерівномірності деформації заготовки.

## 7.2 Методика розрахунку величини тепловиділення в деформованому металі

Діаграми розподілу інтенсивності деформації зсуву в кожному модулі та їх суму, отриману після бокового видавлювання, можна використовувати для розрахунку величини тепловиділення в деформованому металі. Для розглянутого випадку поперечного бокового видавлювання в матриці з конічною перехідною кромкою на підставі встановлених значень накопиченої деформації зсуву (дані на рис. 7.1) та

поетапних показників визначили підвищення температури елемента матеріалу при проходженні осередка деформації, що складається з двох модулів (I та II) плоскої течії:

$$\Delta t = \frac{k\gamma_{ij}}{I_{cp}}, \tag{7.8}$$

де $к$ – постійна пластичності;

$I$ –- механічний еквівалент тепла ($I = 4{,}187\ \ Дж / кал$);

$e$ – питома теплоємність матеріала; $\rho$ – густина матеріала.

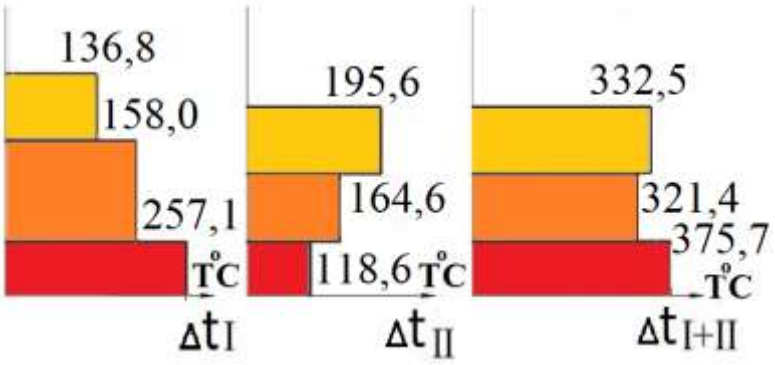



Рисунок 7.4 – Розподіл тепла за перетином відростка на етапах видавлювання

Для процесу бокового видавлювання заготовки з маловуглецевої сталі прийнято:

$$k = 200\ \frac{Н}{мм^2};\ c = 0{,}11\ \frac{кал}{г \cdot град} = 460\frac{Дж}{кг \cdot град};\ \rho = 7{,}85\ \frac{г}{см^3}.$$

Результати розрахунків тепловиділення за модулями та у видавленому відростку наведено на рис. 7.4. Деформація зсуву в каналі А в межах модуля *I* відповідає 257,1 $^0$C, а після проходження металом модуля *II* температура збільшиться ще на 118,6 $^0$C і стане на виході з осередку деформації 375,7 $^0$C. Ця температура відповідає накопиченій в каналі *А* деформації зсуву – 6,78.

### 7.3 Урахування деформаційного зміцнення матеріалу

При теоретичному аналізі приймається припущення ідеальної пластичності, тобто незміцнення матеріалу. Це з тим, що урахування реальних значень напруження текучості $\sigma_S$, які змінюються принаймні при холодній деформації, наштовхується на труднощі. При холодній деформації $\sigma_S$ змінюється внаслідок деформаційного зміцнення. При деформуванні опір деформації зростає тим більше, чим більше ступінь деформації, яка зазнає заготовка.

Для визначення справжнього напруження текучості потрібно знати справжню міру деформації. Насправді використовуються наближені оцінки, коли показник ступеня деформації обчислюють за співвідношенням геометричних параметрів вихідної заготовки і готової деталі. Показник ступеня деформації з енергетичних передумов визначають методом Р. Хілла.

Якщо середнє питоме зусилля для деформації заготовки дорівняє $p$, а площа поперечного перерізу заготовки *F*, то за малий проміжок часу або за одиницю ходу преса (пуансону) $\Delta h$ робота зовнішніх сил $A = p \cdot F \cdot \Delta h$ буде витрачена на пластичну деформацію металу з об'ємом $V = F \cdot \Delta h$. Тоді питома робота, віднесена до величини обсягу дорівнюватиме:

$$A_{уд} = \frac{A}{V} = \frac{p \cdot F \cdot \Delta h}{F \cdot \Delta h} = p;$$

З іншої сторони питома робота дорівнює:

$$A_{уд} = e_C \cdot \sigma_S = e_C \cdot 2 \cdot k;$$

Порівняємо отримані залежності та отримаємо вираз:

$$p = e_C \cdot \sigma_S; e_C = \frac{p}{\sigma_S} = \overline{p};$$

$$e_C = \overline{p}. \qquad (7.9)$$

Таким чином, за середній ступінь деформації або середньо інтегральний показник ступеня формозміни можна прийняти величину приведеного тиску деформування даного обсягу металу.

При розрахунку енергетичним методом можна дійти аналогічних рішень виходячи з таких припущень: нехай всі потужності сил деформування, тертя, зрізу в осередку деформації є однією еквівалентною потужністю сил деформування, тоді рівняння енергетичного балансу можна записати так:

$$p \cdot F \cdot V_0 = \iiint\limits_V (\sigma_S)_Э \cdot (\dot{\varepsilon}_i)_Э \cdot dV .$$

Для обчислення такого інтеграла можна використовувати правило середнього значення інтеграла:

$$p \cdot F \cdot V_0 = (\sigma_S)_C \cdot (\dot{\varepsilon}_i)_C \cdot V ;$$

$$\left(\dot{\varepsilon}_i\right)_C = \frac{p \cdot F \cdot V_0}{(\sigma_S)_C \cdot V};$$

Але $\dot{\varepsilon}_i$ зазвичай визначається: $\left(\dot{\varepsilon}_i\right)_C = \frac{de_C}{dt}$;

І тоді:

$$\int de_C = \int_0^t \frac{p \cdot F \cdot V_0}{(\sigma_S)_C \cdot V} \cdot dt;$$

$$e_C = \int_0^t \frac{p \cdot F \cdot V_0}{(\sigma_S)_C \cdot V} \cdot dt;$$

По Кудо Х.:

$$p = \frac{(\sigma_S)_Э \cdot \iiint\limits_V (\dot{\varepsilon}_i)_Э \cdot dV}{F \cdot V_0}; \qquad (7.10)$$

Таким чином, знаючи ступінь деформації, ми можемо оцінити зміцнення матеріалу та використовуючи криві зміцнення встановити напруження текучості та справжні значення тиску деформування.

Послідовна процедура урахування зміцнення:

$$\sigma_S = f(e_C);$$

$$\sigma_S = f(\overline{p});$$

$$p = \overline{p} \cdot \sigma_S \text{ [МПа];}$$

$$P = p \cdot F \text{ [кН];}$$

Для процесів холодного видавлювання треба забезпечити умову - $p \le [p] = 2222$ МПа.

$$p_{упр} = C \cdot (\overline{p})^{n+1}. \quad (7.11)$$

Слід зазначити, що з методики Р. Хілла виходять завищені значення розрахункових силових параметрів:

$$(\sigma_S)_C = \frac{\int_0^{e_C} \sigma_S \cdot (e) \cdot de}{e_C}; \quad (7.12)$$

За методикою Чудакова П.Д напруження текучості усереднюється:

$$(\sigma_S)_C = \frac{C \cdot e_n}{1+n}. \quad (7.13)$$

Для підвищення точності рекомендується враховувати зміцнення диференційовано за окремими зонами. При цьому для нестаціонарних процесів бажано простежити за переміщенням частинки від початку процесу до його завершення.

# 8 АНАЛІЗ ФОРМОУТВОРЕННЯ ДЕТАЛЕЙ У ПРОЦЕСАХ ВИДАВЛЮВАННЯ

## 8.1 Прогнозування утворення дефектів форми деталей у процесі видавлювання

При формоутворенні порожнистих деталей методами холодного видавлювання відбуваються характерні відхилення форми деталей у вигляді утяжин і незаповнень.

Залежно від реалізованого способу видавлювання та типу порожнистих деталей утяжині можуть виникати на різних стадіях та в різних зонах формоутворюваної деталі (рис. 8.1, 8.2). При прямому видавлюванні втулки та зворотному видавлюванні стакану утяжина у вигляді відходу металу від торців пуансона спостерігається на заключних стадіях процесу, коли товщина дна або фланця деталі приблизно стає менше товщини стінки порожнистої частини (див. рис. 8.1, схеми 1 і 2). Радіальне видавлювання щодо товстих фланців на кінці або в середній частині трубчастої заготовки (див. рис. 8.1, схеми 3 і 4) супроводжується в початковій стадії явищем роздачі отвору в зоні утвореного фланця і утворенням утяжині. При комбінованому видавлюванні стаканів із фланцем утяжина утворюється на заключній стадії процесу (рис. 8.1, схеми 5 та 6).

Розрахункові схеми для аналізу енергетичним методом процесу утворення утяжин при плоскому та осесиметричному поздовжньому видавлюванні представлені на рис. 8.3. Схеми поздовжнього видавлювання ідентичні одна одній, а при пласкій течії та схемі процесу радіального видавлювання фланця [12], що дозволяє виконати аналіз причин утворення утяжин з використанням єдиного енергетичного підходу.

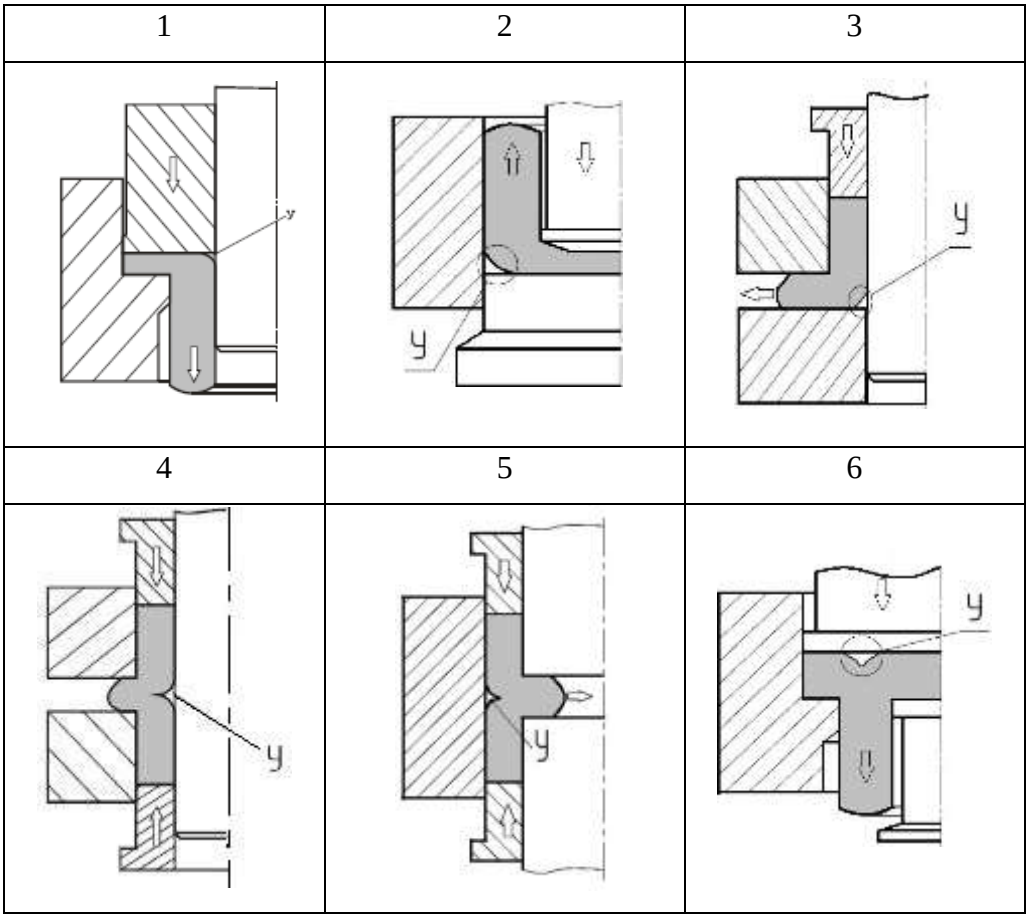



Рисунок 8.1 –Схеми утворення дефектів типу утяжин при холодному видавлюванні

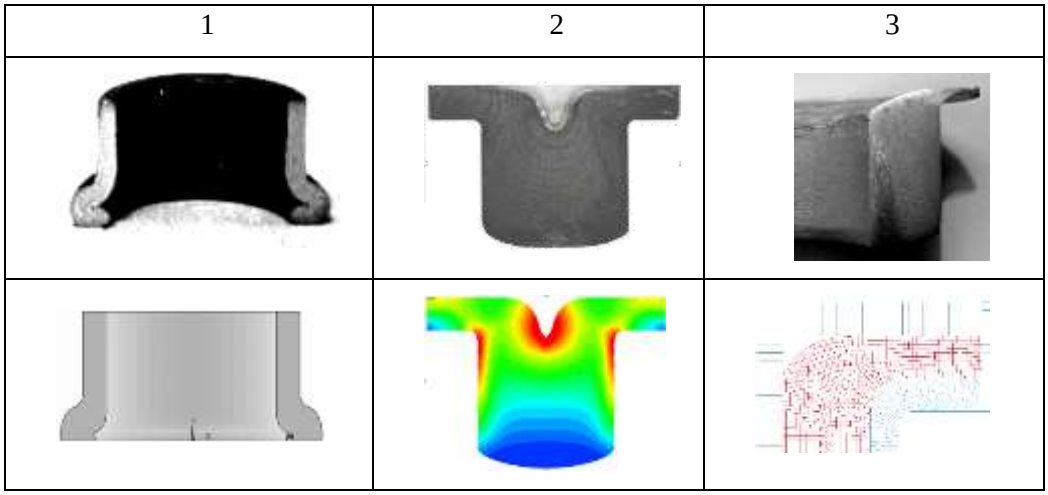



Рисунок 8.2 – Види утяжин на деталях і моделях МСЕ

У цих схемах видавлювання стійкому перебігу процесу відповідає рівність нулю значення утяжині $y$ ($a$) [2, 10], а умова запобігання утяжині полягає у виконанні нерівності

$$\overline{p}_{(y=0)} \leq \overline{p}_{(y>0)} \tag{8.1}$$

Після побудови поля та годографа швидкостей (для плоскої деформації) або відповідного КМПШ, обчислення потужностей, що входять до рівняння енергетичного балансу (Е-1в), з останнього знаходять приведений тиск видавлювання: $\overline{p} = p/\sigma_s$ .

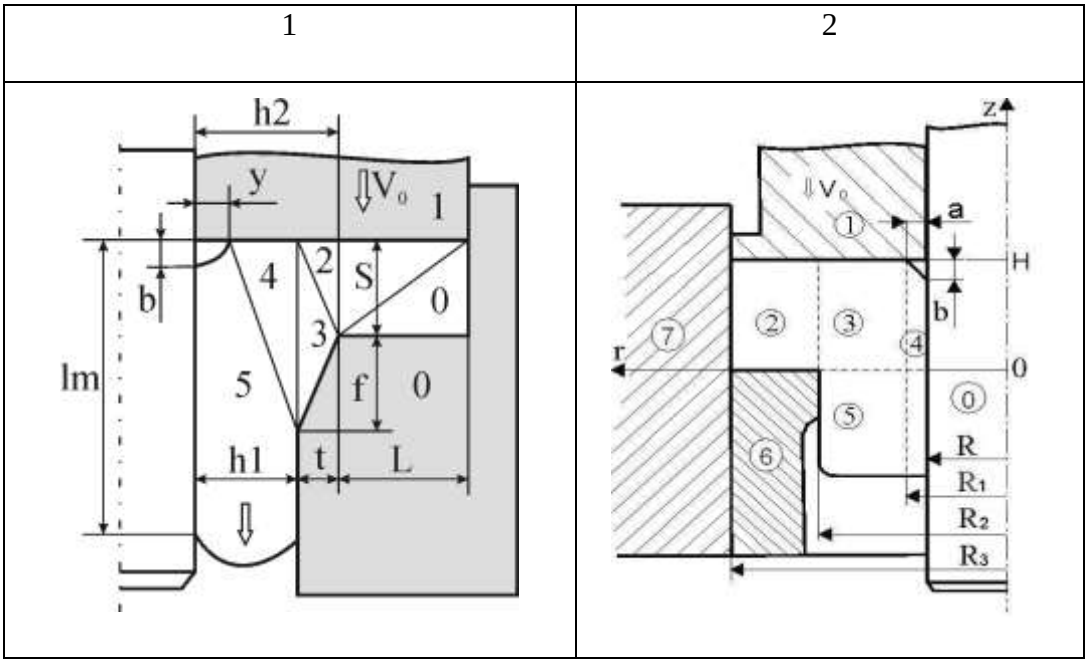



Рисунок 8.3 – Розрахункові схеми для аналізу процесу утворення утяжині при плоскому (1) и осесиметричному (2) деформуванні

Провівши математичний аналіз приведеного тиску деформування для побудованих полів швидкостей $\partial\overline{p}/\partial\overline{y} = 0$ отримують розрахункову залежність для ймовірної величини відносної утяжині $\overline{y} = y/h_1$ (див. рис. 8.3, схема 1). Далі, прирівнюючи нулю отриманий для визначення відносної утяжині вираз ($\overline{y} = 0$), можна знайти співвідношення між технологічними параметрами, при якому ймовірно утворення утяжині.

При зменшенні відносної товщини дна стакану, що видавлюється, або фланця на трубній заготовці при прямому видавлюванні розміри утяжині за шириною і за висотою будуть збільшуватися. Розмір за висотою ($\bar{b}$) можна визначити з умови наростання швидкості витікання ($V_в$) з осередку деформації зі збільшенням ширини утяжині. Максимальну відносну висоту утяжині можна визначити за залежністю $d\bar{b} = V_в dt$. Час формування утяжині виражається через зміну параметра $\bar{H}_{кр}$, що характеризує переміщення інструменту та зміну об'єму осередку деформації.

$$dt = dH/V_0\,; \qquad d\bar{b} = \lambda V_0 dH/V_0\,; \quad \bar{b} = \int_{\bar{H}_д}^{\bar{H}_{кр}} \lambda dH\,, \tag{8.2}$$

де $H$– відносна товщина фланця деталі; $\lambda$ - величина витяжки.

Наприклад, у разі прямого плоского видавлювання (див. рис. 8.3, схема 1) для визначення величини відносної утяжини отримана проста залежність [12]:

$$\bar{y} = 1 - H\frac{\sqrt{1 + 2\mu_2 \bar{l}/H}}{1 + 2\mu_1}, \tag{8.3}$$

де $H = S_2/h_1$; $S_2 = S + f$; $\bar{l} = l_m/h_1$; $\mu_1$ – коефіцієнт тертя на вхідних поверхнях;

$\mu_2$ – коефіцієнт тертя на вихідних поверхнях.

Зауважимо, що тут під вихідними поверхнями маються на увазі контактні поверхні в межах вихідного каналу (зони 5).

З виразу (8.3) при значенні $\bar{y} = 0$ можна знайти відносну товщину фланця $H_{кр}$ (з урахуванням перехідної фаски $f$), при якій виникає утяжина:

$$\bar{H}_{кр} = \sqrt{(\mu_2 \bar{l})^2 + 2\mu_1} + 1 - \mu_2 \bar{l} \tag{8.4}$$

З залежності (8.3) видно, що величина утяжині збільшується зі зменшенням $H$ і тертя на вихідних поверхнях ($\mu_2$ по нижній напівматриці і оправці) або зі збільшенням тертя ($\mu_1$) по верхній напівматриці [118].

З точки зору зниження мінімально можливих товщин фланця $\overline{H}_{кр}$ та розширення тим самим можливостей видавлювання тертя металу по нижній напівматриці та оправці ($\mu_2$) відіграє позитивну роль. З корисної ролі тертя стінки, що видавлюється, по інструменту витікає, що реактивне тертя, що діє в напрямку, протилежному витиканню металу, може запобігти утяжині на фланці втулки, одержуваної прямим видавлюванням.

Рішення для процесу *осесиметричного видавлювання* стакану отримано енергетичним методом балансу потужностей.

Розрахункова схема процесу (рис. 8.3, схема 2) передбачає наявність у заготовці, що деформується, пластичних зон і жорстких зон. Умова прогнозу виникнення утяжині при видавлюванні залишається такою самою (8.1).

КМПШ у зонах деталі описується наступними залежностями для швидкостей течії:

у зоні 2 $\quad V_z = -\frac{V_0}{h} z,\ V_r = \frac{V_0}{2h} r - \frac{V_0}{2h} \frac{R_3^2}{r};$

у зоні 3 $\quad V_z = -\frac{V_0}{h}(1-\lambda)z - V_0\lambda,\ V_r = \frac{V_0}{2h}(1-\lambda)r - \frac{V_0}{2h}(1-\lambda)\frac{R_1^2}{r},$ (8.5)

тут $\lambda = \frac{R_3^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2};\ R_1 = R_0 + a.$

Після обчислення потужностей, що входять у рівняння енергетичного балансу (Е.1в) та скорочення лівої та правої частин рівняння на множину $\pi V_0 (R_3^2 - R^2)\sigma_S$, знаходимо приведений тиск видавлювання.

$$\bar{p}=\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{1}{t^2-\bar{s}^2}\left[\left(2t^2-\sqrt{3+t^4}+\frac{t^2}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{3+t^4}+t^2}{3\left(\sqrt{3+t^4}-t^2\right)}\right)\right)-\frac{t^2-1}{y^2-1}\left(\sqrt{y^4+3}-2y^2-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{y^2}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{y^4+3}+y^2}{3\left(\sqrt{y^4+3}-y^2\right)}\right)\right)+2\mu\overline{H}t-\frac{\left(t^2-1\right)\left(1-y\right)\left(1+y-2y^2\right)}{3\overline{H}\left(y^2-1\right)}\left(2\mu_1+1\right)+\frac{y^2-t^2}{y^2-1}\overline{H}-\right.$$

$$\left.-\frac{t^2-1}{y^2-1}\overline{H}y+\frac{4\mu_2\left(y^2-t^2\right)\left(\bar{l}+\bar{s}\bar{l}-\bar{s}\bar{b}+s\overline{H}\right)}{y^2-1}+\frac{2\mu}{3\overline{H}}\left(t-1\right)\left(1+t-2t^2\right)\right],\quad(8.6)$$

де $\overline{H}=H/R_2$; $y=R_1/R_2$; $t=R_3/R_2$; $\bar{s}=R/R_2$; $\bar{l}=l/R_2$; $\bar{b}=b/R_2$.

Величина $y$ – параметр, що варіюється, який визначається з умови мінімуму приведеного тиску $\bar{p}$ і може бути знайдений з рівняння $\partial\bar{p}/\partial y=0$ Після диференціювання отримаємо рівняння.

$$\overline{H}^2\cdot\left[\left(y+1\right)^2+8y\mu_2\right]+\overline{H}\cdot 2y\left[\sqrt{3+y^4}-2-\ln\left|\frac{\sqrt{3+y^4}+y^2}{3}\right|+4\mu_2\cdot\left(\bar{l}+s\bar{l}-s\bar{b}\right)\right]-$$

$$-\frac{2}{3}y\left(y-1\right)^2\left(y+2\right)\left(2\mu_1+1\right)=0.$$

Умову появи утяжині описує рівність величин $y_0=s_0$, $H_0=H\left(y_0\right)$. При $\bar{l}=0{,}1$ і $\bar{b}=0$ отримуємо:

$$\overline{H_0}^2\cdot\left[\left(y_0+1\right)^2+8y_0\mu_2\right]+\overline{H_0}\cdot 2y_0\left[\sqrt{3+y_0^{\,4}}-2-\ln\left|\frac{\sqrt{3+y_0^{\,4}}+y_0^{\,2}}{3}\right|+0.4\mu_2\cdot\left(1+y_0\right)\right]-$$

$$-\frac{2}{3}y_0\left(y_0-1\right)^2\left(y_0+2\right)\left(2\mu_1+1\right)=0.\qquad(8.7)$$

При зменшенні відносної товщини фланця втулки, що видавлюється (або стінки трубної заготовки при радіальному видавлюванні) розмір утяжині за шириною $a$ і за висотою $b$ будуть збільшуватися. Розміри за висотою $b$ можна визначити з умови наростання швидкості витікання $V_в$ з осередку деформації зі збільшенням ширини утяжині $a$. Максимальну висоту утяжині можна визначити залежністю $d\bar{b} = V_в dt$. Час формування утяжині можна виразити через зміну параметра $\bar{H}_{кр}$, що характеризує переміщення інструменту та зміну обсягу осередку деформації. Тоді для випадку осесиметричного прямого видавлювання отримаємо

$$b = -\int_{H_0}^{H} \lambda dh; \tag{8.8}$$

Залежність висоти виникнення утяжин $\bar{H}_0$ від параметрів процесу та залежності відносних розмірів утяжині від товщини фланця наведено на рис. 8.3–8.6. Як і в плоскому рішенні, орієнтовно початку утворення утяжини відповідає значення співвідношення товщини фланця і стінки втулки $h/s = 1{,}0$. Зі збільшенням коефіцієнта тертя знижується товщина дна $H_0$, що відповідає початку утворення утяжині, тобто тертя металу на стінках матриці на вихідній ділянці служить перешкодою виникненню утяжин.

Аналіз результатів отриманих МСЕ показав такі самі закономірності появи утяжин, як і отримані енергетичним методом. Вплив сил тертя на критичні величини істотний і комп'ютерні моделі це демонструють наочно (див. рис. 8.2). З розглянутої ролі тертя випливає практичний висновок: активне тертя на поверхнях контакту заготовки з матрицею може дозволити видавлювати стакани з відносно тонким дном [6]. Реактивне тертя, яке здійснюється переміщенням оправки в напрямку, протилежному до витікання металу, може запобігти утворенню утяжин на дні стакану.

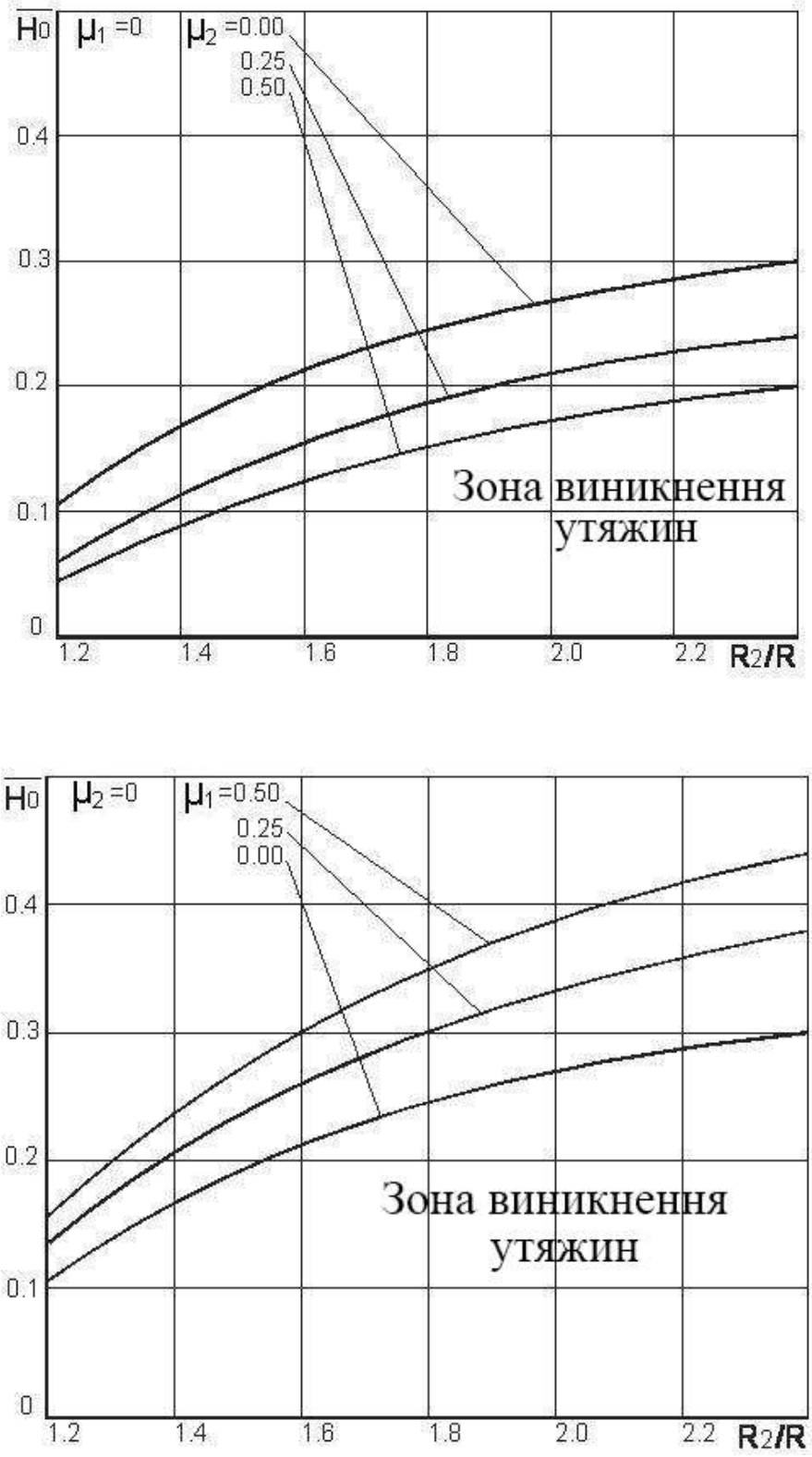



Рисунок 8.3 – Залежність критичної товщини фланця від відносного радіуса порожнистої частини, що видавлюється, і умов тертя

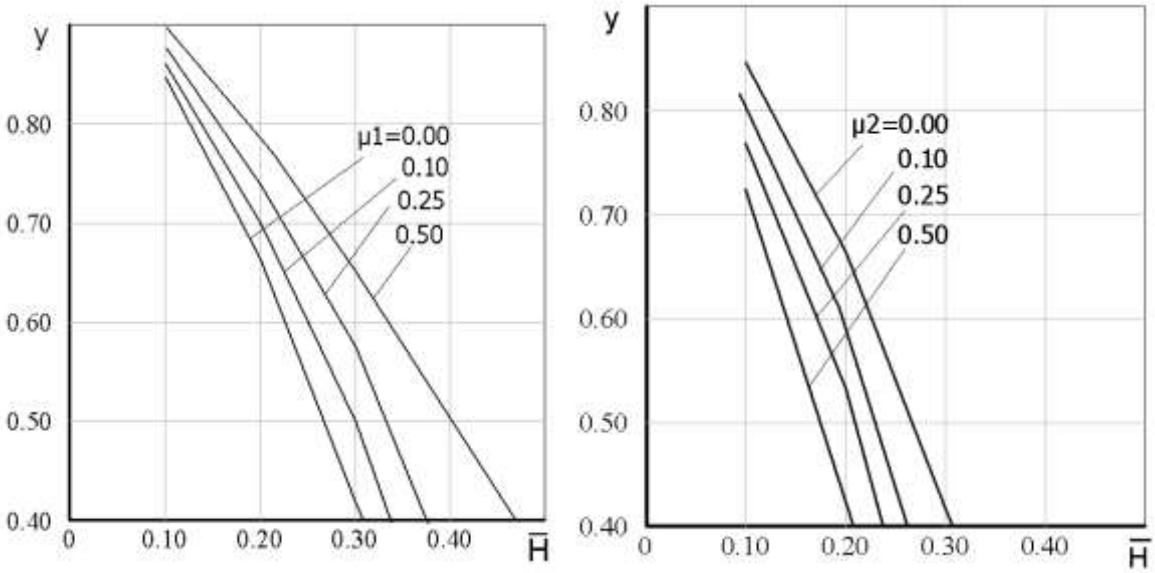



Рисунок 8.4 – Залежність відносних розмірів утяжині від товщини дна стакану: *t = 2,0, s = 0.4*

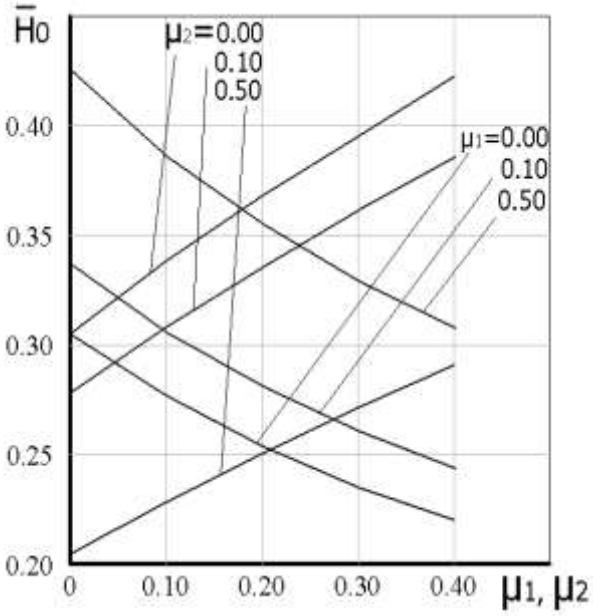



Рисунок 8.5 – Залежність висоти виникнення утяжин $\overline{H}_0$ від умов тертя на контактних поверхнях: *t = 2, s = 0.4*

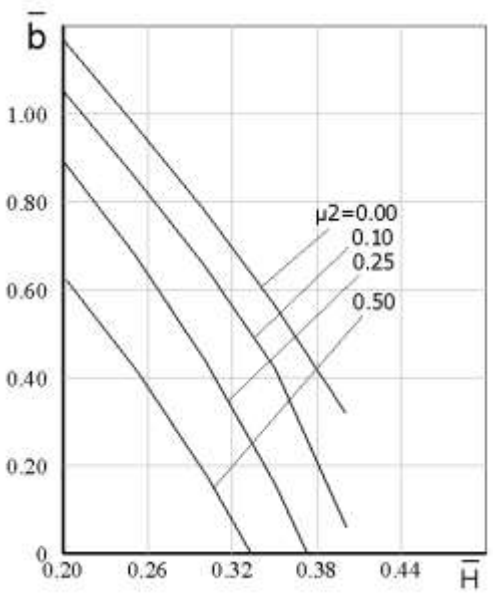



Рисунок 8.6 – Наростання глибини утяжині при зменшенні відносної товщини фланця: $\mu_1 = 0$, *t = 2, s = 0.4*

# 9 МОДЕЛЮВАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ТОЧНОГО ОБ'ЄМНОГО ШТАМПУВАННЯ

## 9.1 Основні рівняння енергетичного методу балансу потужностей для аналізу осесиметричних процесів штампування

Для процесів точного об'ємного штампування потрібна розробка математичних моделей, які дозволили б оцінити не тільки поетапний розвиток енергосилового режиму, що включає активне деформуюче навантаження, але і прогнозувати характер і особливості заповнення порожнини, наростання розмірів і формування контуру деталі, що штампується. Одним з ефективних методів вирішення подібних завдань є енергетичний метод балансу потужностей.

Згідно енергетичного методу в заготовці, що деформується, виділяють ряд пластичних зон – кінематичних модулів (елементів). Для кожного елемента знаходять кінематично можливе поле швидкостей і на його основі повну потужність деформування, мінімізація якої дозволяє оптимізувати параметри процесу деформації і уточнити оцінки силового режиму і картин пластичної течії.

Допущення, характерні для енергетичного методу, а також умови та обмеження, характерні для методу, були розглянуті в розділі 2.

Основне для ЕМБП рівняння енергетичного балансу потужностей зовнішніх і внутрішніх сил на КМПШ (Е-1) пов'язує потужність внутрішніх сил з потужністю зовнішніх активних сил $N_a$

$$N_a = p \cdot F \cdot V_0 \tag{9.1}$$

Потужності, що входять в рівняння балансу (Е-1) визначаються за інтегральними залежностями (9.2) – (9.10), наведеним разом зі складовими в табл. 9.1.

Таблиця 9.1 – Розрахункові залежності енергетичного методу балансу потужностей

| № п/п | Параметр | Залежність | Формула № |
|---|---|---|---|
| 1 | Швидкості лінійних деформацій | $\dot{\varepsilon}_z = \frac{dV_z}{dz}; \dot{\varepsilon}_r = \frac{dV_r}{dr}; \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{V_r}{r}$ | (9.2) |
| 2 | Швидкості кутових деформацій | $\dot{\gamma}_{rz} = \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z}$ | (9.3) |
| 3 | Інтенсивність швидкостей деформації | $\dot{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3}\left(\dot{\varepsilon}_z^2 + \dot{\varepsilon}_r^2 + \dot{\varepsilon}_\theta^2 + \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{rz}^2\right)}$ | (9.4) |
| 4 | Умова нестиснення | $3\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_z + \dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta = 0$ | (9.5) |
| 5 | Рівняння нерозривності швидкості | $[\Delta V_z]dr - [\Delta V_r]dz = 0,$ | (9.6) |
| 6 | Потужність сил деформування | $N_\partial = \iiint_{V\partial} \sigma_s \dot{\varepsilon}_i dV_\partial$ | (9.7) |
| 7 | Потужність сил зрізу | $N_c = \iint_{F_c} \tau_s [V_c] dF_c$ | (9.8) |
| 8 | Потужність сил тертя | $N_T = \iint_{F_K} \tau_k [V_k] dF_k$ | (9.9) |
| 9 | Контактне напруження, МПа; | $\tau_k = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\mu_s$ | (9.10) |

Примітки: $\tau_s$ – напруження текучості на зсув, *МПа*; $\tau_s = k = \sigma_s / \sqrt{3}$;
$[V_c]$ – відносна швидкість зрізу на межі двох сусідніх зон;
$\mu_s$ – коефіцієнт тертя за Зібелем $(0 \le \mu_s \le 0{,}5)$.

При розрахунку потужностей сил деформування, зрізу і тертя умова пластичності металу виконується завдяки тому що, що інтенсивність напружень дорівнює напруженню текучості, а напруження зсуву – сталої пластичності. Напруження тертя задається сталою на даній поверхні контакту в залежності (9.10) від напруження текучості матеріалу (за законом Зибеля).

## 9.2 Побудова кінематично можливих полів швидкостей

Кінематичне можливі поля швидкостей переміщень металу задаються на підставі попередньо проведених експериментальних досліджень і аналізу особливостей течії металу.

Для опису течії металу в осередку пластичної деформації слід використовувати деякі відповідні функції. Компоненти течій вздовж різних координатних осей повинні відповідати деяким умовам – насамперед граничним. Як правило в процесах ОМТ спостерігається значна нерівномірність пластичної течії: поруч із зонами з високими ступенями деформацій розташовуються зони з незначними ступенями деформацій. Така нерівномірність викликає додаткові витрати енергії, зокрема на зсуви і зрізи. Можливості енергетичного методу дозволяють забезпечити постановку та вирішення таких завдань. Суть у цьому, що застосовуються розривні рішення: у пластичної області виділяють ряд зон, що доповнюють одна одну і у яких деформація вважається рівномірною, тобто такою, опис якої можливий відноносно простими залежностями. Рекомендується також використовувати експериментальні дані про характер течії металу.

Таким чином, використовуючи експериментальні, аналогові чи гіпотетичні поля течій підбирають, встановлюють функції переміщень $U_X, U_Y, U_r, U_Z$ та (або) швидкостей $V_X, V_Y, V_r, V_Z$.

Умова нестискання вимагає, щоб сума трьох компонент дорівнювала нулю, отже можна вибрати нескінченно велику кількість цих компонент і завдання має не єдине рішення. Критерієм вибору найбільш сприятливих функцій є принцип мінімальної енергії.

Вибір КМПШ – найважливіший етап вирішення завдань енергетичним методом. Підбір таких функцій вимагає і інтуїції, і досвіду.

При виборі КМПШ слід прагнути отримати більш прості залежності і щоб складність функцій відповідала рівню складності прийнятих припущень.

Значного полегшення вирішення завдань можна досягти, якщо контактні поверхні, межі осередку деформації описувати поверхнями, паралельними та перпендикулярними прийнятим координатним осям.

При цьому для осесиметричних кінематичних елементів з прямокутним поперечним перерізом найбільш проста схема побудови КМПШ заснована на припущенні про паралельну течію металу. Якщо складові швидкості уздовж кожного координатного напрямку не залежать від координат за іншими напрямками, тобто $v_z = v_z(z)$, то компоненти швидкості в загальному вигляді для осесиметричного процесу можна визначити за простими формулами. Тобто, якщо контактні поверхні та межі осередку деформації описувати поверхнями, паралельними та перпендикулярними прийнятим координатним осям, можна досягти значного полегшення вирішення задач. При цьому форма перерізів елементарних зон стає простою та створюється можливість легко задовольнити нерозривність нормальної складової швидкості та відповідність КГУ. Крім того, при таких межах елементарних зон легко прийняти поле паралельної течії, коли компонент швидкості переміщення залежить тільки від однієї (власної) координати. Для таких полів течії приймають і використовують умову нестискання в більш простій формі:

$$V_Z = V_Z(z); \quad V_r = V_r(r).$$

Виконується заміна часткових похідних простими:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_r}{r} = 0 \text{ (осесиметрична задача);} \qquad (9.11)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d(V_r \cdot r)}{dr} + \frac{dV_Z}{dz} = 0;$$

$$\frac{dV_Z}{dz} = -\frac{1}{r} \cdot \frac{d(V_r \cdot r)}{dr} = const.$$

Інтегруючи окремо ці диференціальні рівняння, можна отримати загальні залежності для КМПШ при осесиметричної течії:

$$\int dV_Z = \int C d_Z ;$$

$$\left.\begin{aligned} V_Z &= C_1 \cdot z + C_2 \\ V_r &= -\frac{C_1}{2} \cdot r + \frac{C_3}{r} \end{aligned}\right\} \qquad (9.12)$$

У цих виразах $C_1, C_2, C_3$ – постійні інтегрування, що визначаються виходячи з кінематичних граничних умов в швидкостях і умов безперервності нормальної складової швидкості на поверхні розриву швидкості.

Для ПДС умова нестискання в диференційній формі виглядає так:

$$\frac{dV_Z}{dz} + \frac{dV_X}{dx} = 0 ;$$

$$\varepsilon_Z^* + \varepsilon_X^* = 0 .$$

В результаті інтегрування отримаємо:

$$\left.\begin{aligned} V_Z &= C_1 \cdot z + C_2 \\ V_X &= -C_1 x + C_3 \end{aligned}\right\} \qquad (9.13)$$

Після знаходження цих функцій за рівняннями Коші визначається швидкість деформацій:

$$\varepsilon_Z^* = \frac{dV_Z}{dz} ;$$

$$\varepsilon_r^* = \frac{dV_r}{dr} \text{ і т. д.}$$

Перевіряють дотримання умов постійності об’єму (нестискання), а також відповідність КГУ та умові нерозривності нормальних компонентів швидкості. Лише після цього розпочинають наступні етапи розрахунку. У тих випадках, коли компонента швидкості переміщення залежить не тільки від власної, але і суміжних координат, то з'являються зсувні деформації і швидкості деформацій.

$$\gamma_{rz}^{*} = \frac{\partial V_Z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z}$$ (*осесиметрична задача*).

Інтенсивність швидкостей деформацій обчислюється за виразом:

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{\left(\dot{\varepsilon}_X - \dot{\varepsilon}_Y\right)^2 + \left(\dot{\varepsilon}_Y - \dot{\varepsilon}_Z\right)^2 + \left(\dot{\varepsilon}_Z - \dot{\varepsilon}_X\right)^2 + \frac{3}{2} \cdot \left(\dot{\gamma}_{XY}^2 + \dot{\gamma}_{YZ}^2 + \dot{\gamma}_{ZX}^2\right)};$$

Для осесиметричної задачі:

$$\dot{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(\dot{\varepsilon}_Z^2 + \dot{\varepsilon}_r^2 + \dot{\varepsilon}_\theta^2 + \frac{1}{2} \cdot \dot{\gamma}_{rz}^2\right)}$$ (9.4, а);

*Етапи розв'язання задач:*

1. Повинні вибиратися системи координат для осередку деформації та зон.

2. Встановлення граничних умов (швидкостей переміщень).

3. Якщо припущення про рівномірність деформацій викликає сумнів, слід подальше розбиття осередку деформації на більш елементарні зони.

4. Для елементарних зон осередку деформації записуються координати всіх границь із зазначенням усіх граничних умов. Виділяються та відзначаються також поверхні на границях, які можна віднести до поверхонь контактного тертя.

5. Починаючи з зони, що примикає до активного деформуючого інструменту, встановлюють функції швидкостей переміщень.

6. Потрібно встановити безперервність нормальних складових швидкостей.

7. Потрібно встановити відповідність умові нестискання у полях швидкостей: $\begin{cases} \varepsilon_r^* + \varepsilon_z^* + \varepsilon_\theta^* = 0; (осесиметричн) \\ \varepsilon_x + \varepsilon_z = 0. (ПДС) \end{cases}$

## 9.3 Лінеаризація інтенсивності швидкостей деформацій

Для полегшення інтегрування виразу $N_o$ доцільно використовувати лінеаризовану формулу інтенсивності швидкостей деформації $\dot{\varepsilon}_i$. Існує два види таких формул:

$$1.\ \dot{\varepsilon}_i = \beta \cdot \left|\dot{\varepsilon}_{\max}\right|,\ \beta = \frac{2}{\sqrt{3}} - \text{для ПДС};$$

$$2.\ \sqrt{a^2 + b^2} = |a| + 0{,}4 \cdot |b|, \text{ при } |a| > |b|. \qquad (9.14)$$

Для обчислення потужностей застосовують різні способи лінеаризації підінтегральних функцій, що спрощують подальше інтегрування, що дає можливість уникнути числових розрахунків. В першу чергу, це відноситься до розрахунків потужності сил пластичної деформації, що містить вираз інтенсивності швидкостей деформації.

Якщо при обраному КМПШ в межах модуля можливо визначити найбільшу з компонент швидкостей відносних деформацій, то є доцільним, застосовувати лінеаризовані залежності типу (9.14). Часто використовують лінеаризацію виразу, до складу якого входять дві довільні функції $T_1$ і $T_2$, що дає відносну помилку не більше 6%:

$$\sqrt{T_1^2 + T_2^2} \approx |T_1| + 0{,}4 \cdot |T_2| \ \text{ при } \ |T_1| > |T_2| \qquad (9.15)$$

У деяких випадках використовується різновид лінеаризації (9.15) в наступному вигляді [4]:

$$\sqrt{T_1^2 + T_2^2} \approx |T_1| + 0{,}5 \cdot \frac{T_2^2}{|T_1|} \text{ при } \ |T_1| > |T_2| \qquad (9.16)$$

У загальному випадку при осесиметричному процесі, який описано в циліндричних координатах $r, \theta, z$, можна приймати з відносною помилкою до 10 %:

$$\sqrt{3}\dot{\varepsilon}_i = \begin{cases} |\xi| + 0{,}4 \cdot |\dot{\gamma}_{rz}| & \text{при} \quad |\xi| > |\dot{\gamma}_{rz}|; \\ 0{,}4 \cdot |\xi| + |\dot{\gamma}_{rz}| & \text{при} \quad |\xi| < |\dot{\gamma}_{rz}|, \end{cases} , \qquad (9.17)$$

де $\frac{\sqrt{3}}{2}\xi = \begin{cases} \dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta & \text{при} \quad |\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta| > |\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z|; \\ \dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z & \text{при} \quad |\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z| > |\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta|; \ \text{якщо} \ (\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta)(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z) > 0; \\ \dot{\varepsilon}_{zr} - \dot{\varepsilon}_\theta & \text{при} \quad (\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta)(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z) < 0. \end{cases}$

Але, як показали дослідження, для модулів трапецеїдальної форми виконання умов (9.15) і, як наслідок, вибір єдиної формули у всій області осередку деформації не завжди вдається досягти внаслідок більш складного (у порівнянні з прямокутними модулями) КМПШ.

Співставлення значень швидкостей деформацій показує, що умова $|\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta| > |\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z|$; якщо $(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta)(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z) > 0$ виконується тільки при $r \in [1; 1.14]$, а не у всій області даного модуля, що ускладнює використання умови (9.17) і проведення лінеаризації підінтегрального виразу для інтенсивності швидкостей деформації.

# 10 МЕТОД КІНЕМАТИЧНИХ МОДУЛІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

## 10.1 Кінематичні модулі паралельної течії

Як було викладено у розділі 3 МКМ сприяє підвищенню оперативності енергетичного методу, зниженню трудоємності обчислень технологічних режимів за співставними схемами або етапами деформування. Модульний підхід, заснований на підборі і використанні уніфікованих кінематичних модулів (елементарних полів швидкостей) [2, 14–17], призначених для опису переважаючих схем деформацій в пластичних зонах активно використовується дослідниками. Потрібно розширення їх кількості за рахунок підбору модулів різної конфігурації, а також оцінки їх властивостей і поширенню можливостей.

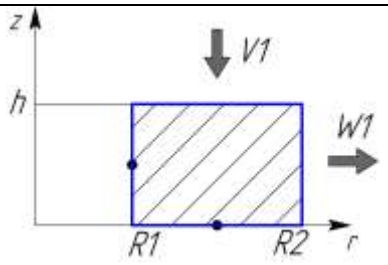
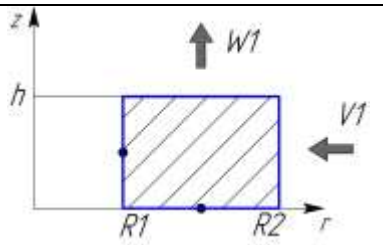
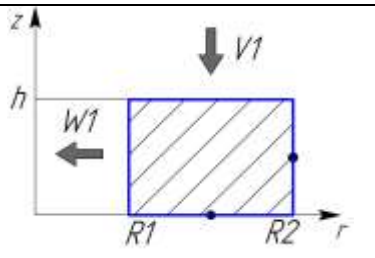
Наприклад, для осесиметричних координатних модулів отримано КМПШ і розрахункові залежності для складових тиску деформування, які враховають витрати енергії на деформування, на зсув и на контактне тертя (табл. 10.1). Дані КМПШ паралельної течії не викликають складнощів у розрахунках і мають властивість вбудовуваності в більш складні схеми, будучи їх елементами.

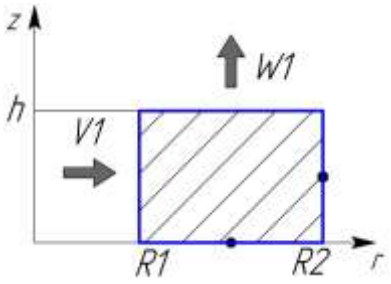
Перевірка властивості інверсії напрямку векторів швидкості течії показала, що ці модулі мають властивість інверсії. Це доведено висновком формул для приведеного тиску.

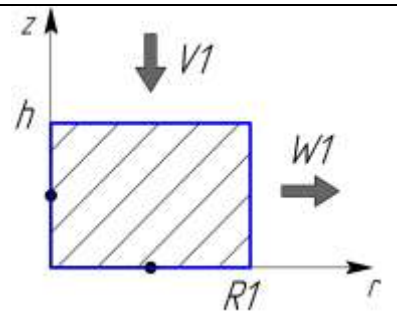
Для осесиметричних процесів КМПШ, що відповідають даним вимогам, наведено в табл. 10.1.

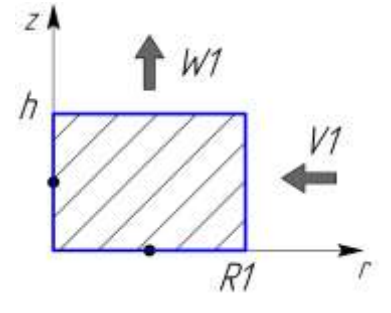
Однак, наведені КМПШ для елементарних прямокутних модулів не дозволяють розглядати течію матеріалу в кінематичних елементах з криволінійними межами, що повторюють форму контактних поверхонь інструменту або поверхонь розділу течії матеріалу.

Таблиця 10.1 – Кінематичні модулі паралельної течії (поле швидкостей і тиски деформування)

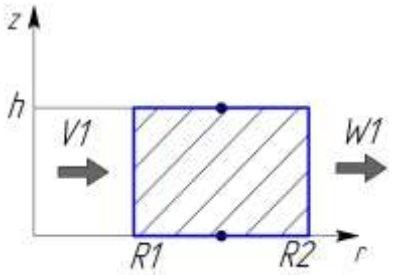
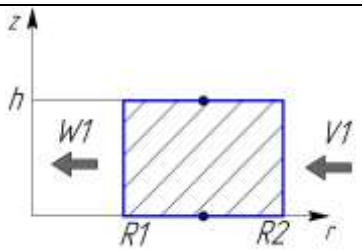
| № | Схема модулю, КМПШ | Приведений тиск |
|---|---|---|
| **A**<br>**1** |  <br>$\nu_z = -\frac{V_1}{h} z$<br>$\nu_r = \frac{V_1}{2h} r - \frac{V_1 R_1^2}{2hr}$ | Тиск пластичного деформування:<br>$\Delta\bar{p} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{R_1^2}{\left(R_2^2 - R_1^2\right)} \left[ \frac{\sqrt{3R_2^4 + R_1^4}}{R_1^2} - \ln \left| \frac{\sqrt{3 \cdot R_2^4 + R_1^4} + R_1^2}{3 \cdot R_2^2} \right| - 2 \right]$<br>Тиски тертя або зрізу на поверхнях 1, 2 –<br>$\Delta\bar{p}_{a1} = \Delta\bar{p}_{a2} = \frac{2\mu_S (R_0 - R_1)}{3\sqrt{3} \cdot h\left(R_2^2 - R_1^2\right)} \left(2R_2^2 - R_2 R_1 - R_1^2\right)$ ;<br>3 – $\Delta\bar{p}_{a3} = \frac{2\mu_S}{\sqrt{3}} \frac{hR_2}{R_2^2 - R_1^2}$ ;<br>4 ($R_1$) – $\Delta\bar{p}_{a4} = \frac{2\mu_S}{\sqrt{3}} \frac{hR_1}{R_2^2 - R_1^2}$ ;<br>$\Sigma\bar{p} = \bar{p}_a = \Delta\bar{p} + \Delta\bar{p}_{a1} + \Delta\bar{p}_{a2} + \Delta\bar{p}_{a3} + \Delta\bar{p}_{a4}$ |
| **2** |  <br>$\nu_z = \frac{W_1}{h} z$<br>$\nu_r = -\frac{W_1}{2h} r + \frac{W_1 R_1^2}{2hr}$<br>$W_1 = -\frac{2V_1 R_2 h}{\left(R_2^2 - R_1^2\right)}$ | |
| **B**<br>**3** |  <br>$\nu_z = -\frac{V_1}{h} z$<br>$\nu_r = \frac{V_1}{2h} r - \frac{V_1 R_2^2}{2hr}$ | Тиск пластичного деформування<br>$\Delta\bar{p} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{R_2^2}{\left(R_2^2 - R_1^2\right)} \left[ \ln \left| \frac{\sqrt{3 \cdot R_2^4 + R_1^4} + R_2^2}{3 \cdot R_1^2} \right| - \frac{\sqrt{R_2^4 + 3 \cdot R_1^4}}{R_2^4} + 2 \right]$<br>$\Delta\bar{p} = \frac{\bar{M}_1}{\sqrt{3}} = \frac{6{,}25 - 6{,}5\bar{R}}{1{,}732} = 3{,}61 - 3{,}75\bar{R}$ ,<br>$\bar{R} = R_1 / R_2$ |

<table>
<tr>
<td>4</td>
<td> 

$$\nu_z = \frac{W_1}{h} z$$
$$\nu_r = -\frac{W_1}{2h} r + \frac{W_1 R_2^2}{2hr}$$
$$W_1 = -\frac{2V_1 R_1 h}{\left(R_2^2 - R_1^2\right)}$$</td>
<td>Тискі тертя або зрізу на поверхнях:<br>1 –<br>$$\Delta\bar{p}_{b1} = \frac{2\mu_S\left(R_0 - R_1\right)}{3\sqrt{3}\cdot h\left(R_2^2 - R_1^2\right)}\left(2R_2^2 - R_2 R_1 - R_1^2\right);$$<br>2 –<br>$$\Delta\bar{p}_{b2} = \frac{2\mu_S\left(R_0 - R_1\right)}{3\sqrt{3}\cdot h\left(R_2^2 - R_1^2\right)}\left(2R_2^2 - R_2 R_1 - R_1^2\right);$$<br>3 ($R_2$) – $$\Delta\bar{p}_{b3} = \frac{2\mu_S}{\sqrt{3}}\frac{hR_2}{R_2^2 - R_1^2};$$<br>4 ($R_1$) – $$\Delta\bar{p}_{b4} = \frac{2\mu_S}{\sqrt{3}}\frac{hR_1}{R_2^2 - R_1^2};$$<br>$\Sigma\bar{p}$ –<br>$$\bar{p}_b = \Delta\bar{p} + \Delta\bar{p}_{b1} + \Delta\bar{p}_{b2} + \Delta\bar{p}_{b3} + \Delta\bar{p}_{b4}.$$</td>
</tr>
<tr>
<td>C<br><br>5</td>
<td> 

$$\nu_z = -\frac{V_1}{h} z$$
$$\nu_r = \frac{V_1}{2h} r$$</td>
<td rowspan="2">Тиск пластичного деформування<br>$$\Delta\bar{p} = 1{,}0$$<br>Тискі тертя або зрізу на поверхнях:<br>1 – $$\Delta\bar{p}_{c1} = \frac{2}{\sqrt{3}}\mu_s\frac{R_1}{3h}$$<br>2 – $$\Delta\bar{p}_{c2} = \frac{2}{\sqrt{3}}\mu_s\frac{R_1}{3h}$$<br>3 ($R_1$) – $$\Delta\bar{p}_{c3} = \frac{2}{\sqrt{3}}\mu_s\frac{h}{R_1}$$<br>$$\Sigma\bar{p} - \bar{p}_c = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\mu_s\frac{h}{R_1} + \frac{4}{\sqrt{3}}\mu_s\frac{R_1}{3h}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td> 

$$\nu_z = \frac{W_1}{h} z;\ \nu_r = -\frac{W_1}{2h} r$$
$$W_1 = -\frac{2V_1 R_1 h}{R_1^2}$$</td>
</tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| **D 7** |  $\nu_z = 0$ $\nu_r = \frac{V_1 R_1}{r}$ | Тиск пластичного деформування $\Delta\bar{p} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left\lvert\frac{R_2}{R_1}\right\rvert$ Тиски тертя або зрізу на поверхнях: $1 - \Delta\bar{p}_{d1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \mu_s \frac{R_2 - R_1}{h}$ |
| **8** |  $\nu_z = 0$ $\nu_r = -\frac{V_1 R_2}{r}$ | $2 - \Delta\bar{p}_{d2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \mu_s \frac{R_2 - R_1}{h}$ $\Sigma\bar{p} - \bar{p}_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left\lvert\frac{R_2}{R_1}\right\rvert + \frac{4}{\sqrt{3}} \mu_s \frac{R_2 - R_1}{h}$ |

Примітка: В умовах зрізу на відповідної поверхні коефіцієнт тертя приймати рівним 0,5 ($2\mu_s$ = 1,0).

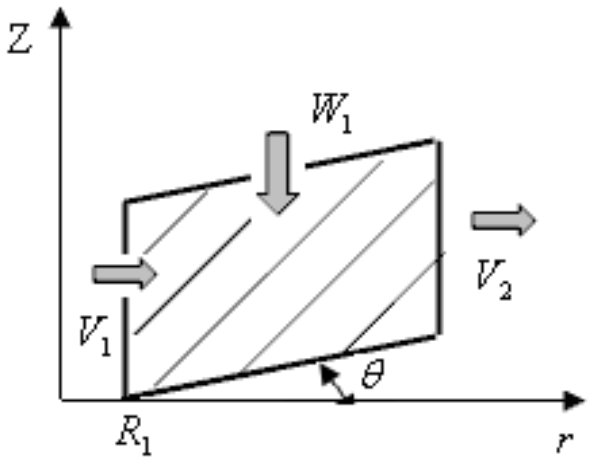



Рисунок 10.1 – Кінематично можливе поле швидкостей у вигляді паралелограма

Загальний вигляд модулів з поперечним перерізом у вигляді паралелограма (рис. 10.1), які призводять до визначення нормальної складової швидкості уздовж границі, запропонований в роботах [2, 4]:

$$v_r = C_1 r + C_2 + \frac{C_3}{r},$$

$$v_z = C_0 + C_1 r\, tg\theta + 2C_1(a - z) - C_3 \frac{tg\theta}{r} + C_2 \frac{a - z}{r}$$

У більш спрощеному КМПШ подібного типу має вигляд[11]:

$$v_r = \frac{W_1}{2h} \frac{r^2 - R_1^2}{r} + V_1 \frac{R_1}{r}.$$

$$v_z = -\frac{W_1}{h} z + V_1 \frac{R_1}{r} tg\theta + + \frac{W_1}{2h}(3r - 2R_1 - \frac{R_1^2}{r})tg\theta; \qquad (10.1)$$

У загальному випадку, прийнявши відповідні припущення про вид залежності компоненти $v_z = v_z(z, r, C_i)$, враховуючи умову сталості об'єму в диференціальній формі, після почленного інтегрування рівнянь (9.11), можна отримати вираз для функції $v_r$:

$$v_r = -\frac{1}{r}\left[\int \frac{\partial v_z(z, r, C_i)}{\partial z} r\, dr + C_{i+1}\right] \qquad (10.2)$$

При цьому значення $C_1, ..., C_{i+1}$ знаходять використовуючи граничні умови, що відповідають КМПШ і задовольняють умові суцільності (9.5).

Для осесиметричних процесів КМПШ, що відповідають даним вимогам, наведено у додатку Б, в табл. Б.1. Модулі № 18 -21 розглянуто в роботах [2, 4, 6, 18].

Використовуючи дану методику, можуть бути отримані наведені нижче КМПШ для різних різновидів модулів.

Поле швидкостей для трапецеїдальних модулів вигляду (табл. Б.1, № 3–10) можна побудувати за аналогією з КМПШ кільцевих модулів:

$$v_z = \frac{z\,tg\theta}{2\,r\,H^2(r)}\ \left[W_1\left(r^2 - R_i^2\right) + 2\,V_1\,R_i\,H(R_i)\ \right] - \frac{W_1\,z}{H(r)};$$

$$v_r = \frac{W_1\left(r^2 - R_1^2\right)}{2\,r\,H(r)} + V_1\,\frac{R_i\,H(R_i)}{r\,H(r)}, \qquad (10.3)$$

де $H(r) = h + (r - R_i)tg\theta$ – рівняння похилої границі елемента

Якщо трапецеїдальний модуль містить криволінійну границю, то попередні залежності є справедливими при заміні $tg\theta = H'(r)$.

Якщо $z_H \neq 0$, то КМПШ трапецеїдального модуля в більш уніфікованій формі набуває такого вигляду:

$$v_z = -\frac{\overline{W}\,(z - z_H)}{H - z_H} - W_2 + \left[2\,V_1\,R_1\,h + \overline{W}\left(r^2 - R_1^2\right)\right]\ \frac{z - z_H}{2\,r\,H^2}\,H'(r);$$

$$v_r = \frac{\overline{W}\left(r^2 - R_1^2\right)}{2\,h\,H} + V_1\,\frac{R_1\,h}{r\,H} \qquad (10.4)$$

Для трапецеїдальних модулів з похилою бічною границею у вигляді прямої лінії, заданої рівнянням $T(z) = R_1 + (z - h_2)tg\theta$, що містять вісь, можна отримати КМПШ наступного виду (див. додаток Б, табл. Б.1, №.10):

$$v_z = \frac{W_1\,C_1}{T^2(z)}, \qquad v_r = r\,\frac{W_1 C_1}{T^3(z)}\,tg\theta \qquad (10.5)$$

Поширити наведені вище залежності на випадок криволінійної похилої границі можна шляхом заміни $tg\theta$ на $T'(z)$.

Для трапецеїдальних модулів з похилою бічною границею у вигляді прямої лінії, заданої рівнянням $T(z) = R_2 - z\,tg\theta$, що містять вісь $r$ і перпендикулярністю вхідної та вихідної швидкостей, можна отримати КМПШ такого вигляду:

$$v_z = V\,\frac{2R_1 Z}{T^2(z) - R_1^2};\ v_r = \frac{1}{r}\left(V_t T(z) + \left(VR_1 - V_t T(z)\right)\frac{T^2(z) - r^2}{T^2(z) - R_1^2}\right) \qquad (10.6)$$

Залежності (10.1) можна використовувати при побудові КМПШ прямолінійних трикутних модулів, представлених в табл. Б.1 (№ 20–22) в більш спрощеному вигляді при $C_1 = 0$:

$$v_z = C_0 - C_3 \frac{tg\theta}{r} + C_2 \frac{a - z}{r} \qquad (10.7)$$

Можна відзначити, що КМПШ одного і того ж процесу можуть бути задані різними способами, що поєднують як елементарні, так і більш складні функції. Критерієм відбору КМПШ, які найбільш адекватно описують деформований стан металу, є умова мінімуму витрат енергії на заданих швидкостях переміщень [2, 4,11]. При цьому важливим фактором використання того чи іншого набору КМПШ є можливість їх застосування при моделюванні технологічних задач і виконанні розрахунків.

Як вже було викладено вище, розміри і конфігурація осередку деформації відіграють визначальну роль в побудові КМПШ і, як наслідок, призводять до спрощення або ускладнення математичного апарату обчислень. Не завжди вдається отримати аналітичні вирази при розкритті інтегралів, які задають потужності сил пластичної деформації і сил зрізу, внаслідок необхідності інтегрування громіздких, в тому числі і ірраціональних функцій. Особливо це стосується використання модулів трапецеїдальної форми і з криволінійними границями, представленими в додатку Б, табл. Б.1 (№ 14).

Але, як показали дослідження, для модулів трапецеїдальної форми виконання умов (9.17) і, як наслідок, вибір єдиної формули у всій області осередку деформації не завжди вдається досягти внаслідок більш складного (у порівнянні з прямокутними модулями) КМПШ.

Співставлення значень швидкостей деформацій показує, що умова $\left|\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta\right| > \left|\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z\right|$; якщо $\left(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta\right)\left(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z\right) > 0$ виконується тільки при $r \in [1; 1.14]$, а не у всій області даного модуля, що ускладнює використання умови (9.17) і проведення лінеаризації підінтегрального виразу для

інтенсивності швидкостей деформації. У цих випадках бажано мати наближену верхню оцінку інтегралів від ірраціональних функцій, більш раціонально використовувати верхню оцінку для потужності сил деформування з використанням нерівності Коші-Буняковського):

$$I = \iiint\limits_V \dot{\varepsilon}_i dV = \iiint\limits_V \sqrt{F_1^2 + \ldots + F_n^2}\, dV\,, \tag{10.8}$$

де $\dot{\varepsilon}_i$ – інтенсивність швидкостей деформації в елементарному об'ємі $dV$.

## 10.2 Різновиди осесиметричних модулів складної форми

Розглянемо види осесиметричних складних модулів [6, 11, 19]:

***Трапецеїдальний модуль***

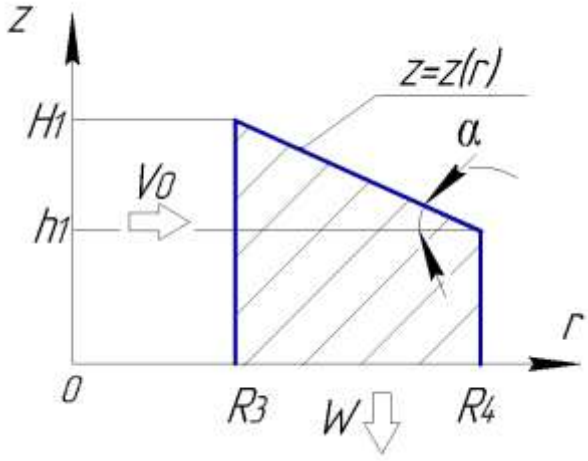



Рисунок 10.6 – Трапецеїдальний модуль для осесиметричного деформування

Інтеграли вигляду (10.8) не виражаються в елементарних функціях, тому зазвичай використовують наближене інтегрування з двосторонньою оцінкою точності. Верхня і нижня оцінка даних інтегралів буде визначена наступними нерівностями [6, 11, 19]:

$$\sqrt{\left(\iiint\limits_V |F_1|dV\right)^2 + \ldots + \left(\iiint\limits_V |F_n|dV\right)^2} \le I \le \sqrt{V\left[\iiint\limits_V \left(F_1^2 + \ldots + F_n^2\right)dV\right]}. \qquad (10.9)$$

Наведені вирази (10.9) є найбільш простими, проте в цілях визначення більш точної верхньої оцінки можна використовувати кубатурну формулу такого вигляду [11]:

$$\iiint\limits_V \sqrt{F_1^2 + \ldots + F_n^2}\,dV \le \sqrt{2V\left(\sqrt{I_1 I_3} + I_2\right)}, \qquad (10.10)$$

де $I_1 = \iiint\limits_V (1-f)^2\left(F_1^2 + \ldots + F_n^2\right)dV,$

$$I_2 = \iiint\limits_V f(1-f)\left(F_1^2 + \ldots + F_n^2\right)dV,$$

$$I_3 = \iiint\limits_V f^2\left(F_1^2 + \ldots + F_n^2\right)dV\ .$$

Вважаючи, що об'єм $V$ циліндричного модуля $0 \le \theta \le 2\pi,\ R_1 \le r \le R_2$ обмежений поверхнями $z_1 = 0,\ z_2 = z(r)$ в циліндричній системі координат $r, \theta, z$, отримуємо $f = \dfrac{z}{z(r)}$. Отже, вирази (3.22) приймає вигляд:

$$I_1 = 2\pi \int\limits_{R_1}^{R_2} r dr \int\limits_0^{z(r)} \left(1 - \frac{z}{z(r)}\right)^2 \left(F_1^2 + \ldots + F_n^2\right)dz,$$

$$I_2 = 2\pi \int\limits_{R_1}^{R_2} r dr \int\limits_0^{z(r)} \frac{z}{z(r)}\left(1 - \frac{z}{z(r)}\right)\left(F_1^2 + \ldots + F_n^2\right)dz,$$

$$I_3 = 2\pi \int\limits_{R_1}^{R_2} r dr \int\limits_0^{z(r)} \left(\frac{z}{z(r)}\right)^2 \left(F_1^2 + \ldots + F_n^2\right)dz. \qquad (10.11)$$

При розв'язанні практичних задач значення визначених інтегралів (10.11) доцільно представити в наступному вигляді:

$$A = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r dr \int_0^{z(r)} \left( F_1^2 + \ldots + F_n^2 \right) dz,$$

$$B = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r dr \int_0^{z(r)} \frac{z}{z(r)} \left( F_1^2 + \ldots + F_n^2 \right) dz,$$

$$C = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r dr \int_0^{z(r)} \left( \frac{z}{z(r)} \right)^2 \left( F_1^2 + \ldots + F_n^2 \right) dz. \qquad (10.12)$$

Тоді з урахуванням (10.12) вирази, що входять в праву частину кубатурної формули (10.10), приймають такий вигляд:

$$I_1 I_3 = (A - 2B + C)C, \qquad I_2 = B - C. \qquad (10.13)$$

Після інтегрування виразів (10.12) з'являється можливість отримання аналітичного виразу потужності пластичної деформації, що дозволяє проводити оптимізацію технологічних параметрів процесів або призводить до суттєвого спрощення даної функції. Відносна похибка розрахункових формул (10.10) не перевищує 1,5 %, при цьому відносна похибка (10.9) може досягати 3–12 %.

***Трапецеїдальний «кутовій» модуль***

Розглянемо розрахунок трапецеїдального «кутового» модуля (№5). Для модуля, використовуючи верхню оцінку для потужності сил деформування за нерівністю Коші-Буняковського (10.8) при інтенсивності швидкостей деформації і об’ємі пластичної області $V$ для кутової течії, отримаємо

$$v_r\big|_{r=R} = \frac{V_0 \cdot \left( R_1^2 - R^2 \right)}{2 \cdot H_0 \cdot R}$$

$$z(r)=k\cdot\left(r-R_0\right)+H_0,\quad k=\frac{h_1-H_0}{R_1-R_0},\quad k=-tg\alpha,\quad z'(r)=k.$$

КМПШ: $V_z=-V_0\cdot M+\frac{V_0\cdot M}{z(r)}\cdot\left(1+\frac{\left(R_1^2-r^2\right)\cdot k}{2\cdot r\cdot z(r)}\right)\cdot z$, де $M=\frac{2\cdot R_0\cdot H_0}{R_1^2-R_0^2}$,

$$V_r=\frac{V_0\cdot M\cdot\left(R_1^2-r^2\right)}{2\cdot r\cdot z(r)}. \qquad (10.14)$$

КГУ: $V_r\big|_{r=R_1}=0,\quad V_r\big|_{r=R_0}=V_0,\qquad V_z\big|_{z=0}=-V_0\cdot M=V_1.$

$$\dot{\varepsilon}_z=\frac{V_0\cdot M}{z(r)}\cdot\left(1+\frac{\left(R_1^2-r^2\right)\cdot k}{2\cdot r\cdot z(r)}\right),$$

$$\dot{\varepsilon}_r=-\frac{V_0\cdot M}{z(r)}-\frac{V_0\cdot M\cdot\left(R_1^2-r^2\right)}{2\cdot r^2\cdot z(r)}-\frac{V_0\cdot M\cdot\left(R_1^2-r^2\right)\cdot k}{2\cdot r\cdot z^2(r)},$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta=\frac{V_0\cdot M\cdot\left(R_1^2-r^2\right)}{2\cdot r^2\cdot z(r)},$$

$$\dot{\gamma}_{rz}=-\frac{V_0\cdot M\cdot k}{z^2(r)}\cdot\left(2+\frac{\left(R_1^2-r^2\right)\cdot\left(z(r)+2\cdot k\cdot r\right)}{2\cdot r^2\cdot z(r)}\right)\cdot z.$$

Отримаємо:

$$V=\int_0^{2\pi}d\theta\int_{R_0}^{R_1}r\,dr\int_0^{z(r)}dz=2\pi\cdot\left(k\cdot\frac{R_1^3-R_0^3}{3}-N\cdot\frac{R_1^2-R_0^2}{2}\right),$$

де $N=k\cdot R_0-H_0$.

$$N_\partial\le\frac{2\sqrt{2}\cdot\pi}{3}\cdot M\cdot V_0\cdot\sqrt{V\cdot\left(\begin{array}{l}\frac{1{,}5+1{,}125\cdot k^2}{k}\cdot\left(R_1-R_0\right)-\frac{0.375\cdot k^3\cdot R_0^4}{N}\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_0}\right)+\\+\frac{R_0^2\cdot k^2}{N^3}\cdot A+\frac{h_0^2}{N^3}\cdot B+\left(\frac{1}{R_1^2}-\frac{1}{R_0^2}\right)\cdot C+\frac{h_0^2}{N}\cdot\left(\frac{1}{H_0^2}-\frac{1}{h_1^2}\right)\cdot D\end{array}\right)}, \qquad (10.15)$$

де $A=\left(1{,}5\cdot k\cdot R_0\cdot h_1-0{,}375\cdot R_0^2\cdot k^2-0{,}75\cdot h_1^2\right)\cdot\ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right),$

$$B = \left(1{,}5 \cdot k \cdot R_0 \cdot h_1 - 0{,}375 \cdot h_1^2 - 1{,}5 \cdot R_0^2 \cdot k^2\right) \cdot \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right),$$

$$C = \frac{R_0^4 \cdot \left(0{,}75 + 0{,}0625 \cdot k^2\right)}{N},$$

$$D = \frac{3 \cdot h_1 \cdot R_0}{k} + R_0 \cdot h_1 \cdot k - R_0^2 \cdot k^2 - 3 \cdot R_0^2 - 0{,}25 \cdot h_1^2 - \frac{0{,}75 \cdot h_1^2}{k^2}. \qquad (10.16)$$

При цьому відносна похибка обчислення потужності сил деформування формули (10.8) може досягати 3–12% і істотно знижуватися при використанні для обчислення повного приведеного тиску всієї розрахункової схеми досліджуваного процесу.

Для даної задачі визначимо також складові енергетичного балансу:

$$N_{c\,вход} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 2\pi R_0 \int_0^{H_0} \left| -V_0 \cdot M + \frac{V_0 \cdot M}{H_0} \cdot \left(1 + \frac{\left(R_1^2 - R_0^2\right) \cdot k}{2 \cdot R_0 \cdot H_0}\right) \cdot z \right| \cdot dz = \\ = \frac{\sigma_s \cdot V_0 \cdot \pi \cdot R_0 \cdot H_0}{\sqrt{3}} \cdot \left(M - k\right) \qquad (10.17)$$

$$N_{t\,верт} = \frac{2\mu_s \cdot \sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 2\pi R_1 \int_0^{h_1} \left| -V_0 \cdot M + \frac{V_0 \cdot M}{h_1} \cdot z \right| \cdot dz = \frac{2\mu_s \cdot \sigma_s \cdot V_0 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot h_1}{\sqrt{3}} \cdot M,$$

$$N_{c\,выход} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 2\pi \int_{R_0}^{R_1} \left| \frac{V_0 \cdot M \cdot \left(R_1^2 - r^2\right)}{2 \cdot r \cdot z(r)} \right| \cdot r\, dr = \\ = -\frac{\sigma_s \cdot V_0 \cdot \pi \cdot M}{\sqrt{3} \cdot k} \cdot \left| \begin{array}{l} \dfrac{R_1^2 - R_0^2}{2} + \left(R_0 - \dfrac{H_0}{k}\right) \cdot \left(R_1 - R_0\right) + \\ + \left(\left(R_0 - \dfrac{H_0}{k}\right)^2 - R_1^2\right) \cdot \ln\left(1 + \dfrac{k \cdot \left(R_1 - R_0\right)}{H_0}\right) \end{array} \right| \qquad (10.18)$$

$$N_{t\ накл}=\frac{2\mu_s\cdot\sigma_s}{\sqrt{3}}\cdot 2\pi\int_{R_0}^{R_1}\left|\left(1+\left[z'(r)\right]^2\right)\cdot\frac{V_0\cdot M\cdot\left(R_1^2-r^2\right)}{2\cdot r\cdot z(r)}\right|\cdot r\,dr=2\mu_s\cdot(1+k^2)\cdot N_{c\ выход}=$$

$$=-2\mu_s\cdot(1+k^2)\cdot\frac{\sigma_s\cdot V_0\cdot\pi\cdot M}{\sqrt{3}\cdot k}\cdot\left|\begin{array}{l}\dfrac{R_1^2-R_0^2}{2}+\left(R_0-\dfrac{H_0}{k}\right)\cdot\left(R_1-R_0\right)+\\+\left(\left(R_0-\dfrac{H_0}{k}\right)^2-R_1^2\right)\cdot\ln\left(1+\dfrac{k\cdot\left(R_1-R_0\right)}{H_0}\right)\end{array}\right| \quad . \quad (10.19)$$

Як видно, отримані залежності підтверджують ще одну властивість кінематичних модулів, а саме, наявність функціонального зв'язку між потужностями зрізу і тертя на гранях трапецеїдального модуля:

$$N_{t\ накл}=2\mu_s\cdot(1+k^2)\cdot N_{c\ выход}. \quad (10.20)$$

***Трапецеїдальній «кутовий» центрострімний модуль***

Розглянемо розрахунок трапецеїдального «кутового» центрострімного модуля (див. табл. Б.1, №9).

$$z(r)=tg\alpha\cdot(r-R_4)+h_1,\ \text{де}\ tg\alpha=\frac{h-h_1}{R_3-R_4},\ z'(r)=tg\alpha$$

$$\begin{cases}V_z=-V_0\cdot M+\dfrac{V_0\cdot M}{z(r)}\cdot\left[1-\dfrac{r^2-R_4^2}{2r\cdot z(r)}\cdot tg\alpha\right]\cdot z\\ V_r=-\dfrac{V_0\cdot M\cdot\left(r^2-R_4^2\right)}{2r\cdot z(r)}\end{cases},\ \text{де}\ M=\frac{2R_3\cdot h}{R_3^2-R_4^2} \quad (10.21)$$

Граничні умови: $V_z\big|_{z=0}=-V_0\cdot M=-V_1$

$$V_r\Big|_{r=R_4}=0$$

$$V_r\Big|_{r=R_3}=-\frac{V_0\cdot M\cdot\left(R_3^2-R_4^2\right)}{2\cdot R_3\cdot h}=-\frac{V_0\cdot\dfrac{2\cdot R_3\cdot h}{\left(R_3^2-R_4^2\right)}\cdot\left(R_3^2-R_4^2\right)}{2\cdot R_3\cdot h}=-V_0$$

$$\dot{\varepsilon}_z=\frac{V_0\cdot M}{z(r)}\cdot\left[1-\frac{r^2-R_4^2}{2r\cdot z(r)}\cdot tg\alpha\right]$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = -\frac{V_0 \cdot M \cdot \left(r^2 - R_4^2\right)}{2 \cdot r^2 \cdot z(r)}$$

$$\dot{\varepsilon}_r = -\frac{V_0 \cdot M}{2} \cdot \frac{2r \cdot r \cdot z(r) - \left(r^2 - R_4^2\right) \cdot \left[1 \cdot z(r) + r \cdot z'(r)\right]}{r^2 \cdot z^2(r)} =$$

$$= -\frac{V_0 \cdot M}{2 \cdot r^2 \cdot z^2(r)} \cdot \left[2r^2 \cdot z(r) - \left(r^2 - R_4^2\right) \cdot \left[z(r) + r \cdot tg\alpha\right]\right] =$$

$$= -\frac{V_0 \cdot M}{z(r)} + \frac{V_0 \cdot M \cdot \left(r^2 - R_4^2\right)}{2 \cdot r^2 \cdot z(r)} + \frac{V_0 \cdot M \cdot \left(r^2 - R_4^2\right) \cdot tg\alpha}{2 \cdot r^2 \cdot z(r)}$$

$$\dot{\varepsilon}_z + \dot{\varepsilon}_\theta + \dot{\varepsilon}_r = 0$$

$$\dot{\gamma}_{rz} = \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} = -\frac{V_0 \cdot M}{z^2(r)} \cdot z'(r) \cdot z - \frac{V_0 \cdot M \cdot z}{2 \cdot r^2 \cdot z^4(r)} \cdot \left[\begin{array}{l} +2r \cdot tg\alpha \cdot r \cdot z^2(r) - \\ -\left[1 \cdot z^2(r) + r \cdot 2 \cdot z(r) \cdot z'(r)\right] \times \\ \times \left(r^2 - R_4^2\right) \cdot tg\alpha \end{array}\right] =$$

$$= -\frac{V_0 \cdot M \cdot z \cdot tg\alpha}{z^2(r)} \cdot \left[2 - \frac{\left(r^2 - R_4^2\right) \cdot \left(z(r) + 2r \cdot tg\alpha\right)}{2 \cdot r^2 \cdot z(r)}\right]$$

Інтеграл потужності сил деформування в трапецеїдальному модулі має вигляд

$$N_\partial = \sigma_s \cdot 2\pi \int_{R_4}^{R_3} r dr \dot{\varepsilon}_i \int_0^{z(r)} \dot{\varepsilon}_i dz,$$

де $\dot{\varepsilon}_i$ – інтенсивність швидкостей деформації.

$$\dot{\varepsilon}_i^2 = \frac{2}{9} \cdot \left[\begin{array}{l} 6 \cdot \left(\frac{V_0 \cdot M}{z(r)}\right)^2 \cdot \left(\begin{array}{l} \left(1 - \frac{r^2 - R_4^2}{2 \cdot r \cdot z(r)} tg\alpha\right)^2 + \left(\frac{r^2 - R_4^2}{2 \cdot r^2}\right)^2 - \frac{r^2 - R_4^2}{2 \cdot r^2} \times \\ \times \left(1 - \frac{r^2 - R_4^2}{2 \cdot r \cdot z(r)} tg\alpha\right) \end{array}\right) + \\ +1.5 \cdot \left(\frac{V_0 \cdot M \cdot tg\alpha \cdot z}{z_2(r)}\right)^2 \cdot \left(2 - \frac{\left(r^2 - R_4^2\right) \cdot \left(z(r) + 2 \cdot r \cdot tg\alpha\right)}{2 \cdot r^2 \cdot z(r)}\right)^2 \end{array}\right] \qquad (10.22)$$

Верхня оцінка інтеграла за Коші-Буняковським:

$$N_{\partial 4} \le \sigma_S \cdot \sqrt{V_{обл.4} \cdot \iiint\limits_{V_4} \dot{\varepsilon}_i^2 dV_{обл.4}}\,, \qquad (10.23)$$

де $V_{обл4}$– об'єм металу в модулі.

$$V_{обл} = 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_4}^{R_3} r \cdot dr \cdot \int_0^{z(r)} dz = 2 \cdot \pi \cdot \left[ tg\alpha \cdot \frac{R_3^3 - R_4^3}{3} + (h_1 - R_4 \cdot tg\alpha) \cdot \frac{R_3^2 - R_4^2}{2} \right] =$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot \left[ tg\alpha \cdot \frac{R_3^3 - R_4^3}{3} - N \cdot \frac{R_3^2 - R_4^2}{2} \right], \text{де } N = R_4 \cdot tg\alpha - h_1$$

Остаточно верхню оцінку потужності сил деформування можна визначити за залежністю:

$$N_{\partial 2} = (2\pi \cdot R_3 \cdot h \cdot \sigma_s \cdot V_0) \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3 \cdot (R_3^2 - R_4^2)} \sqrt{T \cdot L} \qquad (10.24)$$

$$\text{де } T = \left[ tg\alpha \cdot \frac{R_3^2 - R_4^2}{3} - N \cdot \frac{R_3^2 - R_4^2}{2} \right];$$

$$L = \left( \begin{array}{l} A_1 - A_2 + \dfrac{R_4^2 \cdot tg^2\alpha}{N^3} \cdot A_3 \cdot \ln\left[\dfrac{R_3}{R_4}\right] + \dfrac{h_1^2}{N^3} \cdot A_4 \cdot \ln\left[\dfrac{h}{h_1}\right] + \\ + A_5 + \dfrac{h_1^2}{N} \cdot \left(\dfrac{1}{h^2} - \dfrac{1}{h_1^2}\right) \cdot A_6 \end{array} \right)$$

$$A_1 = \frac{1.5 + 0.125 \cdot tg^2\alpha}{tg\alpha} \cdot (R_3 - R_4);$$

$$A_2 = \frac{0.375 \cdot tg^3\alpha \cdot R_4^4}{N} \cdot \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}\right);$$

$$A_3 = \left[1.5 \cdot tg\alpha \cdot R_4 \cdot h_1 - 0.375 \cdot R_4^2 \cdot tg^2\alpha - 0.75 \cdot h_1^2\right];$$

$$A_4 = \left[1.5 \cdot h_1 \cdot tg\alpha \cdot R_4 - 0.375 \cdot h_1^2 - 1.5 \cdot R_4^2 \cdot tg^2\alpha\right];$$

$$A_5 = \frac{R_4^4 \cdot (0.75 + 0.0625 \cdot tg^2\alpha)}{N} \cdot \left(\frac{1}{R_3^2} - \frac{1}{R_4^2}\right)$$

$$A_6 = \left( \begin{array}{l} \dfrac{3 \cdot h_1 \cdot R_4}{tg\alpha} + R_4 \cdot h_1 \cdot tg\alpha - R_4^2 \cdot tg^2\alpha - 3 \cdot R_4^2 - \\ - 0.25 \cdot h_1^2 - \dfrac{0.75 \cdot h_1^2}{tg^2\alpha} \end{array} \right)$$

Потужності сил зрізу і тертя на границях модуля:

$$N_{c\,3-4} = \frac{\pi \cdot R_3 \cdot V_0 \cdot \sigma_s \cdot h}{\sqrt{3}\cdot} \cdot \left( \frac{2 \cdot R_3 \cdot h}{\left(R_3^2 - R_4^2\right)} + tg\alpha \right)$$

$$N_{t\,4-8} = \frac{2\pi \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot V_0 \cdot M \cdot R_4 \cdot h_1}{\sqrt{3}} \; M = \frac{2R_3 \cdot h}{R_3^2 - R_4^2}$$

$$N_{c\,4-5} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 2\pi \cdot \int_{R_4}^{R_3} \left| - \frac{V_0 \cdot M \cdot \left(r^2 - R_4^2\right)}{2r \cdot z(r)} \right| \cdot rdr =$$

$$\frac{\sigma_s \cdot \pi \cdot V_0 \cdot M}{\sqrt{3} \cdot tg\alpha} \cdot \left| \begin{array}{l} \dfrac{R_3^2 - R_4^2}{2} + \left( R_4 - \dfrac{h_1}{tg\alpha} \right) \cdot \left(R_3 - R_4\right) + \left[ \left( R_4 - \dfrac{h_1}{tg\alpha} \right)^2 - R_4^2 \right] \times \\ \times \ln \left| \left( 1 + \dfrac{\left(R_3 - R_4\right)}{h_1} \cdot tg\alpha \right) \right| \end{array} \right| \qquad (10.25)$$

$$N_{t\,\alpha} = 2 \cdot \mu_s \cdot \left(1 + tg^2\alpha\right) \cdot N_{c\,выход} \qquad (10.26)$$

***Аналіз трапецеїдального модуля для видавлювання ступінчатого фланця***

Розв’язання для трапецеїдального модуля №6 (табл. Б1) виконано аналогічно зі знаходженням верхньої оцінки інтеграла потужності сил деформування

$$N_{d6} \le \sigma_S \cdot \sqrt{V_{обл.6} \cdot \iiint_{V_4} \dot{\varepsilon}_i^2 dV_{обл.6}}\,, \qquad (10.27)$$

де $V_{обл.6}$ – об’єм металу в модулі, який обмежено радіусами.

$$\begin{aligned} V_{обл.6} &= 2\pi \int_{R_k}^{R_2} rdr \int_0^{F(r)} dz = 2\pi \int_{Rk}^{R_2} r \cdot F(r) dr = 2\pi \int_{R_k}^{R_2} r \cdot \left[ - tg(\beta) \cdot (r - R_k) + H \right] dr = \\ &= 2\pi \left[ - tg(\beta) \cdot \frac{r^3}{3} + (H + R_k \cdot tg(\beta) \frac{r^2}{2} \right]_{R_k}^{R_2} = \\ &= 2\pi \left[ (H + R_k \cdot tg(\beta)) \cdot \frac{R_2^2 - R_k^2}{2} - tg(\beta) \cdot \frac{R_2^3 - R_k^3}{2} \right]. \end{aligned} \qquad (10.28)$$

Остаточно, верхню оцінку потужності сил деформування можна визначити за залежністю:

$$N_{d6} \le \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot (2\pi \cdot \sigma_s \cdot V_3 \cdot R_k \cdot H) \cdot M\,, \qquad (10.29)$$

де

$$M = \sqrt{\begin{aligned}&(N \cdot \frac{R_2^2 - R_k^2}{2} - tg(\beta) \cdot \frac{R_2^3 - R_k^3}{3}) \cdot \left( \frac{6 + 0.5tg^2(\beta)}{2 \cdot N} \cdot \left( \frac{1}{R_k^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) + \right. \\ &+ \frac{tg(\beta) \cdot \left(2.5tg^2(\beta) + 12\right)}{N^2} \cdot \left( \frac{1}{R_k} - \frac{1}{R_2} \right) \cdot \frac{tg^2(\beta) \cdot \left(20 + 6.5tg^2(\beta)\right)}{N^3} \times \\ &\times \ln\left|\frac{R_2}{R_k}\right| + \frac{tg^2(\beta) \cdot \left(1 + tg^2(\beta)\right)}{N} \cdot \left( \frac{1}{(N - tg\beta \cdot R_2)^2} - \frac{1}{(N - tg\beta \cdot R_k)^2} \right) + \\ &+ \frac{4 \cdot tg^2(\beta) \cdot \left(2 + tg^2(\beta)\right)}{N^2} \cdot \left( \frac{1}{(N - tg\beta \cdot R_2)} - \frac{1}{(N - tg\beta \cdot R_k)} \right) + \\ &\left. + \frac{tg^2(\beta) \cdot \left(20 + 6.5 \cdot tg^2(\beta)\right)}{N^3} \cdot \ln\left|\frac{N - tg(\beta) \cdot R_k}{N - tg(\beta) \cdot R_2}\right| \right)\end{aligned}}\,, \qquad (10.30)$$

де $N = H + tg(\beta) \cdot R_k$.

***Трикутний кінематичний модуль***

Розрахунок трикутного кінематичного модулю (див. табл. Б.1, № 22) почнемо з визначення рівняння похилої границі

$$z = \frac{h}{R_1 - R} \cdot (r - R); \quad \begin{aligned} tg\beta &= \frac{R_1 - R}{h}; \\ z'(r) &= \frac{h}{R_1 - R} = \frac{1}{tg\beta}; \end{aligned}$$

Поле швидкостей

$$\begin{cases} V_z = -\dfrac{2R_1}{(R + R_1) \cdot tg\beta} \cdot \left(1 - \dfrac{z \cdot tg\beta}{2r}\right) \cdot \lambda V_0 \\ V_r = -\dfrac{\lambda \cdot V_0 \cdot R_1}{R + R_1} \cdot \left(1 + \dfrac{R}{r}\right) \end{cases} \qquad (10.31)$$

Перевірка граничних умов (КГУ):

$$V_r\big|_{r=R_1} = -\lambda V_0;$$

$$V_z\big|_{z=0} = -\lambda V_0 \cdot \frac{2R_1}{(R+R_1)\cdot tg\beta};$$

$$\dot{\varepsilon}_z = -\lambda V_0 \cdot \frac{2R_1}{(R+R_1)\cdot tg\beta} \cdot \left(-\frac{tg\beta}{2r}\right) = \lambda V_0 \cdot \frac{R_1}{(R+R_1)\cdot r};$$

$$\dot{\varepsilon}_r = -\frac{\lambda \cdot V_0 \cdot R_1}{R+R_1} \cdot \left(-\frac{R}{r^2}\right) = \frac{\lambda V_0 \cdot R_1 \cdot R}{r^2 \cdot (R+R_1)};$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = -\frac{\lambda \cdot V_0 \cdot R_1}{R+R_1} \cdot \left(\frac{1}{r}+\frac{R}{r^2}\right) = -\lambda V_0 \cdot \frac{R_1}{(R+R_1)\cdot r} - \frac{\lambda V_0 \cdot R_1 \cdot R}{r^2 \cdot (R+R_1)}; \dot{\gamma}_{rz} = 0$$

$\dot{\varepsilon}_z + \dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta = 0$ (умову нестисненості виконано).

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{2\lambda V_0 \cdot R_1}{\sqrt{3}\cdot r^2 \cdot (R+R_1)} \cdot \sqrt{r^2 + 7\cdot R_1 + R_1^2}, (\lambda V_0 > 0) \qquad (10.32)$$

Складові потужності сил тертя та зрізу:

$$N_{c\,верх} = 2\pi R_1 \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \int_0^h \left| -\lambda V_0 \cdot \frac{2R_1}{(R+R_1)\cdot tg\beta} \cdot \left(1 - \frac{z\cdot tg\beta}{2R_1}\right)\right| dz = \frac{2\pi R_1 \sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\lambda V_0}{tg\beta} \cdot \left(z - \frac{z^2}{2}\cdot\frac{tg\beta}{2R_1}\right)\Bigg|_0^h =$$

$$= \frac{4\pi R_1^2 \sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\lambda V_0}{(R+R_1)\cdot tg\beta} \cdot h \cdot \left|1 - \frac{h\cdot tg\beta}{4R_1}\right|$$

$$N_{c\,гориз} = 2\pi \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \int_R^{R_1} \left| -\frac{\lambda V_0 \cdot R_1}{R+R_1} \cdot \left(1+\frac{R}{r}\right)\right| \cdot r dr = \frac{2\pi\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\lambda V_0}{2} \cdot \left(\frac{r^2}{2} + R\cdot r\right)\Bigg|_R^{R_1} =$$

$$= \frac{2\pi\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\lambda V_0 \cdot R_1}{R+R_1} \cdot \left[\frac{{R_1}^2}{2} - \frac{R^2}{2} + R\cdot(R_1 - R)\right] = \frac{\pi\sigma_s \lambda V_0}{\sqrt{3}} \cdot \left[\frac{{R_1}^2 - R^2}{2} + R\cdot(R_1 - R)\right]$$

$$N_{t\ накл} = \frac{2\pi \cdot 2\mu_s \cdot \sigma_s}{\sqrt{3}} \int_R^{R_1} \left(1 + [z'(r)]^2\right) |V_r| \cdot r\, dr =$$

$$= \frac{4\pi \cdot \mu_s \cdot \sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \left(1 + \frac{1}{tg^2\beta}\right) \int_R^{R_1} \left| -\frac{\lambda V_0 \cdot R_1}{R+R_1} \cdot \left(1+\frac{R}{r}\right)\right| \cdot r\, dr = 2\mu_s \cdot \left(1 + \frac{1}{tg^2\beta}\right) \cdot N_{c\ гориз} \qquad (10.33)$$

$$N\partial = 2\pi \int_R^{R_1} r dr \int_0^{z(r)} \frac{2\lambda V_0 \cdot R_1}{\sqrt{3} \cdot r^2 \cdot (R + R_1)} \cdot \sqrt{r^2 + r \cdot R_1 + R_1^2}\, dz =$$

$$= \frac{4\pi \cdot \lambda \cdot V_0 \cdot R_1}{\sqrt{3} \cdot (R + R_1)} \cdot \int_R^{R_1} \frac{\sqrt{r^2 + r \cdot R_1 + R_1^2}}{r} \cdot \frac{1}{tg\beta} \cdot (r - R) dr =$$

$$= \frac{4\pi \cdot \lambda \cdot V_0 \cdot R_1}{\sqrt{3} \cdot (R + R_1) \cdot tg\beta} \cdot \int_R^{R_1} \frac{\sqrt{r^2 + r \cdot R_1 + R_1^2}}{r} \cdot (r - R) dr =$$

$$= \frac{4\pi \cdot \lambda \cdot V_0 \cdot R_1}{\sqrt{3} \cdot (R + R_1) \cdot tg\beta} \cdot \left[ \left( \frac{r}{2} + \frac{R_1}{4} - R \right) \cdot \sqrt{r^2 + r \cdot R_1 + R_1^2} + \right.$$

$$+ \left( \frac{3}{8} \cdot R_1^2 - \frac{1}{2} \cdot R \cdot R_1 \right) \cdot \ln \left| \frac{1}{2} R_1 + r + \sqrt{r^2 + r \cdot R_1 + R_1^2} \right| +$$

$$\left. + R \cdot R_1 \cdot \ln \left| \frac{2R_1^2 + R_1 \cdot r + 2R_1 \cdot \sqrt{r^2 + r \cdot R_1 + R_1^2}}{r} \right| \right] \Bigg|_R^{R_1} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot V_0}{\sqrt{3} \cdot (R + R_1) \cdot tg\beta} \cdot \left[ \left( \frac{3}{4} \cdot R_1 - R \right) \cdot \sqrt{3 \cdot R_1^2} - \left( \frac{R_1}{4} - \frac{R}{2} \right) \cdot \sqrt{R^2 + R \cdot R_1 + R_1^2} + \right.$$

$$+ \left( \frac{3}{8} \cdot R_1^2 - \frac{1}{2} \cdot R \cdot R_1 \right) \cdot \ln \left| \frac{\frac{3}{2} R_1 + \sqrt{3R_1^2}}{\frac{1}{2} R_1 + R + \sqrt{R^2 + R \cdot R_1 + R_1^2}} \right| +$$

$$\left. + R \cdot R_1 \cdot \ln \left| \frac{3R_1^2 + 2R_1 \cdot \sqrt{3R_1^2}}{R_1} \cdot \frac{R}{2R_1^2 + R \cdot R_1 + 2R_1 \cdot \sqrt{R^2 + R \cdot R_1 + R_1^2}} \right| \right] =$$

$$= \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot V_0}{\sqrt{3} \cdot (R + R_1) \cdot tg\beta} \cdot \left[ \left( \frac{3}{4} \cdot R_1 - R \right) \cdot \sqrt{3} \cdot R_1 - \left( \frac{R_1}{4} - \frac{R}{2} \right) \cdot \sqrt{R^2 + R \cdot R_1 + R_1^2} + \right.$$

$$+ \left( \frac{3}{8} \cdot R_1^2 - \frac{1}{2} \cdot R \cdot R_1^2 \right) \cdot \ln \left| \frac{\frac{3}{2} R_1 + \sqrt{3} \cdot R_1}{\frac{1}{2} R_1 + R + \sqrt{R^2 + R \cdot R_1 + R_1^2}} \right| + \qquad (10.34)$$

$$\left. + R \cdot R_1 \cdot \ln \left| \frac{(3 + 2\sqrt{3}) \cdot R \cdot R_1}{2R_1^2 + R \cdot R_1 + 2R_1 \cdot \sqrt{R^2 + R \cdot R_1 + R_1^2}} \right| \right] =$$

$$= \frac{4\pi \cdot \lambda \cdot V_0 \cdot R_1}{\sqrt{3} \cdot (R + R_1) \cdot tg\beta} \cdot \left[ \left( \frac{3}{4} \cdot R_1 - R \right) \cdot \sqrt{3} \cdot R_1 - \left( \frac{R_1}{4} - \frac{R}{2} \right) \cdot A + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{3}{8} \cdot R_1^2 - \frac{1}{2} \cdot R \cdot R_1^2 \right) \cdot \ln \left| \frac{(3 + 2\sqrt{3}) \cdot R_1}{R_1 + 2R + 2A} \right| + R \cdot R_1 \cdot \ln \left| \frac{(3 + 2\sqrt{3}) \cdot R}{2R_1 + R + 2A \cdot} \right| \right],$$

$$\text{де } A = \sqrt{R^2 + R \cdot R_1 + R_1^2}$$

Властивістю даного модуля являється рівність:

$$N_{t\ накл} = 2\mu_s \cdot (1 + \frac{1}{tg^2 \beta}) \cdot N_{c\ гориз}. \qquad (10.35)$$

***Криволінійний трикутний модуль***

Криволінійний трикутний модуль наведений у табл. Б.1 (№ 19) доцільний для опису осередків деформації при течії до центру і в зонах розвороту течії з радіальної роздачі на пряму.

КМПШ для трикутного криволінійного модулю запишемо так:

$$\begin{cases} V_{z_2} = -\alpha V_0; \\ V_{r_2} = -\dfrac{c}{r}; \end{cases} \quad c = \frac{R_0^2 - R^2}{2h} V_0 . \tag{10.36}$$

Рівняння криволінійних границь модулю:

$$Z_{AB} = \left( \frac{(1-\alpha)\left(r^2 - R^2\right)}{R^2 - R_0^2} + 1 \right) \cdot h ,$$

$$Z_{BC} = \frac{\alpha \cdot h}{R_0^2 - R^2} \cdot \left(r^2 - R^2\right).$$

$$\dot{\varepsilon}_{z2} = 0; \dot{\varepsilon}_{r2} = \tfrac{c}{r^2}; \dot{\varepsilon}_{\theta} = -\tfrac{c}{r^2}; \gamma_{rz2} = 0; \; \varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2c}{r^2} .$$

$$N\partial_2 = \sigma_s \cdot \frac{2c}{\sqrt{3}} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \int_R^{R_0} r dr \int_{z_{BC}(r)}^{z_{AB}(r)} \frac{1}{r^2} dz = \sigma_s \cdot \frac{R_0^2 - R^2}{\sqrt{3} \cdot h} V_0 \cdot 2\pi \int_R^{R_0} \frac{1}{r} \cdot \left[ Z_{AB(r)} - Z_{BC(r)} \right] dr =$$
$$= \sigma_s \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot V_0 \pi \left[ R_0^2 \cdot \ln \frac{R_0}{R} - \frac{R_0^2 - R^2}{2} \right]. \tag{10.37}$$

$$N_{C_{AB}} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} 2\pi \cdot \int_R^{R_0} \left| \frac{[u_z]}{f'_{AB}(r)} r \cdot \left(1 + \left(f'_{AB}(r)\right)^2\right) \right| dr =$$

$$= \left[ \begin{array}{l} f_{AB} = \left( \dfrac{(1-\alpha)\left(r^2 - R_1^2\right)}{R_1^2 - R_2^2} + 1 \right) \cdot h; \; f'_{AB}(r) = \dfrac{2 \cdot (1-\alpha)}{R_1^2 - R_2^2} \cdot h \cdot r = \dfrac{1-\alpha}{c} \\ [u_z] = V_0 \cdot (1-\alpha) \end{array} \right] =$$

$$= \frac{2\pi\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \int_R^{R_0} \left| \frac{V_0 (1-\alpha) \cdot \left(1 + \left(f'_{AB}(r)\right)^2\right)}{f'_{AB}(r)} \right| r dr = \frac{\pi\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 2c \cdot \int_{R_1}^{R_2} \left( 1 + \left( \frac{1-\alpha}{c} \cdot r \right)^2 \right) dr =$$

$$= \frac{2c \cdot \pi\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \left( (R_0 - R) + \frac{(1-\alpha)^2}{c^2} \cdot \frac{R_0^3 - R^3}{3} \right)$$

$$N_{C_{BC}} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 2\pi \cdot \int_R^{R_0} \left| \frac{[u_z] \cdot \left(1 + \left(f'_{BC}(r)\right)^2\right)}{f'_{BC}(r)} \right| r dr = \left[ [u_z] = -\alpha V_0;\ f'_{BC}(r) = \frac{\alpha}{c} \cdot r \right] =$$
$$= \frac{\pi\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 2c \cdot \int_R^{R_0} \left(1 + \frac{\alpha^2}{c^2} \cdot r^2\right) dr = \frac{2c\pi\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \left( (R_0 - R) + \frac{\alpha^2}{c^2} \cdot \frac{R_0^3 - R^3}{3} \right) \quad (10.38)$$

Оптимальне значення параметра ***a*** знайдено з умови мінімуму приведеного тиску у виду розрахункової формули:

$$d\overline{p} / da = 0 \ a_{opt} = \frac{A \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot R \cdot h}{2\sqrt{3} \cdot A} \ A = \frac{8h \cdot \left(R_0^3 - R^3\right)}{3\sqrt{3} \cdot \left(R_0^2 - R^2\right)} \quad (10.39)$$

Співставлення розрахункових виразів показує, що і для осесиметричних модулів характерні властивості інверсії і залежності одна від одної формул для визначення потужності сил зрізу, тертя і сил деформування. Перевірка властивості інверсії напрямів векторів швидкості течії показала, що ці модулі мають властивість інверсії при прямолінійних границях. Так, потужності сил зрізу на протилежних паралельних сторонах трапецеїдальних модулів рівні між собою, а на похилій і протилежних сторонах функціонально між собою пов'язані. Ці властивості модулів є важливими особливостями, які полегшують застосування кінематичних модулів і виконання рішень технологічних завдань.

Можливість отримання приведеного тиску в аналітичному вигляді дозволяє використовувати в повній мірі екстремальні властивості КМПШ, визначаючи значення параметра з умови мінімуму функції тиску (в спрощеному вигляді, з параметром оптимізації ***a***) [6, 11]:

$$\frac{d\overline{p}}{da} = 0, \qquad \frac{d^2\overline{p}}{da^2} > 0. \quad (10.40)$$

Варто зазначити, що (згідно необхідної умови існування екстремуму) критичні точки першого роду для функції приведеного тиску знаходять в загальному випадку з умов:

$\frac{d\overline{p}}{da} = 0$ або $\frac{d\overline{p}}{da}$ не існують.

Стосовно до процесів ОМТ у якості оптимальних параметрів в основному виступають значення, отримані з рівності $\frac{d\overline{p}}{da} = 0$. При цьому всі отримані критичні значення, які не суперечать змісту геометричних і кінематичних параметрів процесу, перевіряють на наявність в них мінімуму функції, виходячи з достатньої умови існування екстремуму.

# 11 РОЗВ'ЯЗАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ ОБ'ЄМНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

## 11.1 Осадка циліндричної заготовки

Схема процесу осадки циліндричної заготовки наведена на рис. 11.1.

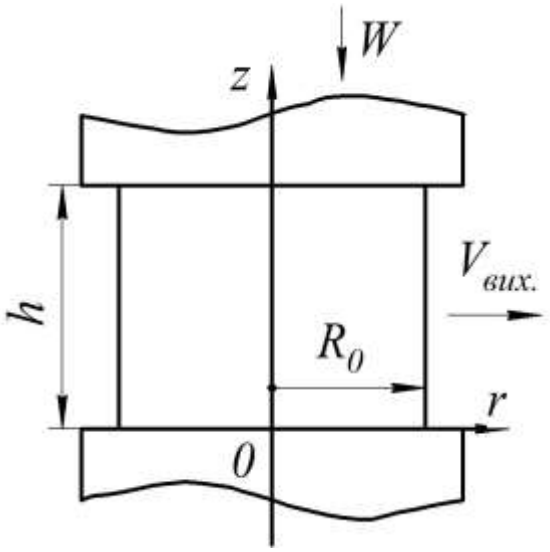



Рисунок 11.1 – Розрахункова схема процесу осесиметричної осадки

Відповідно до алгоритму (див. п. 2.3) приймаємо розрахункову схему осесиметричного деформування, вибираємо систему координат і формалізуємо умови КГУ:

при $z = 0, V_Z = 0$;

при $z = h, V_Z = W$;

при $r = 0, V_r = 0$;

при $r = R_0, V_r = V_{ВЫХ} = W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h}$.

Для спрощення задачі приймаємо допущення:

1) задача осесиметрична;

2) заготовка вся находиться в пластичному стані.

3) $\sigma_i = \sigma_S = const$;

4) матеріал ізотропній;

5) $T^0 = const;$

6) $W = const$.

Незважаючи на наявність тертя, припускаємо, що спотворення бічної поверхні немає, кожна компонента швидкості залежить від своєї координати:

Встановимо КМПШ по (9.12) :

при $z = 0$, $0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0$;

при $z = h$, $-W = C_1 \cdot h + 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{W}{h}$;

при $r = 0$, $0 = -\frac{C_1}{2} \cdot 0 + \frac{C_3}{0} \Rightarrow C_3 = 0$.

Таким чином, напишемо поле швидкостей

$$V_Z = -\frac{W}{h} \cdot z; V_r = \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r \qquad (11.1)$$

Дане КМПШ задовольняє умову нестискання.

Відповідність КГУ: при $r = R_0, V_r = V_{ВЫХ} = W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h}$.

Швидкість відповідає умові нерозривності нормальної складової межі осередку деформації. При $z = h$, $V_Z = -V_0$, тобто поле на контактній поверхні відповідає швидкості руху інструменту.

Компоненти швидкості деформації:

$$\dot{\varepsilon}_Z = \frac{dV_Z}{dz} = -\frac{W}{h}, \ \dot{\varepsilon}_r = \frac{dV_r}{dr} = -\frac{W}{2 \cdot h}, \ \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{V_r}{r} = \frac{W}{2 \cdot h}. \qquad (11.2)$$

$$\sum \dot{\varepsilon} = 0; \sum \dot{\gamma}_{rz} = 0$$

Таким чином, знайдене поле швидкостей кінематично можливе, оскільки виконуються всі умови.

Для розв’язання інтегралів потужностей находимо необхідні складові.

Напруження контактного тертя:

$$\tau_K = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S ;$$

Інтенсивність швидкостей деформації за (9.4):

$$\dot{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{W}{h}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{W}{2 \cdot h}\right)^2} = \frac{W}{h}. \qquad (11.3)$$

Рівняння енергетичного балансу для осадки:

$$N_A = N_\partial + 2 \cdot N_T ;$$

$$p \cdot V_0 \cdot \pi \cdot R_0^2 = N_A = p \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2 ; \qquad (11.4)$$

Потужність сил пластичного деформування матеріалу заготовки:

$$N_\partial = \sigma_S \cdot \int_0^h \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \frac{W}{h} \cdot dz \cdot dr \cdot d\theta \cdot r ;$$

$$N_\partial = \sigma_S \cdot \frac{W}{h} \cdot h \cdot \frac{R_0^2}{2} \cdot 2 \cdot \pi = \sigma_S \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2 .$$

Потужність сил контактного тертя:

$$N_T = \int\int \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot V_K \cdot dr \cdot r \cdot d\theta = \int\int \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r \cdot dr \cdot r \cdot d\theta =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} dr \cdot r^2 \cdot d\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \frac{W}{2 \cdot h} \cdot \frac{R_0^3}{3} \cdot 2 \cdot \pi = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \left[\pi \cdot W \cdot R_0^2\right] \cdot \frac{R_0}{3 \cdot h}$$

Після визначення всіх складових, що входять до рівняння енергетичного балансу підставляємо їх (Е-1) і вирішуємо щодо ($p$). При цьому потрібно строго врахувати всі зони, що деформуються, і всі поверхні тертя (зрізу).

$$p \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2 = \sigma_S \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2 + 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{W}{h} \cdot \frac{R_0^3}{3} \cdot \pi \cdot R_0 ;$$

Скоротимо обидві частини на $W \cdot \pi \cdot R_0^2$ і отримуємо формулу для розрахунку тиску осадки заготовки *p* (в *МПа*):

$$p = \sigma_S + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{2 \cdot R_0}{3 \cdot h}. \qquad (11.5)$$

Щоб представити вираз у більш зручному-критеріальному вигляді, ділимо обидві частини на напруження текучості $\sigma_S$ та в результаті отримуємо формулу для приведеного (безрозмірного) тиску осадки циліндричної заготовки:

$$\overline{p} = \frac{p}{\sigma_S};$$

$$\overline{p} = 1 + \beta \cdot \mu_S \cdot \frac{2 \cdot R_0}{3 \cdot h}; (\beta = \frac{2}{\sqrt{3}}). \qquad (11.6)$$

## 11.2 Дослідження процесу радіального видавлювання

Процес призначений для отримання осесиметричних деталей зі стовщеннями, розташованими на відстані від країв заготовки, або з фланцями.

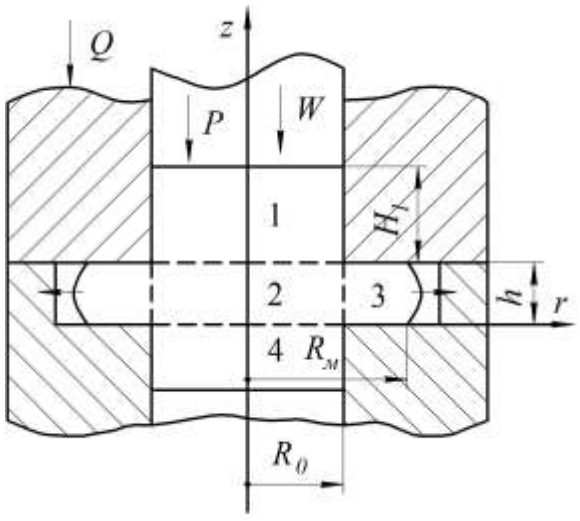



Рисунок 11.2 – Розрахункова схема процесу радіального видавлювання деталей зі стовщенням

Приймаємо розрахункову схему на рис. 11.2, вибираємо систему координат і установимо умови КГУ:

для зоні 2 – при $z = 0, V_Z = 0$;

при $z = h, V_Z = W$;

при $r = 0, V_r = 0$;

при $r = R_0, V_r = V_{ВЫХ} = W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h}$.

при $z = 0, V_Z = 0$;

для зоні 3 – при $z = h, V_Z = 0$;

при $r = R_0, V_r = W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h} = V_{ВЫХ}$;

при $r = R_1, V_r = V_{ВЫХ3} = W \cdot \lambda$, $\lambda = \frac{R_0^2}{2R_1 h}$.

Для спрощення задачі приймаємо допущення:

1. задача осесиметрична;

2. $\sigma_i = \sigma_S = const$;

3. $T^0 = const;$

4. $W = const$.

Незважаючи на наявність тертя, припускаємо, що спотворення форми поверхонь немає, кожна компонента швидкості залежить від своєї координати:

Кінематичне можливе поле швидкостей для зон встановимо за (9.12):

2: - при $z = 0, 0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0$;

при $z = h, -W = C_1 \cdot h + 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{W}{h}$;

при $r = 0, 0 = -\frac{C_1}{2} \cdot 0 + \frac{C_3}{0} \Rightarrow C_3 = 0$.

$$V_Z = -W \cdot \frac{z}{h}, V_r = \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r. \qquad (11.7)$$

3: $V_Z = C_1 \cdot z + C_2, V_r = -\frac{C_1}{2} \cdot r + \frac{C_3}{r}$;

при $z = 0, 0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0$;

при $z = h, 0 = C_1 \cdot h + 0 \Rightarrow C_1 = 0$;

при $r = R_0, W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h} = \frac{C_3}{R_0} \Rightarrow C_3 = W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h}$.

КМПШ: $$V_Z = 0; V_r = W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r} \quad (11.8)$$

Відповідність КГУ: при $r = R_0, V_r = V_{ВЫХ} = W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h}$.

При $z = h$, $V_Z = -W = -V_0$ тобто, швидкості руху інструменту на межі зон 1 і 2. Таким чином, КМПШ відповідає умові нерозривності нормальної складової на межі осередка деформації.

Перевірка умови нестислості:

у зоні 2: $\dot{\varepsilon}_Z = \frac{dV_Z}{dz} = -\frac{W}{h}$, $\dot{\varepsilon}_r = \frac{dV_r}{dr} = -\frac{W}{2 \cdot h}$, $\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{V_r}{r} = \frac{W}{2 \cdot h}$;

$\sum \dot{\varepsilon} = 0; \dot{\gamma}_{rz} = 0$;

у зоні 3:

$\dot{\varepsilon}_r = \frac{dV_r}{dr} = -W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r^2}; \dot{\varepsilon}_Z = \frac{dV_Z}{dz} = 0; \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{V_r}{r} = W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r^2}$

$\sum \dot{\varepsilon} = 0; \dot{\gamma}_{rz} = 0$.

КМПШ задовольняють умову нестискання металу заготовки.

Таким чином, знайдені поля швидкостей кінематично можливі, оскільки дотримуються всі умови.

Інтенсивність швидкості деформації у зонах:

$$2- \dot{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{W}{h}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{W}{2 \cdot h}\right)^2} = \frac{W}{h}; \quad (11.9)$$

$$3 - \dot{\varepsilon}_i = \beta \cdot \left|\dot{\varepsilon}_{\max}\right| = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r^2}. \quad (11.10)$$

Напруження контактного тертя: $\tau_K = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S$.

Для вирішення інтегралів потужностей знайдено усі необхідні складові.

Рівняння енергетичного балансу:

$$N_A = \sum^{2} N_\partial + \sum^{3} N_T + \sum^{3} N_C .$$

Потужність зовнішніх активних сил:

$$N_A = p \cdot \pi \cdot R_0^2 \cdot W .$$

Оскільки пластичною деформацією охваченій весь об'єм заготовки, то потужність сил зрізу $N_c$ не обчислюємо.

Потужність сил пластичного деформування матеріалу заготовки:

в зоні 2:

$$N_\partial = \int_0^{R_0}\int_0^{h}\int_0^{2\pi} \sigma_S \cdot \frac{W}{h} \cdot dr \cdot dz \cdot r \cdot d\theta = \sigma_S \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2 ;$$

в зоні 3:

$$N_\partial = \int_{R_0}^{R_1}\int_0^{h}\int_0^{2\pi} \sigma_S \cdot \beta \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r^2} \cdot dr \cdot dz \cdot r \cdot d\theta = \sigma_S \cdot \beta \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h} \cdot \ln\frac{R_1}{R_0} \cdot h \cdot 2 \cdot \pi =$$

$$\sigma_S \cdot \beta \cdot \left[ W \cdot R_0^2 \cdot \pi \right] \cdot \ln\frac{R_1}{R_0}$$

Потужність сил зрізу між зонами 1–2, 2–4 встановимо за інтегралом $N_C$ для $\mu_S = 0{,}5$ при величині розриву швидкості

$$\left[V_C\right]_{1-2} = \left|V_{r2} - V_{r1}\right| = \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r ;$$

$$N_C = \int_0^{R_0}\int_0^{2\pi} \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r \cdot dr \cdot r \cdot d\theta = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot \frac{R_0^3}{3} \cdot 2 \cdot \pi = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_0}{3 \cdot h} \cdot \left[ W \cdot R_0^2 \cdot \pi \right].$$

Потужність сил зрізу між зонами 2–3:

$$\left[V_{C2-3}\right] = \left|V_{Z1} - V_{Z2}\right| = W \cdot \frac{z}{h} ;$$

$$N_C = \int_0^h \int_0^{2\pi} \tau_S \cdot W \cdot \frac{z}{h} \cdot dz \cdot R_0 \cdot d\theta = \frac{\mu_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{W}{h} \cdot \frac{h^2}{2} \cdot R_0 \cdot 2\pi = \frac{\mu_S}{\sqrt{3}} \cdot \left[W \cdot R_0^2 \pi\right] \cdot \frac{h}{R_0}.$$

Визначимо потужність сил тертя $N_T$ для зони 1:

$$N_T = \int_h^{h+H_1} \int_0^{2\pi} \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot W \cdot dz \cdot R_0 \cdot d\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot W \cdot R_0 \cdot (h + H_1 - h) \cdot 2 \cdot \pi =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{2 \cdot H_1}{R_0} \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right]$$

Визначимо потужність сил тертя $N_T$ для зони 3:

Тертя металу в області фланця обчислюємо з однієї (нижньої) сторони, оскільки при односторонній подачі металу контакту з фланцем у верхній напівматриці немає. При двосторонній подачі металу фланець взагалі не контактує з матрицею.

$$N_T = \int_{R_0}^{R_1} \int_0^{2\pi} \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r} \cdot dr \cdot r \cdot d\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h} \cdot (R_1 - R_0) \cdot 2 \cdot \pi =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{\left(R_1 - R_0\right)}{h} \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right]$$

Підставимо отримані значення складових в рівняння енергетичного балансу та отримаємо:

$$p \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right] = \sigma_S \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right] + \sigma_S \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right] \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{h}{R_0} \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right] +$$

$$+ \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot R_0}{3 \cdot h} \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right] + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{2 \cdot H_1}{R_0} \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right] + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{\left(R_1 - R_0\right)}{h} \cdot \left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right]$$

Вираз скоротимо на загальний множник $\left[W \cdot R_0^2 \cdot \pi\right]$:

$$p = \sigma_S + \sigma_S \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{h}{R_0} + \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot R_0}{3 \cdot h} + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{2 \cdot H_1}{R_0} + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \frac{\left(R_1 - R_0\right)}{h}$$

Розділивши обидві частини на $\sigma_S$, отримаємо формулу для приведеного тиску радіального видавлювання фланців посередині заготовки:

$$\bar{p} = 1 + \beta \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{h}{\sqrt{3} \cdot R_0} + \beta \cdot \frac{2R_0}{3 \cdot h} + \beta \cdot \mu_S \cdot \frac{2 \cdot H_1}{R_0} + \beta \cdot \mu_S \cdot \frac{(R_1 - R_0)}{h}. \quad (11.11)$$

Модель, що отримана енергетичним методом, добре працює при $\frac{h}{R_0} < 0{,}6$ [17]. При великих значеннях $\frac{h}{R_0}$ форма осередку деформації дещо відрізняється від прийнятої нами схеми, тому необхідно підбирати більш складні КМПШ.

### 11.3 Визначення тиску видавлювання деталей із фланцями

Вираз (11.11) можна використовувати для визначення тиску формування деталей з фланцями, розташованими по торцях. У цих випадках зріз між зонами 2 та 4 замінюється потужністю сил тертя між зоною 2 і ніжною напівматріцею.

Рівняння енергетичного балансу для такої розрахункової схеми (рис. 11.3) матиме такий вигляд

$$N_a = PV_0 = p\pi\left(R_0^2\right)V_0 = N_\partial + N_c + N_T = (N_1 + N_2) + (N_3 + \\ + N_4) + (N_5 + N_6 + N_7), \quad (11.12)$$

де $N_1$, $N_2$ – потужності сил пластичної деформації ($N_\partial$) в зонах 2 і 3;

$N_3$, $N_4$ – потужності сил зрізу ($N_c$) на поверхнях розриву швидкостей між зонами 1 та 2, 2 та 3;

$N_6$, $N_6$, $N_7$, – потужності сил контактного тертя ($N_T$) деформованої заготовки об інструменти у вертикальній і горизонтальної порожнинах матриці (між зонами 1 та 4, 2 та 5), в області фланця (між зонами 3 та 5).

Потужності сил пластичної деформації $N_\partial$, сил зрізу та $N_c$ сил тертя $N_T$ визначалися за формулами для відповідних модулів осадки (№5) і роздачі кільця (№7) (див. табл. 10.1)[19].

У результаті отримано формулу визначення приведеного тиску на пуансоні при радіальному видавлюванні фланця.

$$\overline{p} = \frac{p}{\sigma_s} = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\frac{1}{3}\cdot\frac{R_0}{h} + 2\cdot\ln\frac{R_1}{R_0}\right] + \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\mu\cdot\left[\frac{2\cdot H_1}{R_0} + \frac{R_1 - R_0}{h} + \frac{R_0}{3\cdot h}\right]. \quad (11.13)$$

За результатами розрахунків побудовані графіки залежності приведеного тиску $\overline{p}$ (11.7) від геометричних параметрів процесу радіального видавлювання зовнішніх фланців на суцільній заготовці, а також умов тертя (рис. 11.3).

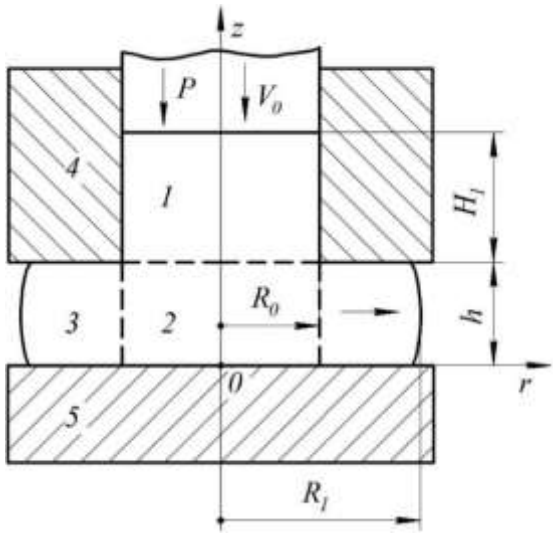
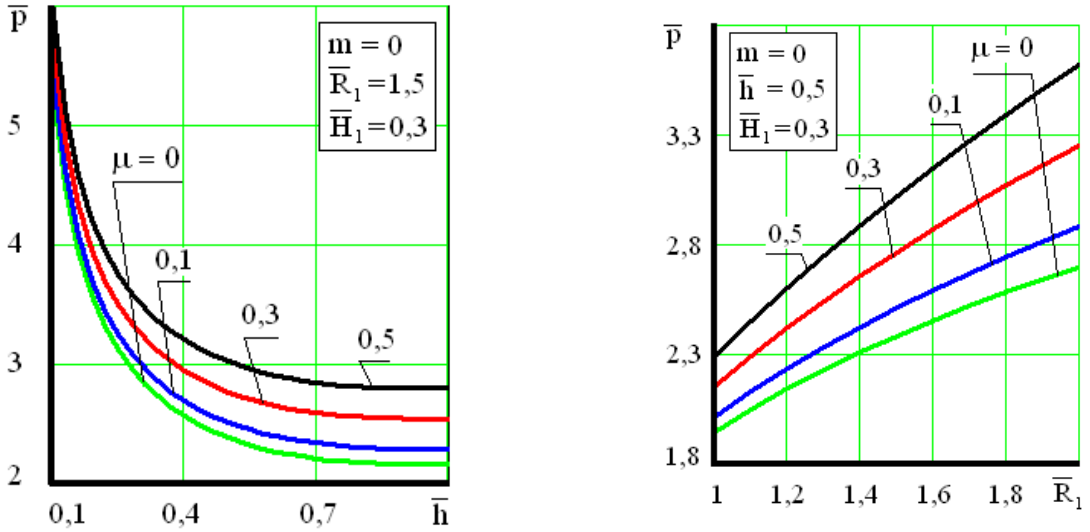



Рисунок 11.3 – Розрахункова схема для моделювання процесу поперечного радіального видавлювання фланця

Для радіального видавлювання зовнішнього фланця із суцільної заготовки у досліджуваному інтервалі значень безрозмірної величини товщини фланця $\overline{h}$ найбільше значення приведеного тиску $\overline{p}$ показало рішення, засноване на КВПС, складеному з трикутного модуля (див. табл. Б.1, схема № 6) [11, 18]. Відмінність між результатами обчислень сягає 60 %.

Встановлено, що зменшення величини параметра $\overline{p}$ для розрахункової схеми, що включає комбінований модуль порівняно з розрахунковою схемою, що включає модулі паралельної течії, сягає 15 %.




а) б)

Рисунок 11.4 – Графіки залежності приведеного тиску $\overline{p}$ процесу радіального видавлювання зовнішнього фланця із суцільної заготовки від безрозмірних геометричних параметрів та умов тертя

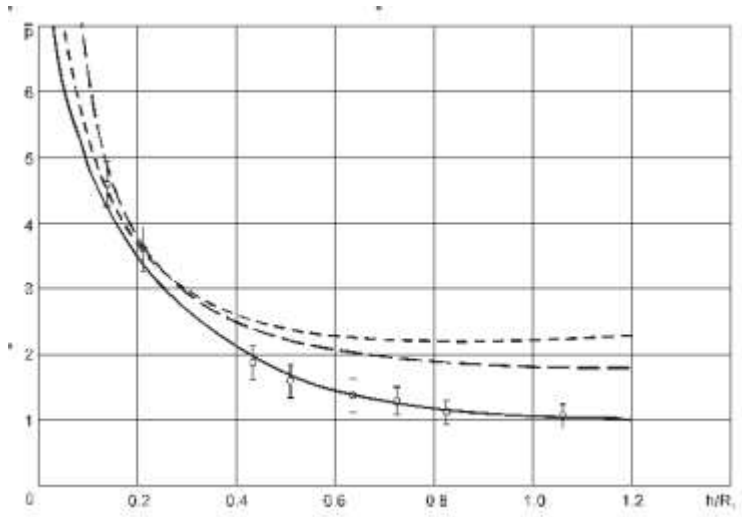



Рисунок 11.5 – Графік залежності приведеного тиску $\overline{p}$ від відносної товщини фланця $\frac{h}{R_0}$ для різних рішень : - - - - - формула (8.5); _____ - скорегована формула; __ __ __ - числове рішення; о – експеримент

Найбільше на величину приведеного тиску $\bar{p}$ впливають (див. рис. 11.4 і 11.5) відносні товщина фланця $\bar{h}$, радіус фланця $\bar{R}_1$, умови тертя, виражені через коефіцієнт тертя $\mu$.

Аналіз отриманих залежностей показує, вплив геометричних параметрів на значення питомих зусиль видавлювання зовнішніх фланців на заготовках носить складний характер. Зі збільшенням відносної товщини фланця $\bar{h}$ до 0,6 ... 0,9 питомі зусилля деформування інтенсивно знижуються до деякого мінімуму. При подальшому зростанні $\bar{h}$ спостерігається помітне збільшення питомих зусиль і тисків.

При значеннях відносної товщини фланця $\bar{h} \le 0{,}2$ результати, близькі до мінімальних, демонструє застосування найпростішого прямокутного в перерізі кінематичного модуля. Незважаючи на зниження тиску деформування $\bar{p}$ в уточненій моделі радіального видавлювання зовнішнього фланця (рис. 11.5) при $\bar{h} > 0{,}5$, співставлення з експериментальними значеннями показує завищені розрахункові значення приведених тисків. При значеннях $\bar{h} > 0{,}6$ це перевищення сягає понад 25 %.

Для суцільної заготовки зі зменшенням безрозмірного параметра $\bar{h}$ однозначно збільшується параметр $\bar{p}$, особливо інтенсивно $\bar{h} \le 0{,}6$, що можна пояснити збільшенням ступеня деформації. Збільшення відносного радіусу фланця $\bar{R}_1$ та коефіцієнта тертя $\mu$ призводить до однозначного збільшення безрозмірного параметра $\bar{p}$.

Зі збільшенням безрозмірного геометричного параметра $\bar{H}_1$, що показує протяжність контакту заготовки з вертикальною порожниною матриці, приведений тиск інтенсивно зростає лише при значеннях коефіцієнта тертя $\mu$, близьких до найбільших. У роботі [17] зроблено спробу дати уточнені (скореговані) залежності для визначення силових параметрів процесу радіального видавлювання осесиметричних деталей з фланцем, які демонструють добре співпадання з експериментальними даними щодо зусиль деформування (див. рис. 11.5).

## 11.4 Моделювання процесу зворотного видавлювання

Процес призначений для отримання осесиметричних деталей зі стовщеннями, розташованими на відстані від країв заготовки, або з фланцями.

Приймаємо розрахункову схему на рис. 11.6, вибираємо систему координат і встановимо умови КГУ. В схеми процесу пластичними зонами є зоні 1 і 2, а зоні 3 і 4 є жорсткими.

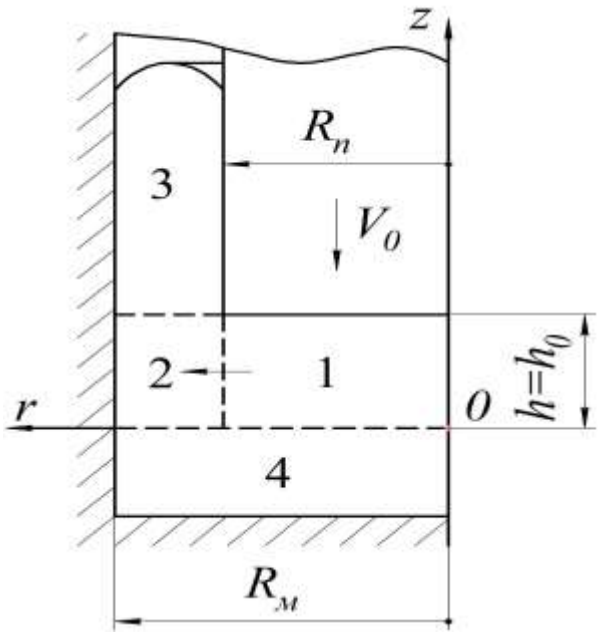



Рисунок 11.6 – Схема процесу зворотного видавлювання деталі типу «Стакан»

Рівняння енергетичного балансу для розрахункової схеми матиме такий вигляд:

$$N_A = N_{д1} + N_{C1-4} + N_{T1-П} + N_{д2} + N_{C1-2} + 2 \cdot N_{C2-4} + N_{T2-М}, \qquad (11.14)$$

де $N_{d1}$, $N_{d2}$ – потужності сил пластичної деформації в зонах 1 і 2;

$N_{c1-2}$, $N_{c4-2}$ – потужності сил зрізу на поверхнях розриву швидкостей між зонами 1 і 2, 2 і 4;

$N_{T1-П}$, $N_{T2-M}$ – потужності сил контактного тертя деформованої заготовки об інструменти між зонами 1 та пуансономі 2 та матрицею.

Поля швидкостей в зоні 1 такі ж самі, як у задачі про осадку циліндричної заготовки (було розглянуто вище в п. 11.1). Отже для цієї зони можна прийняті формулу (11.6) для приведеного тиску осадки, але з урахуванням того факту, що на межі зон 1-4 маємо зріз, а не тертя. Тобто для даної границі коефіцієнт тертя в формулі (11.6) необхідно призначити максимальним (0,5).

$$\overline{p}_1 = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \frac{R_0}{3 \cdot h} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_0}{3 \cdot h}. \qquad (11.15)$$

При цьому в якості оптимальної висоти осередку деформації під пуансоном можна прийняти відому величину з літератури [4]:

$$\frac{h}{2R_m} = \sqrt{\frac{1 - \frac{R_0}{R_m}}{3 \cdot \frac{R_0}{R_m} \cdot \left(1 + \frac{R_0}{R_m}\right)}}. \qquad (11.16)$$

Маємо такі умови КГУ:

при $z = 0, V_Z = 0$;

при $z = h, V_z = W_{ВЫХ2} = V_0 \cdot \lambda$; $\lambda = \frac{R_0^2}{R_m^2 - R_0^2}$;

при $r = R_0, V_r = V_0 \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h} = V$;

при $r = R_M, V_r = 0$.

Встановимо поле швидкостей в пластичній зоні 2:

$$V_Z = C_1 \cdot z + C_2, V_r = -\frac{C_1}{2} \cdot r + \frac{C_3}{r};$$

при $z = 0, 0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0$;

при $z = h$, $\lambda \cdot V_0 = C_1 \cdot h + 0 \Rightarrow C_1 = \frac{\lambda \cdot V_0}{h}$;

при $r = R_m$, $0 = -\frac{C_1}{2} \cdot R_{.m} + \frac{C_3}{R_m} \Rightarrow C_3 = \frac{C_1}{2} \cdot R_m^2$.

$$C_3 = \frac{\lambda \cdot V_0}{2 \cdot h} \cdot R_m^2;$$

Поле швидкостей:

$$V_Z = \frac{\lambda \cdot V_0}{h} \cdot z;$$

$$V_r = -\frac{\lambda V_0}{2h} \cdot \left( r - \frac{R_m^2}{r} \right). \qquad (11.17)$$

Компоненти швидкостей деформації:

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\lambda \cdot V_0}{h}, \dot{\varepsilon}_r = -\frac{C_1}{2} - \frac{C_1 \cdot R_m^2}{r^2}, \dot{\varepsilon}_\theta = -\frac{C_1}{2} + \frac{C_1}{2} \cdot \frac{R_m^2}{r^2}.$$

$$\dot{\varepsilon}_z + \dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta = 0.$$

Умова сталості об’єму задовольняється.

Таким чином, знайдені поля швидкостей кінематично можливі, оскільки дотримуються всі умови.

Інтенсивність швидкостей деформації:

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{C_1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot r^4 + R_m^4}{r^4}}; \qquad (11.18)$$

У зв’язку з громіздкістю даного виразу для інтегрування приймаємо лінеаризовану залежність (9.14), а саме у такому вигляді

$$\dot{\varepsilon}_i = 1{,}08 \dot{\varepsilon}_z = 1{,}08 \frac{\lambda \cdot V_0}{h} \qquad (11.19)$$

Потужність сил пластичного деформування матеріалу заготовки в зоні 2:

$$N_d = \sigma_S \cdot \int_0^h \int_{R_0}^{R_m} \int_0^{2\pi} 1{,}08 \frac{\lambda V_0}{h} \cdot dz \cdot r dr \cdot d\theta;$$

$$N_d = 1{,}08\sigma_S \cdot \frac{\lambda V_0}{h} \cdot h \cdot \frac{R_m^2 - R_0^2}{2} \cdot 2\pi = 1{,}08(\sigma_S \cdot V_0 \cdot \pi \cdot R_0^2). \quad (11.20)$$

Потужність сил зрізу між зонами 1–2 встановимо за інтегралом $N_C$ при величині розриву швидкості

$$[V_C]_{1-2} = |V_{Z2} - V_{Z1}| = \frac{V_0 \cdot \lambda}{h} \cdot z - \left(-\frac{V_0}{h} \cdot z\right) = \frac{V_0}{h} \cdot z \cdot (1+\lambda);$$

$$N_C = \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} \cdot z \cdot (1+\lambda) \cdot dz \cdot R_0 \cdot d\theta = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} \cdot (1+\lambda) \cdot R_0 \cdot \frac{h^2}{2} \cdot 2 \cdot \pi = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot V_0 \cdot (1+\lambda) \cdot R_0 \cdot \pi =$$

$$= \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot V_0 \cdot (1+\lambda) \cdot \frac{hR_0^2}{R_0} \cdot \pi.$$

Потужність сил зрізу між зонами 2–4 при величині розриву швидкості $[V_C]_{2-4} = |V_{r2}| = \frac{\lambda V_0}{2h} \cdot \left(r - \frac{R_m^2}{r}\right)$:

$$N_C = \int_{R_0}^{R_m} \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{C_1}{2} \cdot \left(r - \frac{R_m^2}{r}\right) \cdot dr \cdot r \cdot d\theta = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{C_1}{2} \cdot \int_{R_0}^{R_m} \int_0^{2\pi} \left(r^2 - R_m^2\right) \cdot dr \cdot d\theta = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{C_1}{2} \times$$

$$\times \left[ \int_{R_0}^{R_m} \int_0^{2\pi} r^2 \cdot dr \cdot d\theta - \int_{R_0}^{R_m} \int_0^{2\pi} R_m^2 \cdot dr \cdot d\theta \right] = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_0^2}{R_m^2 - R_0^2} \cdot \frac{V_0}{2h} \cdot 2\pi \left[ \frac{R_m^3 - R_0^3}{3} - R_m^2 \cdot (R_m - R_0) \right]$$

Потужність сил зрізу між зонами 2-3 рівняється даної потужності.

Потужність сил тертя між зоною 2 і матрицею при величині швидкості ковзання металу по поверхні матриці $V_k = V_{Z2} = \frac{\lambda \cdot V_0}{h} \cdot z$:

$$N_{T2-M} = \tau_k \cdot \frac{\lambda V_0}{h} \cdot \int_0^h \int_0^{2\pi} dz \cdot R_m \cdot d\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \frac{\lambda V_0}{h} \cdot \frac{h^2}{2} \cdot R_m 2 \cdot \pi = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_S \cdot \sigma_S \cdot \left[\pi \cdot V_0 \cdot R_0^2\right] \cdot \frac{hR_m}{R_m^2 - R_0^2}$$

Підставимо отримані значення складових в рівняння енергетичного балансу (Е1), в якому перші три складові виразу вже були знайдені за аналогією с осадкою циліндричної заготовки і наведені у формулі (11.15),

вираз скоротимо на загальний множник $\left[V_0\sigma_s\pi R_0^2\right]$ і отримаємо формулу для приведеного тиску зворотного видавлювання порожнистих деталей типу стакану:

$$\overline{p}=1+\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\mu_S\frac{R_0}{3\cdot h}+\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{R_0}{3\cdot h}+1{,}08+\left(1+\lambda\right)\cdot\frac{h}{\sqrt{3}\cdot R_0}+\frac{2\mu_S}{\sqrt{3}}\cdot\frac{hR_m}{R_m^2-R_0^2}+$$

$$+\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{R_m^2-R_0^2}\cdot\frac{1}{h}\cdot\left[\frac{R_m^3-R_0^3}{3}-R_m^2\cdot\left(R_m-R_0\right)\right]. \qquad (11.21)$$

Модель, що отримана енергетичним методом може бути уточнена при ускладненні форми осередку деформації від зміні форми пуансону. В такому разі необхідно підбирати більш складні КМПШ за рахунок вибору модулів непаралельної течії.

## 11.5 Моделювання процесу комбінованого радіально-зворотного видавлювання деталей із фланцем

Стрижневі деталі з фланцем і осьовим відростком є досить поширеними в приладо- та машинобудуванні. Поширеною і освоєною технологією отримання деталей такого типу є багатоперехідна висадка, а також радіальне або пряме видавлювання, доповнене, як правило, операцією висадки (осадки) фланця[5].

Типові представники стрижневих деталей з фланцем містять три основні частини: фланець з найбільшим діаметром $D_1$ та товщиною $h$, корпус деталі з середнім діаметром $D_0(2R_0)$ та висотою $H$ та осьовий стрижень з діаметром $d(2R)$ та довжиною $l$. У найбільш простому випадку виродження корпусу і його злиття з фланцем ми отримаємо деталь типу клапана або гвинта.

Для теоретичного аналізу силового режиму обраний енергетичний метод верхньої оцінки, заснований на балансу потужностей на кінематично можливих швидкостях переміщень [2, 8–12, 19]. Кінематичне можливі поля швидкостей задаються на підставі попередньо проведених експериментальних досліджень і аналізу особливостей течії металу.

Особливістю схеми радіально-зворотного видавлювання, є то, що коли стрижень і фланець розташовані по різні сторони відносно корпусу деталі, осередок інтенсивного деформування є роз'єднаний, сформований з двох автономних осередків зворотного та радіального видавлювання металу (рис. 11.7, б). Роз'єднаний осередок деформування утворюється при видавлюванні відносно високих заготовок з співвідношенням висоти заготовки до її діаметру $H_0/D > 1{,}5$.

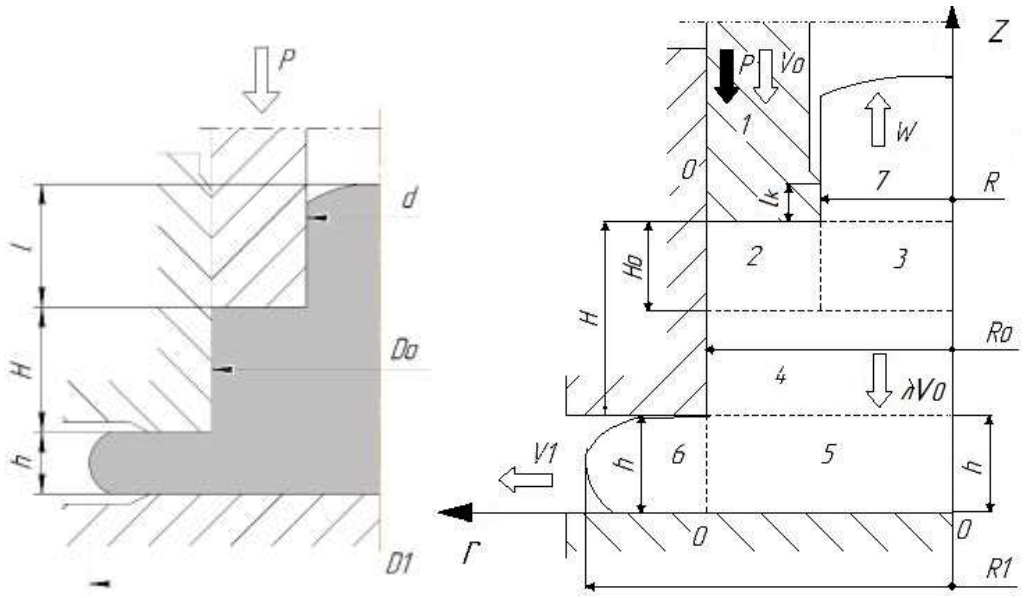
Для осесиметричних кінематичних елементів з прямокутним поперечним перерізом найбільш проста схема побудови КМПШ заснована на припущенні про паралельну течію металу. Якщо складові швидкості уздовж кожного координатного напрямку не залежать від координат за іншими напрямками, тобто $v_z = v_z(z)$, то компоненти швидкості в загальному вигляді можна визначити за формулами з табл. 10.1. КМПШ для осесиметричних координатних модулів (табл. 10.1) не викликають складнощів в розрахунках і мають властивість вбудовуваності в більш складні схеми, будучи їх елементами.

Формула для обчислення приведеного тиску $\bar{p}_1$, що витрачено окремо для зворотного видавлювання відростку радіусом $R$ може бути обрана за (11.21) або отримана енергетичним методом:

$$\pi\left(R_0^2 - R^2\right)V_0\bar{p}_1\sigma_s = N_{\partial 2} + N_{\partial 3} + N_{c2-3} + 2N_{c3-4} + N_{c7-2} + N_{t1-4} + N_{t0-2} + N_{t1-2} \qquad (11.22)$$

Обидві частини рівняння балансу потужностей ділимо на множник $\pi\left(R_0^2 - R^2\right)\cdot V_0$ і потім на $\sigma_S$ і отримаємо приведений тиск $\bar{p}_1$ на торці пуансона, а якщо, використовуючи інверсію, обчислимо $q$ прямого (знизу доверху) видавлювання стрижня з виразу

$$\bar{q} = \bar{p}_1 \cdot \frac{R_0^2 - R^2}{R_0^2}. \qquad (11.23)$$




а) б)

Рисунок 11.7 – Технологічна (а) і розрахункова (б) схеми процесу радіально-зворотного видавлювання стрижневих деталей

Приведений тиск $\bar{q}$ можна також отримати і з рівняння балансу (Е1), розділивши обидві частини на множник

$$\pi R_0^2 \cdot V_0 \cdot \sigma_S \cdot \bar{q} = \bar{p}_1 \cdot \left(1 - m^2\right),$$

де $m = R / R_0$.

Згідно з методикою модульного підходу [6. 15] для модулів з паралельною течією металу можна використати отримані рівняння для приведених тисків деформування, зрізу та тертя для деяких кінематичних модулів (табл. 10.1). Для зони 2 приймаємо залежності модулю А2 (з течією до центру), а для зони 3 – модулю С6 (див. табл. 10.1) Оскільки на границі 2–3 вектори швидкості $v_z$ спрямовані у протилежні сторони приведені тиски зрізу на цій поверхні складаються: $\Delta\bar{p}_{c2-3} = \Delta\bar{p}_3 + \Delta\bar{p}_4$. На границях зон 3 і 4, 3 і 7 витрати на зріз однакові (коефіцієнт тертя при цьому дорівнює $\mu_s = 0{,}5$).

У результаті підбору складових приведених тисків отримаємо:

$$\bar{q} = \frac{1}{\sqrt{3}R_0^2} M_1 + \frac{R_0^2 - R^2}{R_0^2} + \frac{B_1}{\sqrt{3}R_0^2} + + \frac{R_0^2 - R^2}{3\sqrt{3}H_0} \cdot \frac{R}{R_0^2} + \frac{H_0 R_0^2}{\sqrt{3}RR_0^2} + \\ + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\mu_S}{R_0^2} \left[ H_0 R_0 + 2Rl_k \left( \frac{R_0^2 - R^2}{R^2} + 1 \right) + B_1 \right] , \qquad (11.24)$$

де $M_1 = \left\{ 2R_0^2 - \sqrt{3R^4 + R_0^4} + R_0^2 \cdot \ln \left[ \frac{\sqrt{3R^4 + R_0^4} + R_0^2}{3R^2} \right] \right\};$

$$B_1 = \frac{(R_0 - R)}{3H_0} \left( 2R_0^2 - R_0 R - R^2 \right).$$

Провівши деякі спрощення для заміни громіздких виразів,

$$\overline{M}_1 = 2 - \sqrt{3\overline{m}^4 + 1} + \ln \left| \frac{\sqrt{3\overline{m}^4 + 1} + 1}{3m^2} \right|, \overline{M}_2^* = \frac{\overline{M}_1}{\sqrt{3}} = \frac{6{,}25 - 6{,}5m}{1{,}732} = 3{,}61 - 3{,}75m,$$

$$\overline{B}_1 = \frac{(1-m)}{3\overline{H}_0} \left( 2 - m - m^2 \right); \quad \overline{H}_0 = H_0 / R_0 \qquad (11.25)$$

$$\bar{q} = (3{,}61 - 3{,}75m) + \frac{\bar{B}_1}{\sqrt{3}} + \left( 1 - m^2 \right) + \frac{\left( 1 - m^2 \right) m}{3\sqrt{3\bar{H}_0}} + \frac{\bar{H}_0}{\sqrt{3m}} + \\ + \frac{2}{\sqrt{3}} \mu_s \left[ \bar{H}_0 + 2m\bar{l}_k \left( \frac{1 - m^2}{m^2} + 1 + \bar{B}_1 \right) \right]$$

отримаємо рівняння в параметричному (безрозмірному) вигляді:

Враховуючи залежність (11.23), для тиску зворотного видавлювання на пуансоні напишемо: $\bar{p}_1 = \bar{q} \cdot \frac{R_0^2}{R_0^2 - R^2} = \bar{q} \frac{1}{1 - m^2}$.

Для приведеного тиску радіального видавлювання $\bar{p}_2$ (в межах зон 5 і 6) використовуємо раніше отриманий вираз (11.13). Враховуючи експериментально спостережуване явище відсутності контакту фланця (зони 6), який видавлюється, з торцем верхньої напівматриці, в формулу вносимо корективи. В параметричному безрозмірному вигляді формула має вигляд:

$$\bar{P}_2 = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \bar{R}_1 + \frac{1}{3\sqrt{3}\bar{h}} + \frac{\bar{h}}{\sqrt{3}} + \frac{2\mu_s}{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{3\bar{h}} + \frac{\bar{R}_1 - 1}{\bar{h}} + 2\bar{H}_1 \right) \tag{11.26}$$

$$\bar{R}_1 = R_1 / R_0 ., \bar{h} = h / R_0 ., \bar{H}_1 = (H - H_0) / R_0 .$$

При переході від простої схеми зворотного видавлювання відбувається зниження швидкості витікання *W* і, відповідно, зменшення частини тиску, що витрачається на подолання тертя. Коефіцієнт, що враховує це зниження, можна визначити як

$$G = \mu_s \frac{(l_k R)}{R_0^2 - R^2} \tag{11.27}$$

Нехтуючи силою тертя в межах найжорсткішої зони, яка переміщується зі швидкістю $\lambda V_0$, умову рівності потужностей, прикладених по обидва боки до жорсткої зони 7 напишемо так:

$$\bar{q}(1 - \lambda - m^2) - G\lambda \frac{1}{m^2} = \lambda \bar{p}_{2p}, \tag{11.28}$$

звідки знаходимо значення коефіцієнта $\lambda$

$$\lambda = \frac{\bar{q}(1 - m^2)}{\bar{q} + \bar{p}_{2p} + G/m^2} . \tag{11.29}$$

Тоді для сумарного приведеного тиску комбінованого видавлювання можна записати

$$\bar{p}_к = \bar{p}_1(1 - \lambda) + \bar{p}_2 \cdot \frac{R_0^2}{R_0^2 - R^2} \lambda - G \frac{R^2}{R_0^2 - R^2} \lambda \tag{11.30}$$

Слід зазначити, що при аналізі отриманої залежності були виконані також спрощення, пов'язані з встановленням оптимальної величини висоти осередку деформації $\bar{H}_0 = 0{,}2$ і рекомендованої величини паска пуансона $\bar{l}_k = 0{,}1$.

Якщо знехтувати впливом *G,* зважаючи на надзвичайну малість ($G \le 0{,}1$), то залежність для приведеного тиску набуває вигляду:

$$\bar{p}_k = \bar{p}_1(1-\lambda) + \bar{p}_2 \cdot \frac{m^2}{1-m^2}\lambda \qquad (11.31)$$

Аналіз залежності параметру $\lambda$ від геометричних параметрів процесу показав, що збільшення відносного радіуса стрижня $\bar{R}$ (рис. 11.8, *а*) призводить до зниження швидкості руху жорсткої зони, а збільшення відносної товщини фланцю $\bar{h}$ (рис. 11.8, *б*) сприяє збільшенню значення $\lambda$, що відповідає більш інтенсивному видавлюванню металу в радіальну порожнину. Збільшення коефіцієнта тертя приводить до зниження значення $\lambda$.

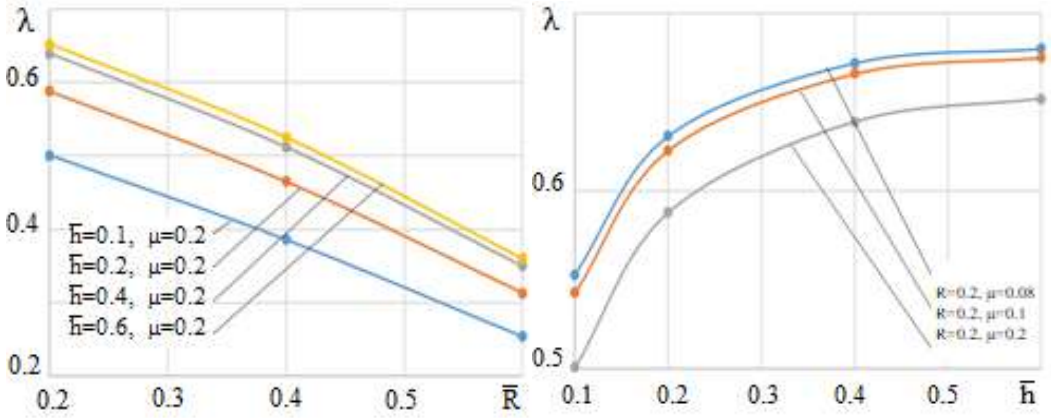



Рисунок 11.8 – Графіки залежності параметру $\lambda$ від відносного радіусу стрижня $\bar{R}$ (*а*) і відносної висоти фланця $\bar{h}$ (*б*)

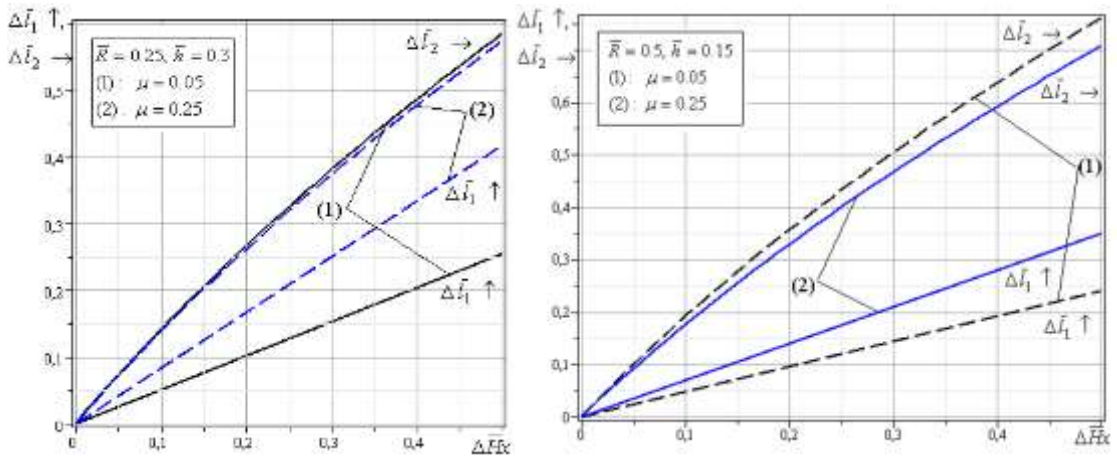
Для співставлення виконано аналіз формоутворення при радіально-зворотному видавлюванні стрижневих деталей з фланцем. Для радіально-зворотного видавлювання за аналогією з попередніми розрахунками відносних приростів осьового стрижня та фланця отримано співвідношення:

$$\Delta\bar{l}_1 \uparrow = \left[\left(1-\bar{R}^2\right)\cdot(1-\lambda) - \lambda\cdot\bar{R}^2\right]\cdot\Delta\bar{H}x$$
$$\Delta\bar{l}_2 \rightarrow = \sqrt{\frac{(1-\bar{R}^2)\cdot\Delta\bar{H}x - \bar{R}^2\cdot\bar{l}_1\uparrow}{\bar{h}} + 1} - 1 \qquad (11.32)$$

де $\Delta\bar{H}x$ – відносний хід пуансона, $\Delta\bar{H}x = S / R_0$.

Забезпечення різних умов контактного тертя і можливость використання даного технологічного фактору для керування процесом формоутворення і отримання необхідних кінцевих розмірів деталі є бажаним інструментом. Зменшення тертя при різних співвідношеннях геометричних параметрів процесу відповідає зменшенню відносних приростів стрижня за рахунок збільшення відносних приростів діаметру фланця, що відповідає більш сприятливим умовам для радіального переміщення металу. Відхилення відносних приростів $\Delta\bar{l}_1\uparrow$ осьового відростку за різних умов тертя може сягати більше 50 % від величини (рис. 11.9, *а)*.

Це відповідає найменшому коефіцієнту тертя, який можна вважати достатньо вагомим технологічним керуючим фактором забезпечення необхідної форми деталі. При цьому спостерігається більш інтенсивне заповнення фланцевої зони деталі (рис. 11.9, *б*).




а б

Рисунок 11.9 – Зміна відносних розмірів стрижня $\Delta\bar{l}_1\uparrow$ та фланця $\Delta\bar{l}_2\rightarrow$ у залежності від розмірів деталі та умов тертя

Для оцінки закономірності формоутворення штампованих деталей за результатами моделювання були побудовані графіки, які показують характер формування деталі за допомогою встановлення відносного (віднесеного до всього зміщеного об'єму металу) об'єму металу $\bar{V}_{отр}$, який витрачається на утворення відростка. При цьому змінювалися умови тертя

(коефіцієнт тертя $\mu$) і геометричні параметри процесу комбінованого видавлювання (рис. 11.10). Висота заготовки зі сплаву АД31 діаметром 40 мм дорівнювала 50 мм. Видно, що із збільшенням відносної товщини фланця об'єм металу, який витікає в відросток, зменшується. Така тенденція спостерігається до значення $\bar{h} = 0{,}35$ (товщина фланця 5 мм). Після цього збільшується заповнення відростка витіканням металу в зворотному напрямку. Це пояснюється тим, що на першому етапі більш сприятливий напрямок течії спостерігається у фланцеву зону. А на останній стадії при збільшенні діаметру і об'єму відростка підвищується опір деформуванню у фланці і відбувається збільшення обсягу металу, який переміщується в відросток. Збільшення тертя також сприяє більшому переміщенню металу в відросток.

Порівняння використовуваних методів дослідження проводилося при тих же розмірах заготовки зі сплаву АД31 (d = 20мм, h = 6 мм, μ = 0,08) і за енергосиловими параметрами процесу (рис. 11.11).

Встановлено, що значення сил деформування, отримані МСЕ, відрізняються від експериментальних даних в межах 3–7 %; а значення результатів енергетичного методу верхньої оцінки від експерименту відрізняються на 10–15 %.

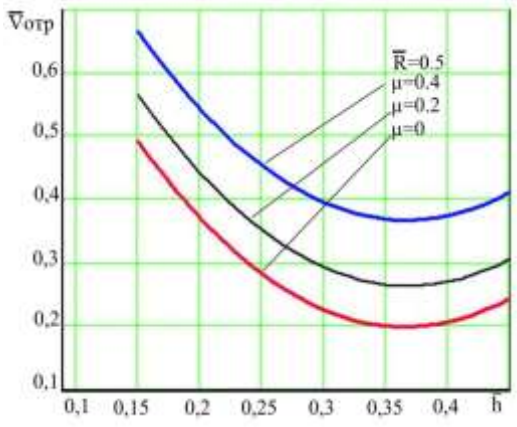



Рисунок 11.10 – Залежність об'єму сформованого відростка від відносної товщини фланця

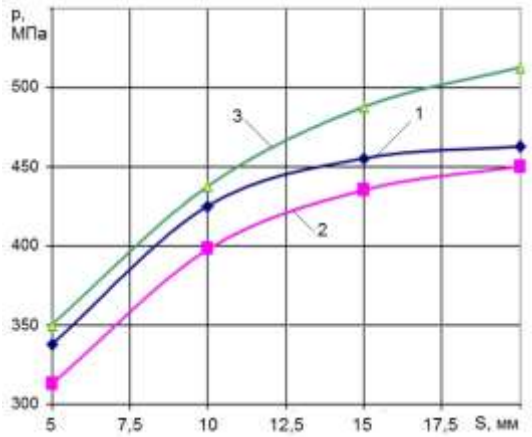



Рисунок 11.11 – Порівняння розрахункових (*1* – МСЕ, *3* – ЕМБП) і експериментальних (*2*) тисків комбінованого видавлювання

Для оцінки закономірностей формозміни необхідно спостерігати і за наростанням розмірів фланця і відростка при видавлюванні деталей. Картини поетапного наростання контуру деталі, представлені на рис. 11.12, дають можливість для співставлення даних за розрахунком формозміни деталі з відростком і фланцем двома методами: МСЕ і верхньої оцінки ($D_o$ = 28 мм, $H_o$ = 20 мм, d = 15 мм, h = 4 і 5 мм). Обидва методи показували, що приріст висоти деталі в порівнянні з вихідною висотою заготовки незначний, а утворення відростка відбувається переважно за рахунок занурення пуансона в заготовку. Цей висновок підтверджується і експериментальними даними [6, 11, 19].

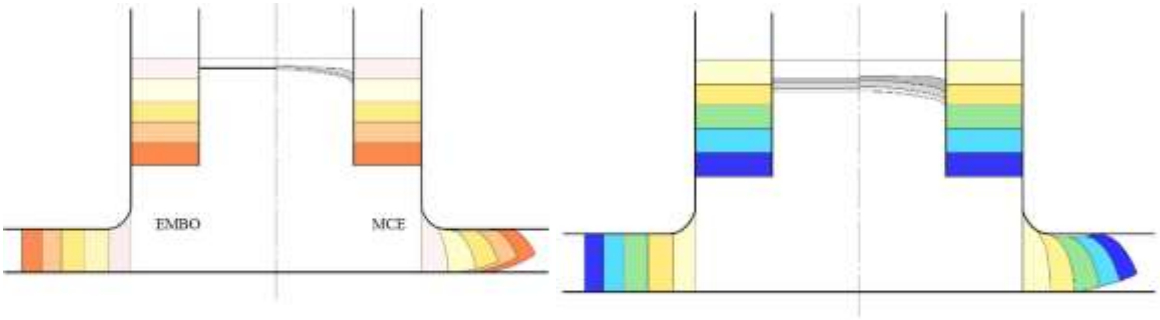



Рисунок 11.12 – Зміна геометрії напівфабрикату по ходу процесу, розрахована методом верхньої оцінки (ЕМБП) і методом МСЕ, $h$ = 4 і 5 мм

# ЛІТЕРАТУРА


1. Данченко В. М., Гринкевич В. О., Головко О. М. Теорія процесів обробки металів тиском. Дніпропетровськ : Пороги. 2008. 370 с.

2. Теория ковки и штамповки / Е. П. Унксов, У. Джонсон, В. Л. Колмогоров, В. А. Огородников [и др.] ; под общ. ред. Е. П. Унксова, А. Г. Овчинникова. – Москва : Машиностроение, 1992. 720 с.

3. Евстратов В. А. Теория обработки металлов давлением. Харьков : Вища школа. 1981. 248 с.

4. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением : учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. Москва : Машиностроение. 1977. 423 с.

5. Алієва Л. І., Таган Л. В. Ресурсозберігаючі процеси холодного видавлювання : посібник для студентів спеціальностей 131 «Прикладна механіка», 136 «Металургія». Краматорськ : ДДМА. 2020. 180 с. ISBN 978-966-379-927-8.

6. Алиева Л. И. Совершенствование процессов комбинированного выдавливания : монография. Краматорск : ООО «Тираж–51». 2018. 352 с. ISBN 978-966-379-846-2.

7. Алиева Л. И. Проектирование процессов холодного выдавливания деталей. *Научный вестник ДГМА.* Краматорск. 2016. 3(21Е). С. 19–26.

8. Степанский Л. Г. Расчеты процессов обработки металлов давлением. Москва : Машиностроение. 1982. 217 с.

9. Джонсон В., Кудо Х. Механика процессов выдавливания металла. Москва : Металлургия. 1966. 317 с.

10. Алюшин Ю. А., Еленев С. А. Теоретические основы энергетических методов расчета процессов ОМД : учебное пособие. Ростов н/Д : РИСХМ. 1987. 106 с.

11. Алієв І. С., Грудкіна Н. С., Малій Х. В., Таган Л. В. Моделювання та розробка процесів точного об’ємного штампування видавлюванням : монографія. Краматорськ : ДДМА. 2021. 176 с. ISBN 978-617-7889-08-2

12. Алиева Л. И., Малий К. В., Таган Л. В. Совершенствование процессов холодного выдавливания полых деталей : монография. Краматорск : ДГМА. 2020. 255 с. ISBN 978-966-379-960-5.

13. Алиева Л. И., Титов А. В., Корденко М. Ю. Моделирование процессов поперечного бокового выдавливания. *Обработка материалов давлением*. Краматорск : ДГМА. 2019. 1 (48). С. 35–44.

14. Алиев И. С. Методика анализа процессов точной объёмной штамповки с помощью модульных полей скоростей. Разработка и исследование высокоэффективных технологических процессов, оснастки и оборудования. *Обработка металлов давлением: тематический сб. науч. трудов*. Киев: УМК ВО. 1990. С. 7–17.

15. Алиев И. С., Носаков А. А., Махмудов К. Д. Метод кинематических модулей для анализа процессов точной объемной штамповки. *Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. Зб. наук. пр*. Краматорськ : ДДМА. 2001. С. 142–146.

16. Алиева Л. И. Свойства кинематических модулей для анали за процессов выдавливания. *XVII Міжнародна науково-технічна конференція «Прогресивна техніка, технологія і інженерна освіта».* 22–25 червня 2016. Одеса–Київ : НТУУ«КПІ». 2016. С. 69–71.

17. Алиева Л. И. Моделирование процесса комбинированного выдавливания фланцев на полых деталях. *Вісник НТУУ «КПІ».Серія Машинобудування*. 2016. 1(76). С. 20-30.

DOI: http://dx.doi.org/10.20535/2305-9001.2016.76.59748

18. Алиева Л. И., Грудкина Н. С. Особенности проектирования процессов холодного выдавливания на основе развития модульного

подхода в рамках энергетического метода. *Вісник НТУ «ХПІ».* Харків. 2015. 24 (1133). С. 21–32.

19. Алієва Л. І., Алієв І. С., Грудкина Н. С., Малий К. В. Моделювання процесу комбінованого радіально-зворотного видавлювання деталей з фланцем. *Обработка материалов давлением*. Краматорск : ДГМА. 2019. 1 (48). С. 23–34.

20. АлиеваЛ.И. Оценка деформированного состояния деталей в процессе холодного выдавливания. *Металлургическая и горнорудная промышленность*. 2016. 2. С. 77–85.

## ДОДАТКОВИЙ СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

21. Алієв І. С. Левченко В. М., Чучин О. В., Картамишев Д. О. Коцюбівська К. І. Моделювання процесу поперечно- кутового видавлювання. *Обробка матеріалів тиском. Materials Working by Pressure*. Краматорськ: ДДМА. 2023. 1 (52). С. 20–31.

22. Алієва Л. І., Левченко В. М., Картамишев Д. О., Корденко М. Ю. Моделювання процесу комбінованого прямого видавлювання з роздачею методом верхньої оцінки. *Матеріали МНТК «Перспективи розвитку машинобудування та транспорту» 13.05.2021–15.05.2021*. Вінниця : ВНТУ. 2021. С. 108–109. https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/prmt/pmrt2021/schedConf/presentations

23. Алиева Л. И., Жбанков Я. Г. Выбор кинематических модулей для определения силовых параметров радиального выдавливания. *Вісник ДДМА*. Краматорськ : ДДМА. 2006. 3 (5). С. 108–113.

24. Алієва Л. І., Левченко В. М., Картамишев Д. О., Таган Л. В. Аналіз процесів поперечно-поздовжнього видавлювання методом кінематичних модулів. *Матеріали VII міжнародної науково-практичної*

*конференції «Сучасні технології промислового комплексу – 2021»*. Херсон: ХНТУ. 2021. С. 37–39.

25. Aliiev I., Aliieva L., Grudkina N., Zhbankov I. Prediction of the variation of the form in the processes of extrusion. *Metallurgical and Mining Industry: Scientific and Technical Journal.* 2011. 3. 7, pp. 17–22.

26. Алієва Л. І., Левченко В. М., Картамишев Д. О., Малій Х. В. Розробка та використання кінематичних модулів для моделювання процесів поперечно-прямого видавлювання. *Вісник ХНТУ*. 2021.4(79). С.11–22.

27. Алиева Л. И. Образование дефектов деталей в процессах холодного выдавливания. *Вестник ХНТУ*. Херсон. 2016. 4 (59). С. 18–27.

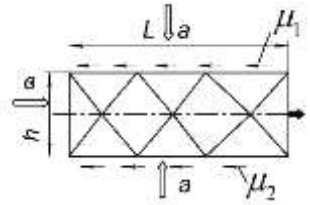
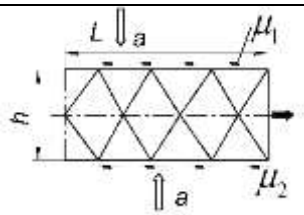
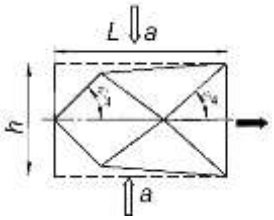
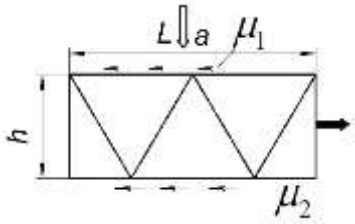
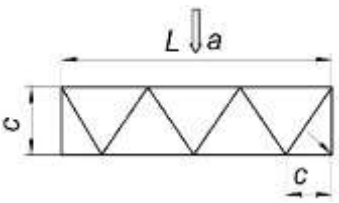
28. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением. Киев: Вища школа. 1983. 175 с.

29. Огородников В. А, Деревенько И. А, Алиева Л. И. Ресурс пластичности металлов при холодном объемном формоизменении : монография. Винница : ООО «Меркьюри–Подолье». 2016. 176 с. ISBN 978–966–2696–69–1.

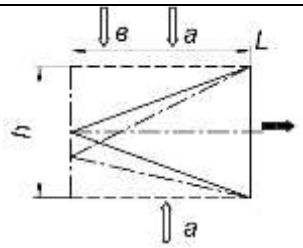
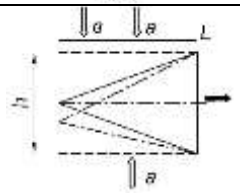
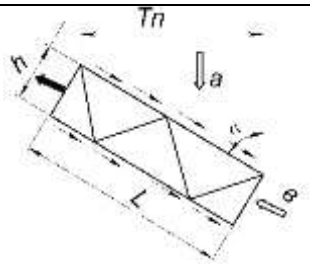
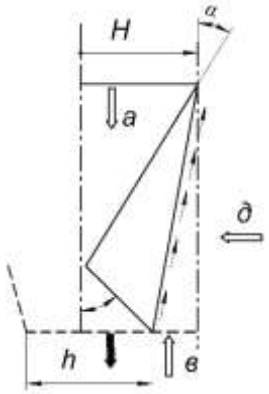
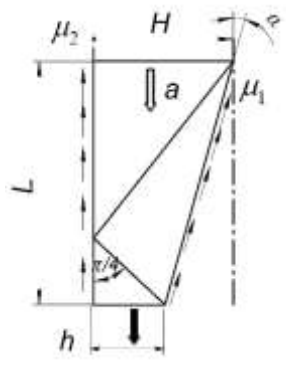
# ДОДАТОК А

## Кінематичні модулі для задач плоского пластичного деформування

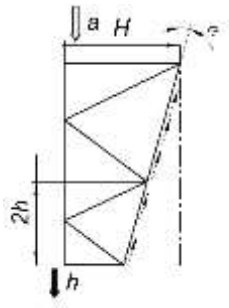
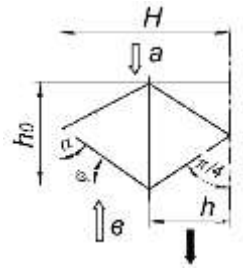
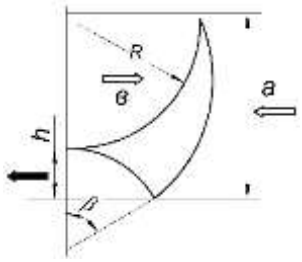
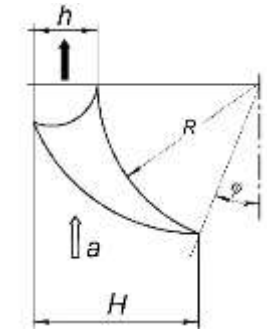
Таблиця А.1

| № виду | Схема блоку | Напрямок впливу | Розрахункова залежність | Примітка |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | А – блок осадки смуги | | | |
| 1 |  | а<br><br>б | $\bar{P}=1+\frac{\mu_1}{2}\frac{L}{h}+\frac{\mu_2}{2}\frac{L}{h}$<br>$\bar{P}_{mp}=\frac{L}{h}(\mu_1+\mu_2)$ | $\frac{h}{L}\le 0,6$ |
| 2 |  | а | $\bar{P}=1+\frac{\mu_1}{4}\left(\frac{2L}{h}-\frac{h}{2L}\right)+\frac{\mu_2}{4}\left(\frac{2L}{h}-\frac{h}{2L}\right)$ | $\frac{h}{L}\le 0,6$ |
| 3 |  | а | $\bar{P}=\frac{L}{h}+\frac{h}{4L}$ | $\frac{h}{L}>0,6$ |
| 4 |  | а | $\bar{P}=1+\frac{\mu_1}{2}\frac{L}{h}+\frac{\mu_2}{2}\frac{L}{h}$ | |
| 5 |  | | $\bar{P}=1-\bar{c}+\frac{1}{4\bar{c}}+\mu\frac{1-2\bar{c}}{2\bar{c}}$<br>$\bar{c}=\frac{c}{L}$ | Заповнення куту |

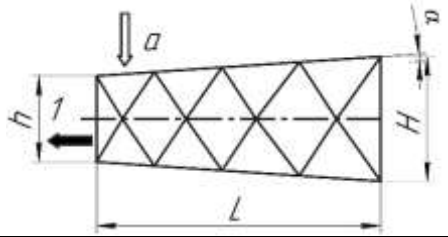
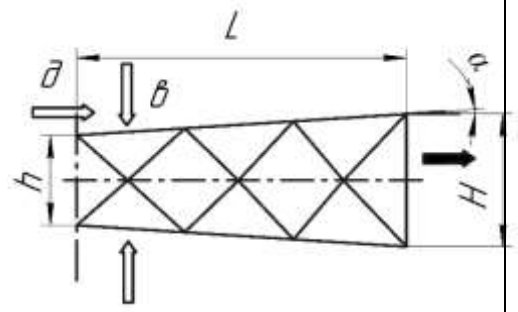
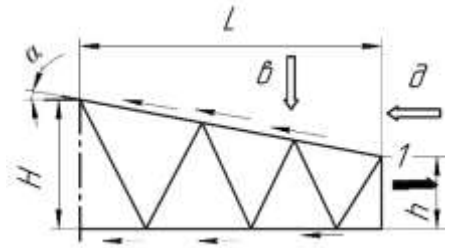
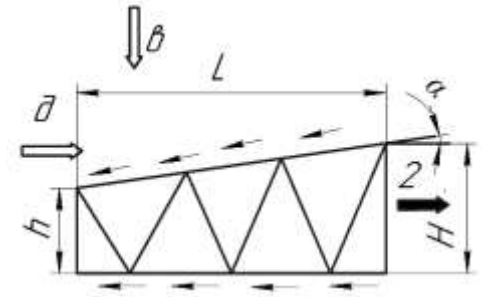
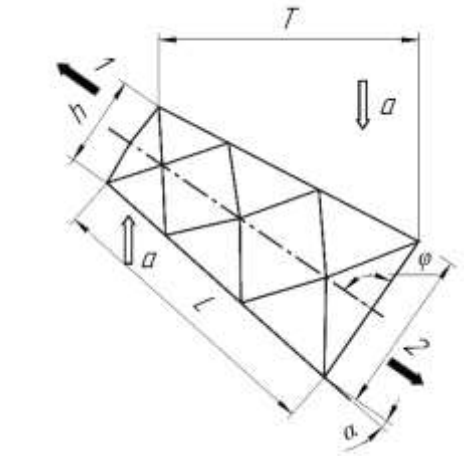
Продовження табл. А1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| А 5 |  | а | $\bar{P} = \frac{L}{h} + \frac{h}{4L}$ | |
| 6 |  | в | $\bar{P} = \frac{L}{h} + \frac{7}{16}\frac{h}{L}$ | $\frac{h}{L} \geq 1,25$ |
| 7 |  | а | $\bar{P} = \bar{P}_{oc}\frac{\mu}{tg\alpha}$<br>$\bar{P}_{oc}$ см. $\bar{P}A2a$ або $\bar{P}A1a$ | |
| В | В – блок редукуванняя | | | |
| 1 |  | а<br>б<br>в | $\bar{P} = \frac{1+\lambda^2+2\mu(1-\lambda)-2\lambda\cos 2\alpha - \lambda(1-\cos 2\alpha}{-\lambda(1-\lambda)\sin 2\alpha}{+\sin 2\alpha)}$<br>$\lambda = h/H$<br>$\bar{P}_в = \bar{P}/(1-\lambda)$<br>$\bar{P} = \bar{P}_в - 2\mu/\sin 2\alpha$ | |
| 2 |  | а | $\bar{P} = \bar{P}_{(Б_1 a)} + \triangle\bar{P}_{(mp)}$<br>$\triangle\bar{P}_{(mp)} = \mu\left(1-\lambda+\frac{L}{H}\right)$ | $\alpha \geq \frac{\pi}{6}$ |

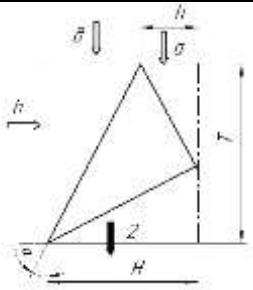
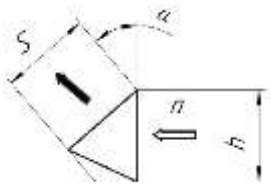
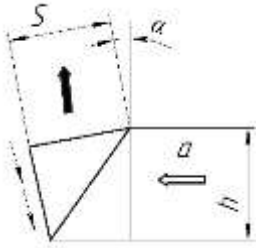
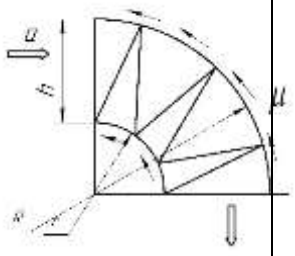
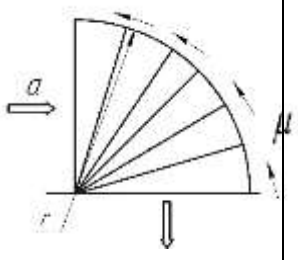
Продовження табл. А.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| В<br>3 |  | а | $q = H / h$<br>$n -$ ціла кількість блоків Б<br>$n \approx \ln \frac{H}{h} \ln\left(1 + 2tg\alpha\right)$<br>при розрахунку $\bar{p}$<br>$\lambda = 1 / \sqrt[n]{q}$<br>$\bar{p} = n\bar{p}_{(Б_1 a)}$ | $\alpha \le \frac{\pi}{6}$ |
| 4 |  | а | $\bar{p} = \frac{2(1-e)}{\bar{H}_0} - \frac{3e}{2} tg\varphi + \mu \frac{e}{H_0} +$<br>$+ \frac{e(1-2\mu)}{2H_0} tg^2\varphi + \frac{H_0 e^2}{1-e} + \frac{(1-H_0)(1-2H_0)e}{2H_0}$<br>$H_0 = h_0 / (H-h); e = 1 - h / H$<br>$H_0 = \frac{1}{\sqrt{2\sin\alpha}} \sqrt{\left[1 + 2\mu + 4\sin^2\alpha \left(\frac{1-e}{e}\right)\right](1-e)}$<br>$\bar{p} = \bar{P}_a H / H - h$ | |
| 5 |  | | $\bar{p}_a = \frac{1}{1 + 2c + ctg^2\beta} \left(\mu\pi c^2 + \beta / 2\sin^4\beta + \right.$<br>$\left. + 2\bar{R}_2^2 \arcsin T / 2R^2\right)$<br>$c = R / h; T = \sqrt{(c+1)^2 (c - ctg\beta)^2}$<br>$R_2 = \sqrt{c^2 \frac{\left(1 + 2c + ctg^2\beta\right)^2}{4 + (c+1)^2}}$<br>$\beta = 70 - 13R / h$ | |
| 6 |  | | $\bar{p} = \frac{1 + c(1 - \sin\varphi)}{2(c + 1 - \sin\varphi)\left(c + \frac{1}{\sin^2\alpha}\right)} \rightarrow$<br>$\rightarrow \left[\mu(\pi - 2\varphi)c^2 + \frac{\beta}{2\sin^2\beta} + 2R_2^2 Arc\sin\frac{T}{2R_2}\right]$<br>$T = \sqrt{(c + 1 - c \cdot \sin\varphi)^2 + (c - \cos\varphi - ctg\beta)^2}$<br>$R_2 = \sqrt{ctg^2\beta + \left[c + 1 - \left(c + \frac{1}{2\sin^2\beta}\right) \frac{1}{1 + c(1 - \sin\varphi)}\right]^2}$ | |

Продовження табл. А.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| С | С – блок осадження клину | | | |
| 1 |  | а-1 | $\bar{P} \approx \dfrac{\bar{P}_{(Б3)}}{1-h/H} - \dfrac{2\mu}{\sin 2\alpha}$ | |
| 2 |  | д-2 | $\bar{P} = \bar{P}_{(Б3)} - \dfrac{h}{H-h}$<br>$\bar{P} = \bar{P}_{(д-2)} + \triangle \bar{P}_{тр}$<br>$\triangle \bar{P}_{тр} \approx \dfrac{\mu}{(\cos\alpha + \sin\alpha)}\left(\dfrac{1}{\cos\alpha} - \dfrac{\sqrt[n]{q}}{q\sin 2}\right)$ | |
| 3 |  | д-1<br>в-1 | $\bar{P} = n\bar{P}_{(Б2а)}\dfrac{H}{H-h}$<br>$\bar{P} = \bar{P}_{(д-1)} - \dfrac{\mu}{\sin\alpha}$ | |
| 4 |  | д-2 | $\bar{P} = n\bar{P}_{(Б2а)}\dfrac{h}{H-h}$<br>$\bar{P} = \bar{P}_{(д-2)} - \triangle \bar{P}_{тр}$<br>$\triangle \bar{P}_{тр} \approx \dfrac{\mu}{\sin\alpha}\dfrac{h}{H} - \mu\left(1 - \dfrac{h}{H}\right)$ | |
| 5 |  | а-1<br>д-2 | $\bar{P} = \bar{P}_{ос...} + \triangle \bar{P}_{тр}$<br>$\triangle \bar{P}_{тр} = \mu\dfrac{\cos\psi}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{1}{\sin(\alpha+\psi)}$<br>$\triangle \bar{P}_{тр} = \mu\dfrac{\cos\psi}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{1}{\sin(\psi-\alpha)}$ | |

Продовження табл. А.1

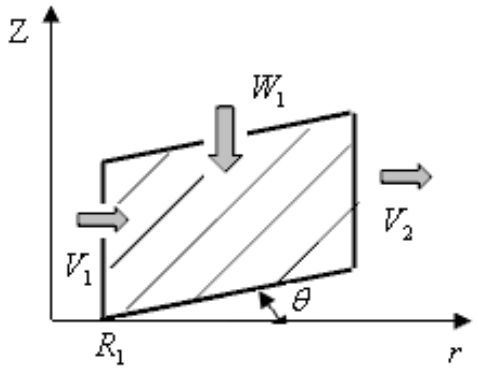
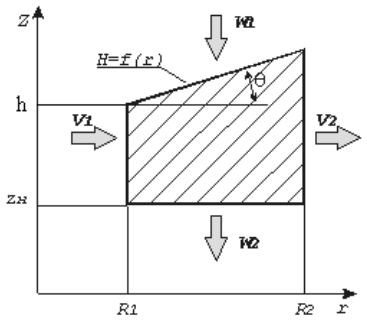
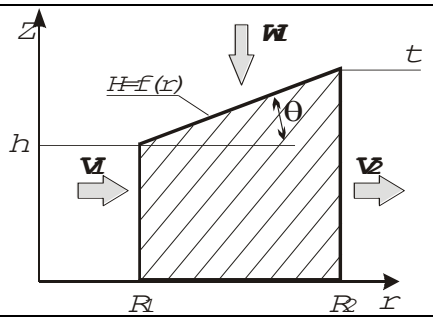
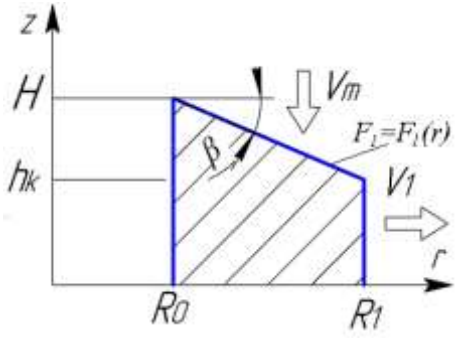
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| С<br>6 |  | а-2<br><br><br>д-2<br><br>в-2 | $\bar{P} = \bar{P}_{(Б1а)}$<br><br>$\bar{P} = \bar{P}_{(а-2)} \dfrac{h}{H-h}$<br>$\bar{P} = \bar{P}_{(д-2)} + \dfrac{\mu}{(cos\alpha + \sin\alpha)}\left(\dfrac{1}{cos\alpha} - \dfrac{1}{\sin\alpha}\right)$ | |
| D | D – блок розвороту | | | |
| 1 |  | | $\bar{P} = \left(\dfrac{h}{S} + \dfrac{S}{h}\right)\dfrac{1}{\cos\alpha} - 2tg\alpha$ | |
| 2 |  | | $\bar{P} = \dfrac{F}{2\cos\alpha}1 + G + \dfrac{G\cos\alpha}{2F} + 2\mu\dfrac{h}{S} + \dfrac{\mu}{\cos\alpha}\left(\dfrac{h}{S} - \sin\alpha\right)$<br>$F = \dfrac{S}{h} - \sin\alpha; G = 1 + \dfrac{h}{S}\sin\alpha$<br>$\bar{P} = \dfrac{1}{2\cos\alpha}\left[F + (1+G)2\mu\left(\dfrac{h}{S} - \sin\alpha\right)\right] + \dfrac{G}{2F}\cos\alpha$ | |
| |  | | $\bar{P} = \dfrac{\pi}{4}\left(1 + 2\mu\dfrac{r+R}{h}\right)$ | |
| |  | | $\bar{P} = \dfrac{\pi}{4}(1 + 2\mu)$ | |

$\mu$ – коефіцієнт тертя $0 \le \mu \le 0{,}5$;

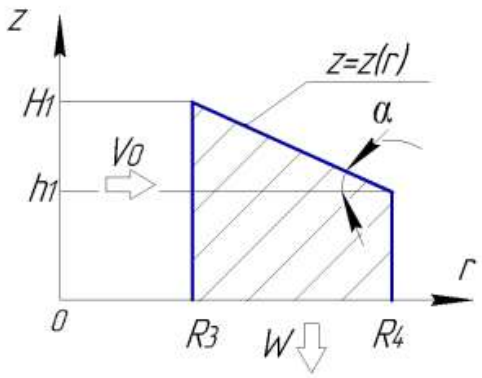
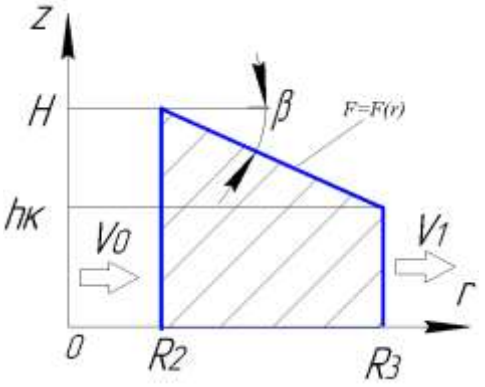
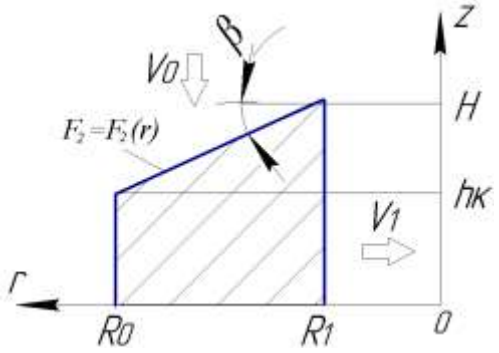
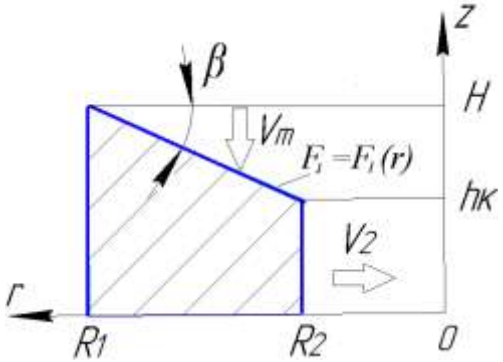
# ДОДАТОК Б

## Кінематичні модулі осесиметричного деформування

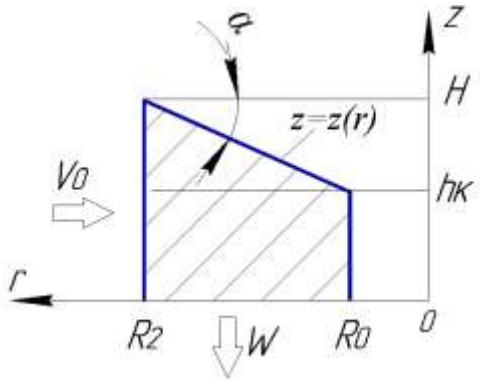
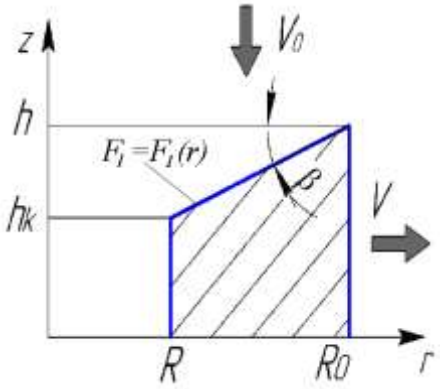
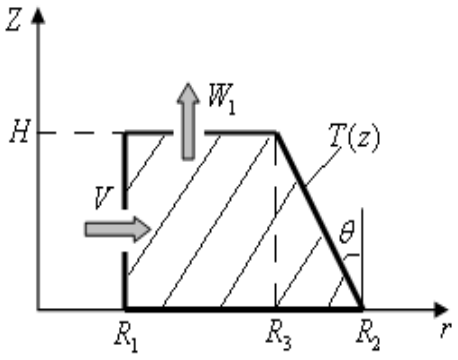
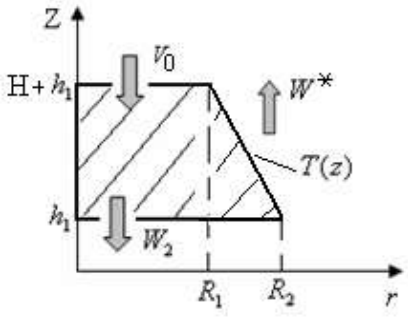
Таблиця Б.1

| № | Схема модулю | КМПШ |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 |  | $v_z = -\frac{W_1}{h} z + V_1 \frac{R_1}{r} tg\theta +$ $+ \frac{W_1}{2h}(3r - 2R_1 - \frac{R_1^2}{r})tg\theta;$ $v_r = \frac{W_1}{2h}\frac{r^2 - R_1^2}{r} + V_1 \frac{R_1}{r}.$ |
| 2 |  | $v_z = -\frac{\overline{W}(z - z_H)}{H - z_H} - W_2 +$ $+ \left[\begin{matrix} 2\,V_1\,R_1\,h + \\ +\overline{W}\left(r^2 - R_1^2\right) \end{matrix}\right] \cdot \frac{z - z_H}{2\,r\,H^2} tg\theta;$ $v_r = \frac{\overline{W}\left(r^2 - R_1^2\right)}{2\,h\,H} + V_1 \frac{R_1\,h}{r\,H};$ |
| 3 |  | $v_z = \frac{z}{2\,r\,H^2} \cdot \frac{t - h}{R_2 - R_1} \times$ $\times \left[\begin{matrix} W_1\left(r^2 - R_1^2\right) + \\ +\,2\,V_1\,R_1\,h \end{matrix}\right] - \frac{W\,z}{H};$ $v_r = \frac{W_1\left(r^2 - R_1^2\right)}{2\,r\,H} + V_1 \frac{R_1\,h}{r\,H}.$ |
| 4 |  | $V_z = -V_m \cdot \left[2 \cdot r \cdot F_1 - \left(r^2 - R_0^2\right) \cdot tg\beta\right] \times$ $\times \frac{z}{2 \cdot F_1^2 \cdot r};$ $V_r = V_m \cdot \frac{r^2 - R_0^2}{2 \cdot F_1 \cdot r}.$ $F_1 = H + (r - R_0) \cdot tg\beta,$ $tg\beta = \frac{H - h_k}{R_0 - R_1}$ |

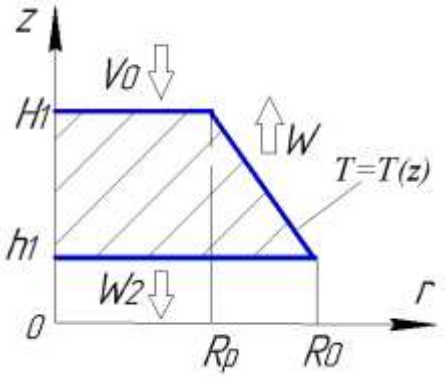
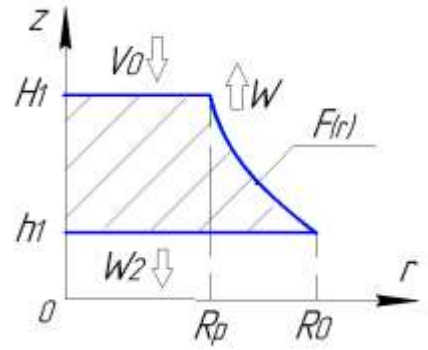
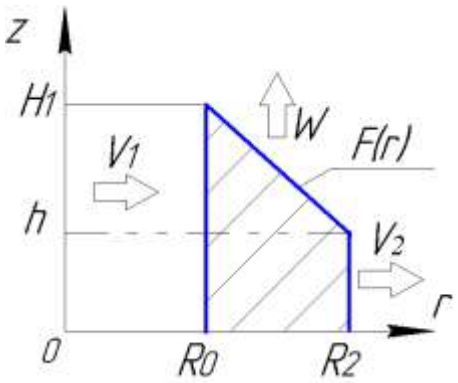
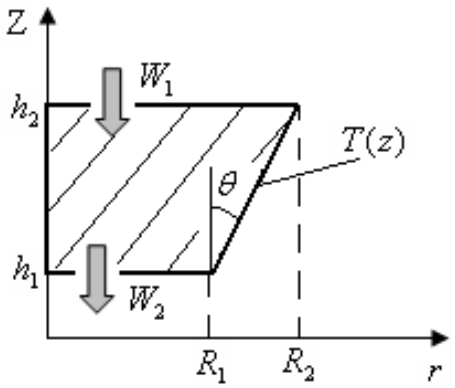
Продовження табл. Б.1

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| 5 |  | $V_z = \frac{W}{z(r)} \cdot \left(1 - \frac{R_4^2 - r^2}{2 \cdot r \cdot z(r)} \cdot tg\alpha\right) \cdot z - W;$<br>$V_r = \frac{W}{2 \cdot r \cdot z(r)} \cdot \left(R_4^2 - r^2\right)$ |
| 6 |  | $V_z = -\frac{V_0 \cdot R_2 \cdot H \cdot tg\beta}{2 \cdot r \cdot F^2(r)} \cdot z;$<br>$V_r = \frac{V_0 \cdot R_2 \cdot H}{2 \cdot r \cdot F(r)}.$ |
| 7 |  | $V_r = -V_0 \cdot \frac{R_0^2 - r^2}{2 \cdot F_2 \cdot r},$<br>$V_z = -V_0 \cdot \left[\begin{array}{l} 2 \cdot r \cdot F_2 - \\ -\left(R_0^2 - r^2\right) \cdot tg(\beta) \end{array}\right] \cdot \frac{z}{2 \cdot F_2^{\,2} \cdot r}$<br>$F_2 = h_k + \left(R_0 - r\right) \cdot tg(\beta),$<br>$tg(\beta) = \frac{H - h_k}{R_0 - R_1}$ |
| 8 |  | $V_r = -V_m \cdot \frac{r^2 - R_1^2}{2 \cdot F_1 \cdot r},$<br>$V_z = -V_m \cdot \left[2 \cdot r \cdot F_1 + \left(r^2 - R_1^2\right) \cdot tg(\beta)\right] \cdot \frac{z}{2 \cdot F_1^{\,2} \cdot r}$<br>$F_1 = h_k + \left(r - R_2\right) \cdot tg(\beta),$<br>$tg(\beta) = \frac{H - h_k}{R_1 - R_2}$ |

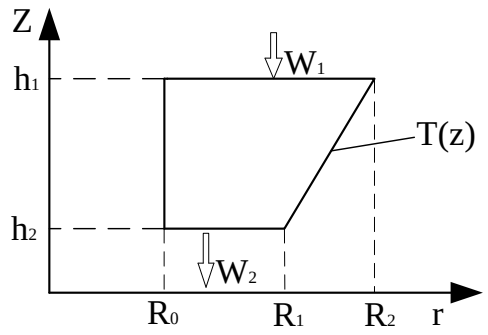
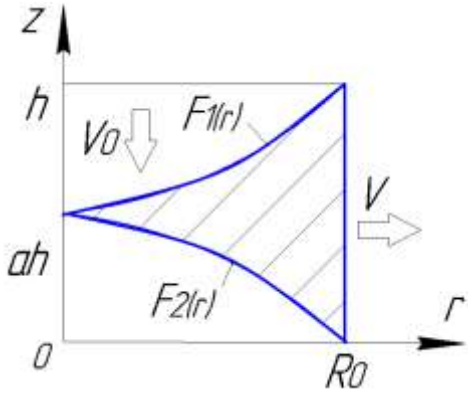
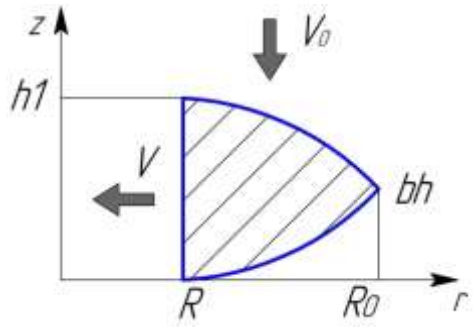
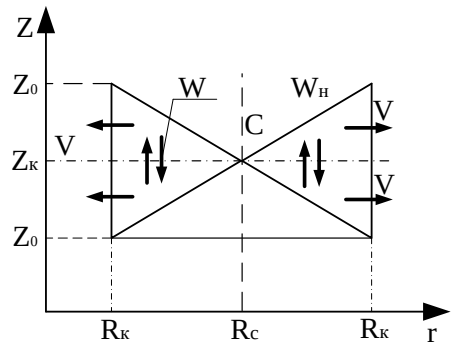
Продовження табл. Б.1

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| 9 |  | $V_z = \frac{W}{z(r)} \cdot \left(1 + \frac{R_0^2 - r^2}{2 \cdot r \cdot z(r)} \cdot tg(\alpha)\right) \cdot z - W;$<br>$V_r = \frac{W}{2 \cdot r \cdot z(r)} \cdot \left(R_0^2 - r^2\right)$<br>$z = h_k + (r - R_0) \cdot tg(\alpha),$<br>$tg(\alpha) = \frac{H - h_k}{R_2 - R_0}$ |
| 10 |  | $V_r = V_0 \cdot \frac{r^2 - R^2}{2 \cdot F_1 \cdot r},$<br>$V_z = -V_0 \cdot \left[2 \cdot r \cdot F_1 - \left(r^2 - R^2\right) \cdot tg(\beta)\right] \cdot \frac{z}{2 \cdot F_1^2 \cdot r}$<br>$F_1 = h + (r - R_0) \cdot tg(\beta)$<br>$tg(\alpha) = \frac{h - h_k}{R_0 - R}$ |
| 11 |  | $V_z = V \cdot \frac{2R_1}{T^2(z) - R_1^2} \cdot z;$<br>$V_r = \frac{1}{r}\left(V_t T(z) + \left(VR_1 - V_t T(z)\right) \cdot \frac{T^2(z) - r^2}{T^2(z) - R_1^2}\right)$<br>$T(z) = R_2 - z\,tg\theta.$ |
| 12 |  | $V_z = -\frac{V_0 R_1^2}{T^2(z)} + W \cdot \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\left(\frac{1}{T^2(z)} - \frac{1}{R_1^2}\right)$<br>,<br>$V_r = \frac{r \cdot k}{T^3(z)}\left(-V_0 R_1^2 + W\frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\right)$<br>$k = \frac{R_1 - R_2}{H}$ |

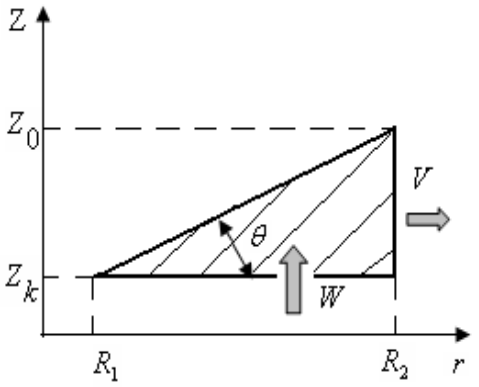
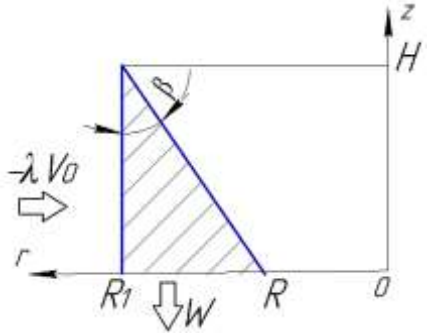
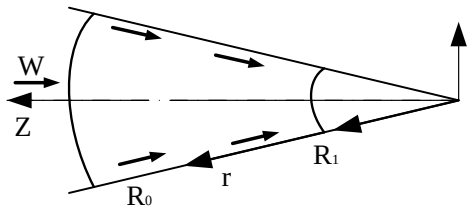
Продовження табл. Б.1

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| 13 |  | $V_z = -\frac{V_0 R_p^2}{T^2(z)} + W \cdot \frac{R_p^2 R_0^2}{R_2^2 - R_p^2}\left(\frac{1}{T^2(z)} - \frac{1}{R_p^2}\right)$, $V_r = \frac{r \cdot k}{T^3(z)}\left(-V_0 R_p^2 + W\frac{R_p^2 R_0^2}{R_0^2 - R_p^2}\right)$ $k = \frac{R_0 - R_p}{h_1 - H_1}$ |
| 14 |  | $V_z = -\frac{(V_0 + W)R_p^2}{T^2(z)} + W,$ $V_r = -\frac{r}{T^3(z)}(V_0 + W)\cdot k$ $k = \frac{dT}{dz}$ |
| 15 |  | $V_z = \frac{W + a \cdot v_r}{z(r)} \cdot z,$ $V_r = \frac{2 \cdot R_0 \cdot H_1 \cdot V_1 + W \cdot (R_0^{\,2} - r^2)}{2 \cdot r \cdot z(r)}$ $a = \frac{H_1 - h}{R_0 - R_2}$ |
| 16 |  | $V_r = r\frac{W_1 R_2^2}{T^3(z)} tg\theta;$ $V_z = \frac{W_1 R_2^2}{T^2(z)}$ $T(z) = R_1 + (z - h_1)\cdot tg\theta.$ |

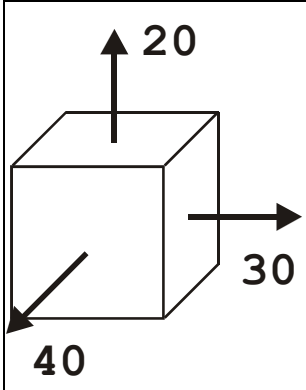
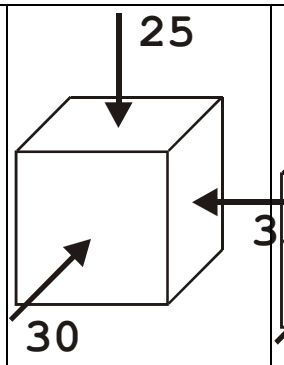
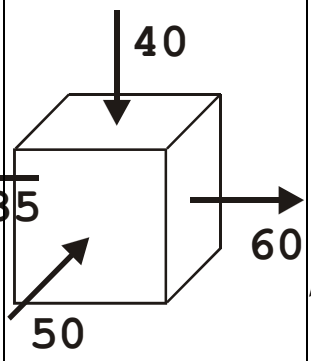
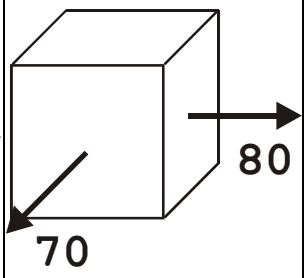
Продовження табл. Б.1

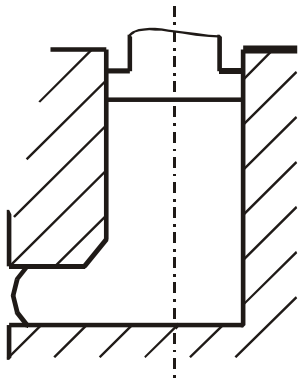
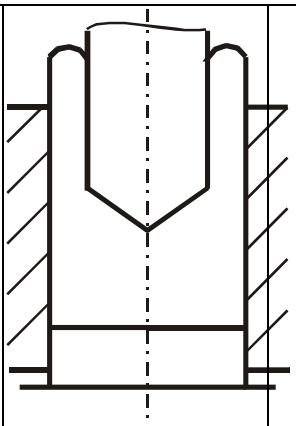
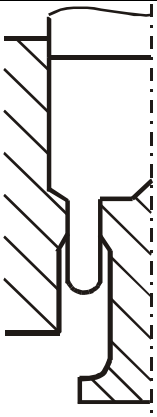
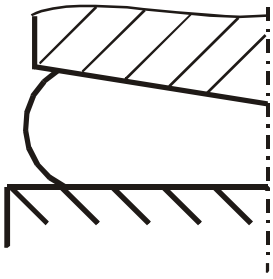
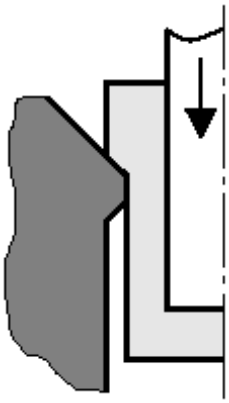
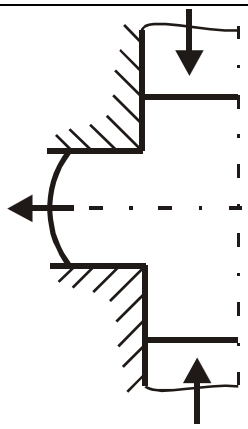
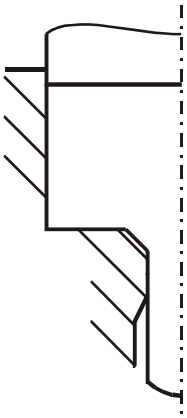
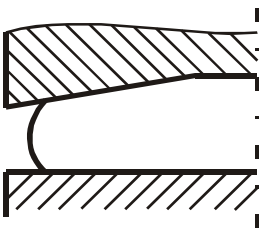
| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| 17 |  | $V_r = W_1 \frac{(R_2^2 - R_0^2)T(z)tg\alpha}{\left[T^2(z) - R_0^2\right]^2} - \frac{r^2 - R_0^2}{r}.$<br>$V_Z = W_1 \frac{R_3^2 - R_0^2}{\left[T^2(z) - R_0^2\right]^2}.$ |
| 18 |  | $V_r = \frac{R_0^2}{2 \cdot h} \cdot \frac{V_0}{r},$<br>$V_z = -a \cdot V_0$ |
| 19 |  | $V_r = -\frac{R_0^2 - R^2}{2 \cdot h_1} \cdot \frac{V_0}{r},$<br>$V_z = -b \cdot V_0$ |
| 20 |  | $V_Z = \bar{W} + \bar{W} \frac{R_c - R_к}{Z_к - Z_0} \cdot \frac{Z_к - Z}{2r}$<br>$V_r = \frac{\bar{W}}{2} \frac{R_c - R_к}{Z_к - Z_0} (1 + \frac{R_c}{r})$ |

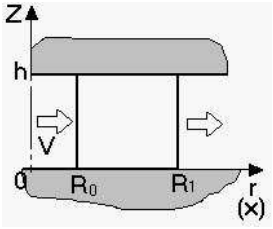
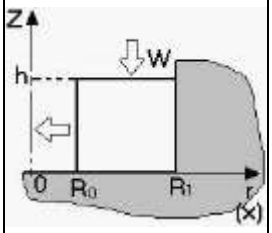
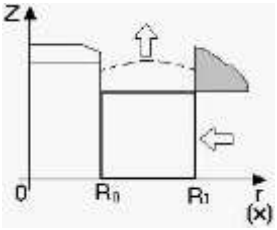
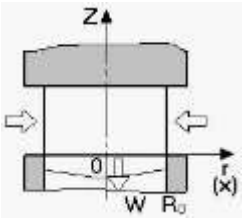
Продовження табл. Б.1

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| 21 |  | $v_z = W \cdot \left(1 - \frac{1}{2tg\theta}\frac{z - z_k}{r}\right);$<br>$v_r = \frac{W}{2 \cdot tg\theta}\left(1 + \frac{R_1}{r}\right).$ |
| 22 |  | $V_z = -\frac{2R_1}{(R + R_1) \cdot tg\beta} \cdot \left(1 - \frac{z \cdot tg\beta}{2r}\right) \cdot \lambda V_0$<br>$V_r = -\frac{\lambda \cdot V_0 \cdot R_1}{R + R_1} \cdot \left(1 + \frac{R}{r}\right)$ |
| 23 |  | $V_Z = -W\frac{R_0^2}{r^2}\cos\theta.$ |

**Додаток В**
**Контрольні питання з теорії ОМТ**

| № | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | ПДС | Стаціонарна течія | Нестаціонарна течія | Осесиметрична течія |
| 2 | Жорстко-пластичне середовище | Ідеальна пластичність | Пружно-пластичне зміцнене середовище | Умова сталості об’єму |
| 3 | Які схеми переважніше з погляду: | | | |
| | підвищення пластичності | зниження опору деформування | прооблення металу | утворення волокнистої структури |
| 4 | Механічні схеми деформацій (МСД) для процесів: | | | |
| | прямого видавлювання і волочіння | протягування і прокатки | осадки з тертям і без тертя | витяжки |
| 5 | Перейти від схеми напружень до схеми деформацій | | | |
| |  |  |  |  |
| 6 | Принцип заміни проєктування сил проєктуванням поверхонь | Приведений тиск $\bar{p}$ | Як перейти від приведеного тиску $\bar{p}$ до сили $P$ | Робота деформування А |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | Навести схеми полів швидкостей, годографі і виразі $p$: | | | |
| |  а |  б |  в |  г |
| |  д |  е |  ж |  з |
| 8 | Граничні умови (приклад) | Допущення за енергетичним методом | Допущення за методом верхньої оцінки | Використовувані закони тертя |
| 9 | Навести виразі: | | | |
| | рівняння енергетичного балансу (Е-1) | рівняння мінімізації (Е-2) | рівняння балансу для методу верхньої оцінки | рівняння енергетичного балансу в інтегральному виді |
| 10 | Привести вираження: | | | |
| | $N_a =$ | $N_\partial =$ | $N_C =$ | $N_T =$ |
| 17 | Привести схему процесу, годограф і виразі: | | | |
| | радіального видавлювання: $l_{ij} =,\ V_{ij} =,\ \overline{p} =$ | зворотного видавлювання: $l_{ij} =,\ V_{ij} =,\ \overline{p} =$ | прямого видавлювання: $l_{ij} =,\ V_{ij} =,\ \overline{p} =$ | осадки: $l_{ij} =,\ V_{ij} =,\ \overline{p} =$ |
| 18 | $\gamma_{ij} =$ | $\gamma_c =$ | $e_c =$ | $p$ (з урахуванням зміцнення) |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 19 | Привести загальні схеми КМПШ для схем деформації: | | | Умова нерозривності на границі |
| | осесиметричної | плоскої | об'ємної | |
| 20 | Рівняння нерозривності | Рівняння Коші для швидкостей деформації | $\tau_k = ?$ | Умова сталості об’єму в диференційному виді |
| 21 |  |  |  |  |
| 22 | Навести виразі: | | | |
| | $\bar{p}$ кільця | $\bar{p}$ плоскої осадки | $\bar{p}$ осесиметричної осадки | $\bar{p}$ радіального видавлювання |
| 23 | Лінеаризована залежність $\dot{\varepsilon}_i = ?$ | $\dot{\varepsilon}_i = ?$ | $e_i$ по Р. Хіллу | Процедура врахування зміцнення |

## Додаток Г

## Питання для самоконтролю

1. Сучасні концепції проєктування і їх відмінні рисі.
2. Що називається моделлю процесу деформування?
3. Механічні схеми деформування для процесів ОМТ.
4. Методи аналізу силового режиму процесів ОМТ.
5. Методі аналізу НДС в процесах деформування.
6. Тиски, сили і робота пластичного деформування.
7. Потужність пластичного деформування металу.
8. Реологічні моделі матеріалів.
9. Характерні допущення при теоретичному аналізе процесів ОМТ.
10. Плоско-деформований і осесиметричний стан заготовки.
11. Енергетичні методі моделювання процесів пластичного деформування.
12. Рівняння енергетичного балансу потужностей.
13. Стадії створення енергетичних моделей.
14. Метод верхньої оцінки (МВО)
15. Послідовність побудови математичної моделі за МВО.
16. Побудова годографів швидкостей і їх опис.
17. Кінематичні модулі для плоского деформування і їх властивості.
18. Моделювання і оптимізація технологічних процесів.
19. Моделі процесів осадки.
20. Моделі процесів видавлювання.
21. Аналіз процесів комбінованого видавлювання.
22. Принципи дискретизації конструкцій.
23. Метод кінематичних модулів.
24. Прогнозування дефектів форми деталей.
25. Розрахунок накопиченого ступеню деформації і тепловиділення.
26. Врахування деформаційного зміцнення металу при холодному штампуванні.
27. Послідовність побудови математичної моделі за енергетичного методу балансу потужностей (ЕМБП).
28. Основні принципі і рівняння для побудові КМПШ.
29. Допущення, характерні для ЕМБП.
30. Зміст інтегралів для розрахунку сил деформування, зрізу і тертя.
31. Методика виводу розрахункових залежностей для процесу осадки.
32. Моделювання процесу радіального видавлювання фланців.
33. Моделювання процесу зворотного видавлювання.
34. Моделювання процесу видавлювання в умовах плоскої деформації*.

# ДОДАТОК Д

# ПЕРЕЛІК ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Тема 1. Проаналізувати МСД для схем волочіння та видавлювання. Вивести формулу, яка пояснює принцип змини проєктування сил проєктуванням площин.

*Рекомендована література [1, 3, 4].*

Теми 2, 3. Провести співставлення рішень графічним методом з розрахунковими формулами (3.1), (3.6), (3.9) для схем з різною кількістю трикутних кінематичних елементів, а також для перемінних умов контактного тертя на границях осередку деформування (див. рис. 3.3). Для процесу поперечного видавлювання необхідно в розрахунки включити витрати на контактне тертя між зонами 1, 2, 4 (рис. 3.6) і інструментом (півматрицями).

*Рекомендована література [2, 6, 10, 13].*

Тема 4. Провести аналіз схем прямого і зворотного видавлювання з трикутними кінематичними елементами та процедуру врахування зміцнення матеріалів для задач моделювання, в яких були отримані виразі приведеного тиску деформування.

Виконати дослідження схеми, яка аналогічна схемі прямого видавлювання з одним трикутнім кінематичним елементом, але створена для зворотного видавлювання порожнистої деталі, коли лінія АМ є віссю симетрії, а відрізок МВ є робочим торцем деформуючого пуансону (див. рис. 4.1).

*Рекомендована література [2, 6, 9, 10, 12].*

Тема 6. Провести аналіз розрахункових схем процесів, які мають осередки деформації комбінованого приєднаного (поперечно-пряме видавлювання стрижня з фланцем) і послідовного типу (поперечно-пряме

видавлювання порожнистої деталі і поперечне-пряме видавлювання з роздачею).

*Рекомендована література [6, 10, 12, 13, ].*

Тема 7. Дати оцінку деформованого стану та тепловиділення у заготовці для схеми деформування за темою дисертаційного дослідження.

*Рекомендована література [6, 10, 20].*

Тема 8. Для схем поперечного (плоского та осесиметричного) видавлювання фланців на трубчатий заготовці встановити зони бездефектного виготовлення деталей.

*Рекомендована література [6, 8, 10, 12, 25, 27].*

Тема 9. Знайти КМПШ і розрахувати складові для рівняння енергетичного балансу потужностей для схем деформування деталей типу стрижнів і стаканів з різними умовами контактного тертя на поверхнях інструменту і межах осередку деформації.

*Рекомендована література [6, 12, 19, 25].*

Тема 10. На основи використання кінематичних модулів визначити силові параметри для схем деформування деталей типу кілець і дисків з різними умовами контактного тертя на поверхнях інструменту і межах осередку деформації.

*Рекомендована література [2, 6 –10, 19].*

Тема 11. Провести графічний аналіз силових режимів процесів зворотного та комбінованого видавлювання і оцінити внесок сил тертя в загальну потужність сил деформування.

*Рекомендована література [8, 11, 15–17, 19, 26].*

*Навчальне видання*

**АЛІЄВ Іграмотдін Сєражутдінович**

# ЕНЕРГЕТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРОЦЕСІВ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ

**Навчальний посібник**

**для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти за спеціальностями 131 «Прикладна механіка», 131 «Матеріалознавство», 136 «Металургія» денної та заочної форм навчання**

За авторською редакцією

Комп’ютерне верстання Я. О. Бершацька

66/2023. Формат 60 × 84/16. Ум. друк. арк. 10,34.
Обл.-вид. арк. 12,16. . Тираж 100 пр. Зам. № 22

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи
ДК № 1633 від 24.12.2003